Arne Vrbský
Lze šetřit i v matematice?

Učitel matematiky, Vol. 6 (1998), No. 2, 115–119

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/151357

LZE ŠETŘIT I V MATEMATICE ?

(Balíček č. 1)

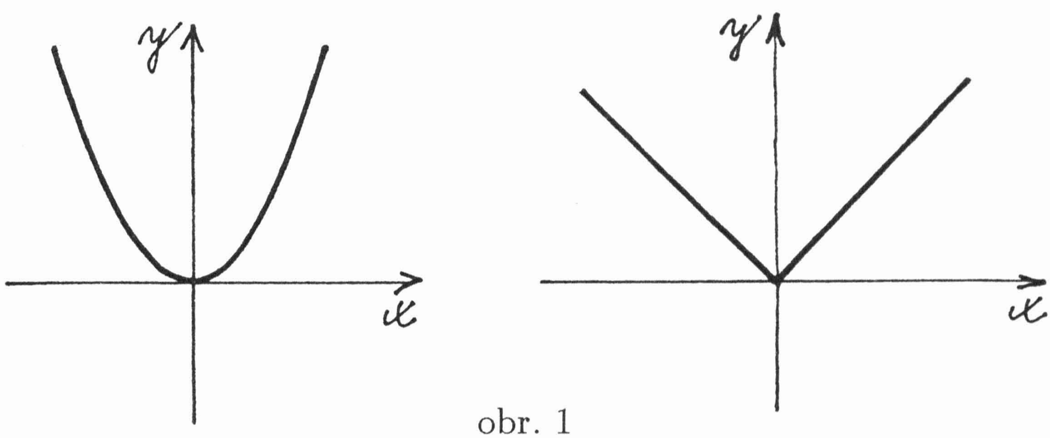
ARNE VRBSKÝ[1]

Cílem předkládaného článku je ukázat, jak lze šetřit i v matematice. Nebylo by správné, aby v době, kdy se omezují výdaje státního rozpočtu, stáli matematici stranou, aby byli pouhými pasivními pozorovateli a nesnažili se odpovídajícím způsobem přispět k řešení ekonomických problémů naší transformující se společnosti.

Autor článku vychází z všeobecně uznávaného principu, který by bylo možné zkoncentrovat do výroku: „Šetřit se dá všude!“[2] Pokud tento princip přijmeme, je jasné, že když se dá šetřit všude, je to také možné v matematice.

Princip šetření v matematice bude vysvětlen na konkrétním příkladu, způsobem, který je snadno aplikovatelný a který naučí šetřit prakticky každého matematika.

Zamysleme se nad funkcemi $f\colon y = x^2$, $g\colon y = |x|$. Uvažme základní vlastnosti těchto dvou funkcí, jejichž grafy jsou na obr. 1.



obr. 1

[1] Arne Vrbský, docent Zemědělské akademie v Grünfeldu, vedoucí oddělení výzkumu písní se zemědělskou tématikou, autor řady statí v časopise *Jetel.* Pravidelně přednáší v zahraničí (zejména v Jevíčku). Nápadně připomíná šéfredaktora časopisu *Učitel matematiky,* s nímž bývá často zaměňován.

[2] Připomeňme i Werichovo „Šetřit se musí, ať to stojí, co to stojí!“

Není snad pravda, že

a) $D_f = D_g, H_f = H_g$,
b) obě funkce jsou sudé,
c) obě funkce jsou klesající v intervalu $(-\infty, 0)$,
d) obě funkce jsou rostoucí v intervalu $(0, \infty)$,
e) obě funkce jsou konvexní,
f) obě funkce mají minimum v bodě $x = 0$?

