František Procházka

Jak dál v matematické olympiádě na SOŠ a SOU?

Učitel matematiky, Vol. 5 (1997), No. 1, 37–40

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/151416

JAK DÁL V MATEMATICKÉ OLYMPIÁDĚ NA SOŠ a SOU ?

FRANTIŠEK PROCHÁZKA

V posledních letech neustále klesá počet účastníků matematické olympiády na SOŠ a SOU. Některá SOU a ISŠ začaly vytvářet vlastní soutěže v matematických znalostech, ale jejich úroveň je velmi slabá.

Jinak na to šli naši kolegové na Slovensku, kteří pro žáky těchto typů škol založili vlastní matematickou olympiádu. V minulém školním roce proběhl již její VIII. ročník. Abyste si mohli udělat představu o její úrovni, předkládám Vám příklady kategorií KL a MN, které byly ve šk. roce 1995/96 v regionálním kole této soutěže. Na řešení měli žáci maximálně 240 minut.

Kategorie K, L:

KL1.: Máte změřit výšku továrního komínu, ke kterému nemáte přístup (mezi vámi a komínem teče řeka). Je zamračeno (nejsou žádné stíny) a k dispozici máte jen pásmo na měření, 3 m dlouhou kovovou tyč, papír a potřeby na psaní a rýsování. Situaci znázorněte na papíře a napište postup, jak určíte výšku komína. (Narýsování přímky, která prochází třemi body v terénu, z nichž jeden je vaše oko, vám jistě nebude činit problémy.)

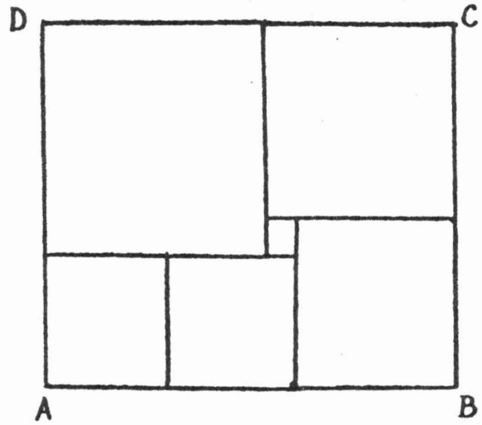
KL2.: V následujícím algebrogramu různým písmenům přiřaďte různé číslice a hvězdičkám libovolné vhodné číslice tak, aby platil součin:

$$
\begin{array}{r}
\mathrm{DVA} \\
\times\ \mathrm{DVA} \\
\hline
****\\
{*}\mathrm{I}{*}\\
\hline
\mathrm{ČTYŘI}
\end{array}
$$

KL3.: Máte k dispozici pětikorunové mince, dvacetikorunové a padesátikorunové bankovky. Můžete z nich vybrat dohromady 20 kusů tak, abyste dostali sumu 500 Kč ? (Ve výběru mají být zastoupené mince i oba druhy bankovek.)

KL4.: V libovolném trojúhelníku ABC sestrojte jeho výšky a jejich průsečík označte S. K průsečíku S sestrojte body K, L, M souměrně sdružené podle stran AB, BC a AC. Dokažte, že v každém trojúhelníku ABC body souměrně sdružené s průsečíkem výšek trojúhelníka podle jeho stran leží na kružnici opsané danému trojúhelníku.

KL5.: Obdélník $ABCD$ tvoří šest čtverců (obr. 1). Vypočtěte délku strany nejdelšího čtverce, jestliže nejmenší čtverec má obsah 1 cm^2.



Obr. 1

KL6.: K pevnému spojení dvou desek máte tři druhy stejně dlouhých hřebíků, jejich průřezy jsou čtverec, kruh a rovnostranný trojúhelník. Všechny tři průřezy mají stejný obsah, každý měří 100 mm^2. Který druh hřebíků použijete, aby spoj desek v tahu byl co nejpevnější ? (Uvědomte si, že tenčí hřebíky vytáhnete ze dřeva lehčeji než silnější.)