Není to zbytečný přepych zabývat se oběma funkcemi? Nestačila by nám jenom jedna? Je sice pravda, že grafy těchto funkcí se poněkud liší, ale buďme upřímní, není to tak významné. Pokud bychom stáli dál od tabule a bylo trochu přítmí, tak bychom zřejmě žádný rozdíl nepozorovali. Navíc, při současné úrovni grafického projevu naší studentské obce, v případě, že nepracujeme se šablonou, vycházejí grafy stejné, i když není přítmí. Abychom však byli zcela objektivní, přiznejme, že funkce $f\colon y = |x|$ nemá, na rozdíl od funkce $f\colon y = x^2$, v bodě 0 derivaci. Je však nutné, abychom v době, kdy vstupujeme do EU a do NATO, měli všude derivaci? Každý soudný člověk odpoví, že to nutné není.[3]

Nelze rovněž zanedbat negativní vlivy funkce $y = x^2$ na formování žákovy osobnosti v oblasti etické. Nevyvolávají věty typu „x na druhou" některé nežádoucí asociace a představy v hlavách našich studentů? Od výrazu „x na druhou" se snadno dostáváme k výrokům „myslí na druhou", „šel za druhou", „vlezl …", tj. na jinou, nikoliv tedy „na prvou", „na tu jedinou", jak bychom si všichni přáli. Nedáváme tím návod žákům k hledání druhých, náhradních řešení osobních problémů? Povzbudivý není ani řetězec implikací, který byl nalezen v sešitě matematiky studenta MFF UK Karla Kodytka, jak uvádí ve svém článku dr. René Oves v říjnovém čísle časopisu *Jetel* z roku 1996:

$$\textit{na druhou} \Rightarrow \textit{za druhou} \Rightarrow \textit{za drugou} \Rightarrow \textit{za drogou}$$

Negativní vliv funkce $y = x^2$ není omezen jen na mládež. Zvlášť v současné epoše budování rozvinuté kapitalistické společnosti je její vliv přinejmenším sporný. Vezměme si takového moderního drobného zbohatlíka, který má roční příjem kolem 3 miliónů. Pokud si nyní umocní svůj těžce nabytý zisk na druhou, dostává

[3] Dokonce to není ani postačující. Pozn. redakce.

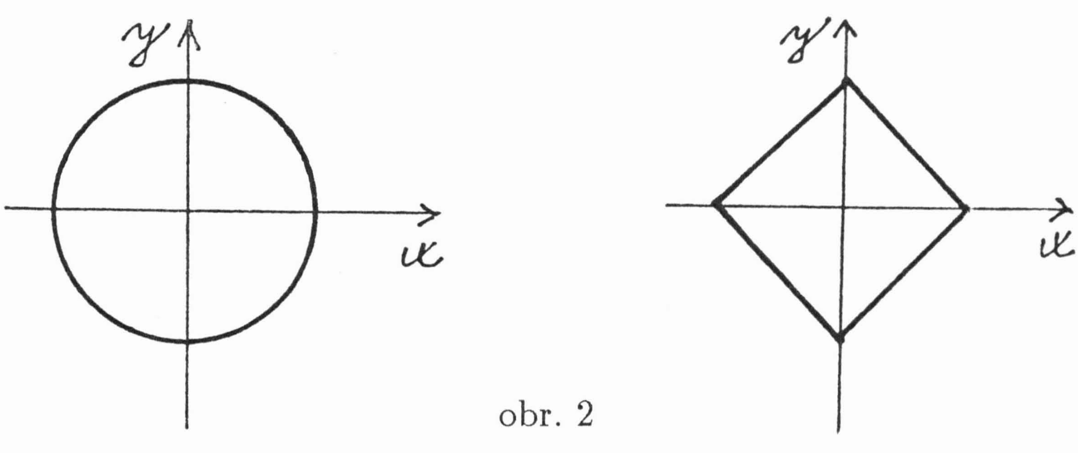
ihned kolem 9 miliónů. Na druhé straně, dobrý učitel, který vydělá za rok s bídou $0,8$ miliónu, dostane po umocnění na druhou $0,64$ miliónu, což je méně než měl původně. Vidíme, že vlastnosti funkce $y = x^2$ v intervalu $(0,1)$ jsou, zejména pro učitele, naprosto nepřijatelné. Situace není o mnoho lepší ani v případě záporných hodnot. Je pravda, že dluh učitele $-0,8$ miliónu se po umocnění změní na zisk $0,64$ miliónu,[4] což však není mnoho v porovnání s dluhem zbohatlíka -3 milióny, který se změní v zisk 9 miliónů. A tak bych mohl pokračovat.

Myslím, že bylo sneseno dost argumentů, abychom mohli učinit zcela logický a přirozený závěr, že funkci $y = x^2$ je třeba co nejdříve zrušit. Protože se tato funkce vyskytuje poměrně často, zejména ve středoškolských učebnicích matematiky, jsou úspory více než zřejmé. Některé zvlášť podařené učebnice by měly až o 10% stránek méně.[5] Jsem přesvědčen, že zrušením funkce $y = x^2$ matematika nijak neutrpí. Místo této funkce budeme jednoduše používat funkci $y = |x|$, která se prakticky od funkce $y = x^2$ neliší, jak bylo ukázáno výše.

Ukažme si nyní, jaké změny nastanou po zrušení funkce $y = x^2$ u kuželoseček.

Kružnice dříve: $x^2 + y^2 = r^2$

Kružnice nyní: $|x| + |y| = r$



obr. 2

[4] Učiteli však stejně nikdo nepůjčí, takže úvaha o zisku 0,64 miliónu je jen akademická. Pozn. redakce.

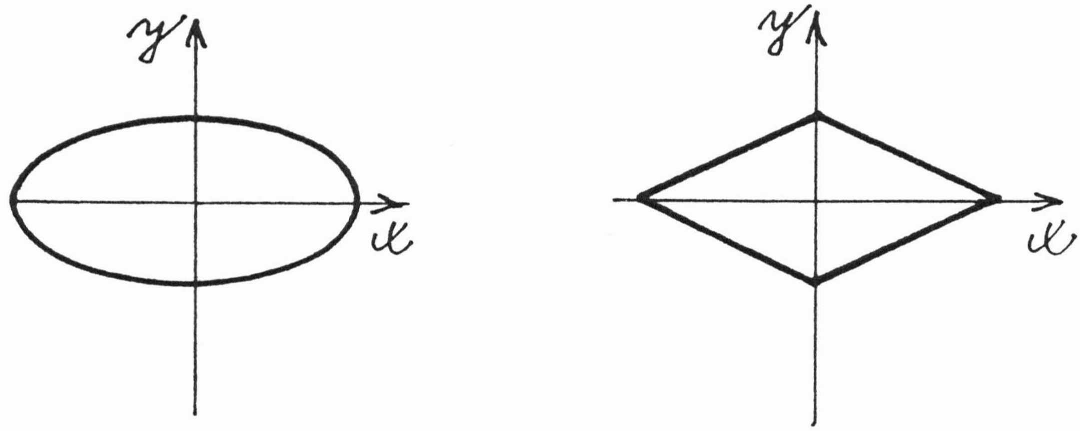
[5] Rovněž se ušetří na kružítkách, křivítkách apod. Pozn. redakce.

Elipsa dříve:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Elipsa nyní:

$\frac{|x|}{a} + \frac{|y|}{b} = 1$



obr. 3

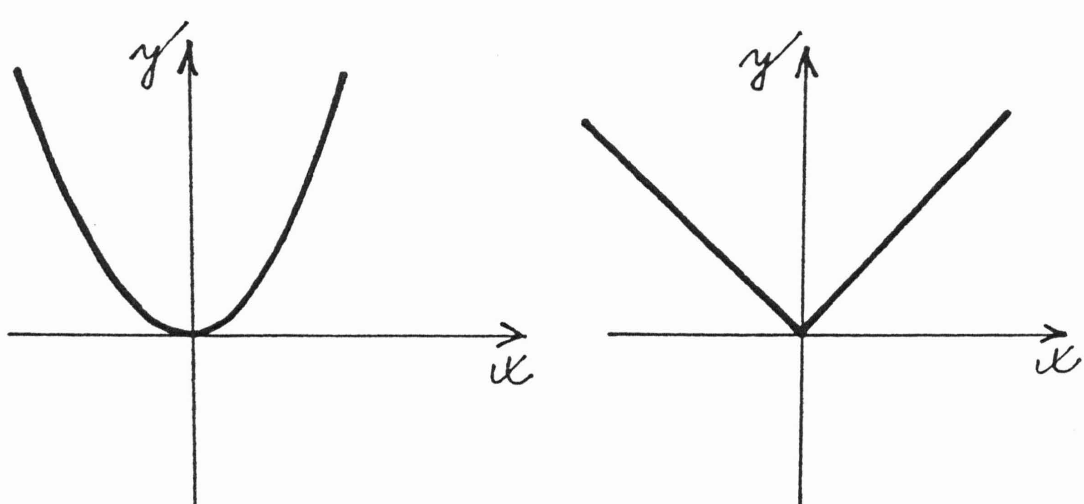
Lomená čára, která je hranicí kosočtverce, je poměrně oblíbena, což může způsobit oživení výuky.

Parabola dříve:

$x^2 = 2py$

Parabola nyní:

$|x| = 2py$



obr. 4

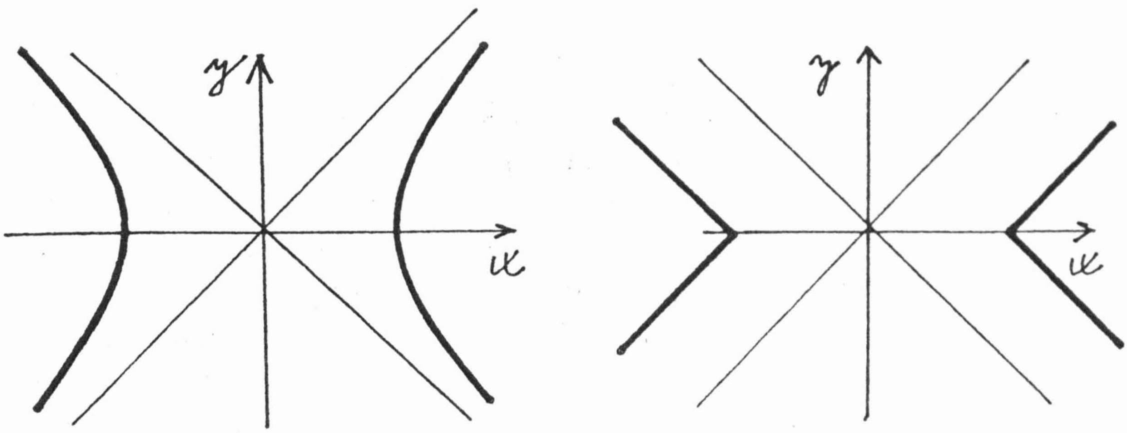
Bystří žáci mohou přemýšlet o nové interpretaci parametru p.

Hyperbola dříve:

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Hyperbola nyní:

$\frac{|x|}{a} - \frac{|y|}{b} = 1$



obr. 5

Zdá se přirozené, aby tyto nové „kuželosečky“ měly také svůj název. Rád bych je věnoval svému vědeckému odpůrci B. Henrymu. Původně jsem navrhl název *Henryho sečky*, který se mi však začal zdát vůči B. Henrymu příliš vstřícný. Navrhuji proto s konečnou platností pro „nově objevené kuželosečky“ název *hečky.*

Přeji vám, vážení kolegové, abyste si s *hečkami* užili hodně radosti.

V Grünfeldu ve 3 hodiny ráno

★ ★ ★

Z

Zenón z Eleje

Veselý dětský křik ruší ho stěží,
přesto však z okna se vykloní.
— Sousedův Achilek za želvou běží
a myslí, že ji dohoní.

E. Calda