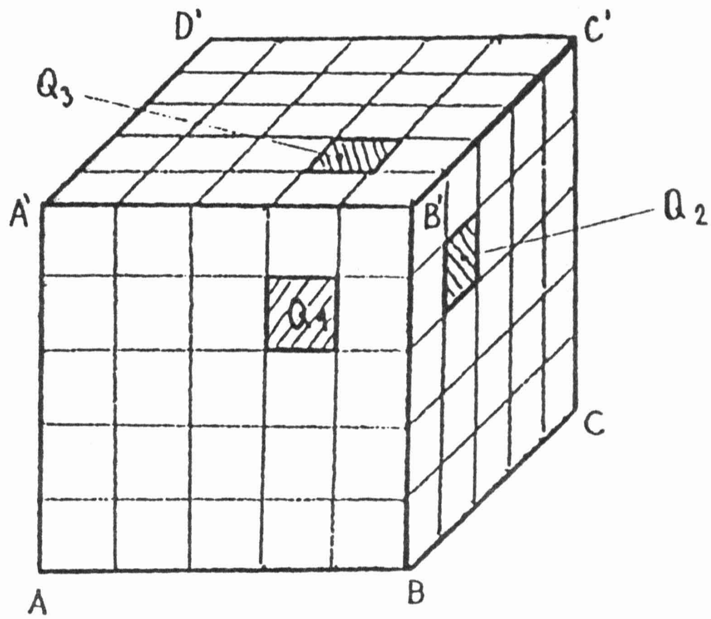
Kategorie M, N:

MN1.: Která číslice je na 100 000. místě, jestliže zapisujeme za sebou všechna přirozená čísla začínající číslem 1 ?

MN2.: Věk muže byl v roce 1887 roven cifernému součtu číslic roku jeho narození. Kolik mu bylo tehdy roků, jestliže se narodil v XIX. století ?

MN3.: Šířkou obdélníka se nazývá velikost jeho kratší strany a délkou obdélníka velikost jeho delší strany. Kolika různými způsoby lze vystřihnout obdélník šířky tři čtverečky ze čtverce čtverečkovaného papíru o 100 čtverečcích ? (Upozorňujeme, že stříhat se smí pouze po čarách čtverečkové sítě. Čtverec o délce a šířce tři čtverečky považujeme za speciální případ obdélníka o šířce tři čtverečky.)

MN4.: Je dána krychle $ABCDA'B'C'D'$ o délce hrany 5 cm. Krychle je slepena z malých krychliček o hraně délky 1 cm. Zvolte na povrchu krychle tři čtverce Q_1, Q_2, Q_3 s velikostmi stran 1 cm tak, jako na obr. 2.



Obr. 2

Nad čtvercem Q_1 vyrazíme ve směru hrany BC sloupec tvaru hranolu složený z pěti malých krychliček. Tím vznikne v dané krychli otvor. Obdobným způsobem sestrojíme otvory nad čtvercem Q_2 ve směru hrany AB a nad čtvercem Q_3 ve směru hrany AA'.

Provrtanou krychli nyní vložíme do červené barvy tak, aby se povrch krychle a dutiny obarvily. Po uschnutí krychli rozbijeme na malé krychličky s hranami 1 cm.

Určete, kolik jsme dostali malých krychliček, které mají obarvené: a) žádnou stěnu; b) jednu stěnu; c) dvě stěny; d) tři stěny; e) čtyři stěny; f) pět stěn; g) šest stěn.

MN5.: Ve třídě je třicet žáků. V písemné práci udělal jeden žák 12 chyb a ostatní méně. Dokažte, že ve třídě jsou alespoň tři žáci, kteří udělali stejný počet chyb.

MN6.: V obecném trojúhelníku ABC je velikost vnitřního úhlu při vrcholu A dvakrát větší než velikost vnitřního úhlu při vrcholu B. Vypočítejte délku strany $|BC|$, jestliže jsou dány velikosti stran $|AC| = 9$ cm, $|BC| = 7$ cm.

Budeme velice rádi, když nám své názory na matematickou olympiádu na SOŠ a SOU a případně další připomínky, které se týkají práce s talentovanou mládeží na těchto typech škol, pošlete na adresu: *František Procházka, SPŠS, Čáslavská 973, 537 01 Chrudim.*

★ ★ ★

G

C. F. Gauss

Jednou v létě studoval jsem u vody
statistické rozložení náhody,
když neznámou uviděl jsem dívku,
kterak si nese Gaussovu křivku!

E. Calda