Vladimír Vaněk; David Nocar

Počítejte s Klokanem – Benjamín

Učitel matematiky, Vol. 30 (2022), No. 3, 160–174

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/151113

POČÍTEJTE S KLOKANEM – BENJAMÍN

Vladimír Vaněk, David Nocar

Úvod

Benjamín je v pořadí (dle věku řešitelů) třetí kategorií mezinárodní matematické soutěže „Matematický klokan“. Tuto soutěž jistě není potřeba učitelům matematiky v ČR představovat. Připomeneme si jen, že kategorie Benjamín je určena pro žáky 6. a 7. ročníku základních škol, popř. ekvivalentních ročníků víceletých gymnázií. Kdo by měl zájem o podrobné informace k této soutěži, její historii, mezinárodnímu rozsahu, organizaci v rámci ČR, statistikám mezinárodním i českým atd., může nahlédnout např. do (Vaněk et al., 2018). Předcházejícím kategoriím se věnovaly články E. Novákové, kategorie Cvrček (Nováková, 2020) a M. Uhlířové, kategorie Klokánek (Uhlířová, 2021).

Záměrem tohoto článku je poskytnout učitelům matematiky na základních školách a víceletých gymnáziích sadu zajímavých úloh uvedené kategorie včetně úplných řešení, a to více způsoby, které mohou využít ve své výuce. Více řešení se uvádí proto, že úlohy ze soutěže Matematický klokan nejsou typové úlohy na procvičení konkrétního matematického aparátu nebo ověření jeho zvládnutí žákem. Tzv. „klokanské úlohy“ musí splňovat následující podmínky: jsou přiměřené věku řešitelů; musejí zaujmout, být motivující; nejedná se o typicky školské úlohy; pro jejich řešení není potřeba znalosti složitého matematického aparátu, stačí školské znalosti a dobrý nápad, tzn. existuje velmi krátké a elegantní řešení; na jejich vyřešení postačí maximálně 5 minut, tříbodové lze většinou řešit tzv. „z hlavy“; lze je formulovat jako úlohu s výběrem odpovědi; zadání musí být jednoznačné a co nejkratší.

Uvádíme i takové postupy, která využívají matematický aparát přesahující znalosti žáka dané věkové kategorie proto, aby se ukázalo a dokázalo řešení konkrétní úlohy. Užitý matematický aparát ovšem může přesahovat znalosti žáka dané věkové kategorie. Má-li vybraná úloha spadat do příslušné kategorie soutěže, musí být žáky daného věku řešitelná, proto musí existovat i možnost úlohu vyřešit úvahou přiměřenou věku řešitele. Důvodem je i časový rámec soutěže. S ohledem na množství úloh a stanovený časový limit musí být řešitel schopen každou úlohu vyřešit ve velmi krátkém čase.

Jelikož se v rámci této soutěže jedná o úlohy s výběrem odpovědí, z nichž je vždy jen jedna správná, lze u některých úloh zvolit strategii řešení eliminací distraktorů[1]. Zmíněné strategie řešení jsou od řešitelů v této soutěži očekávány, ale jak již bylo uvedeno, předkládáme i časově náročnější metody řešení příslušným matematickým aparátem, aby tato řešení mohla být použita ve výuce matematiky k procvičení příslušného matematického aparátu v rámci konkrétního učiva. Z tohoto důvodu u každé úlohy uvádíme, k jakému učivu dle RVP ZV (MŠMT, 2021) lze úlohy využít.

Řešené úlohy v tomto článku byly vybírány z ročníků poslední dekády, tj. z let 2013 až 2022. Pokud byla úloha do daného ročníku mezinárodní asociací AKSF (AKSF, 1994) vybrána a nebyla vyměněna organizačním výborem ČR z důvodu náročnosti, lze takovou úlohu nalézt ve sborníku z příslušného ročníku na webových stránkách soutěže (JČMF, 1995), kde jsou aktuálně k dispozici sborníky z let 2004–2021. U každé úlohy je vždy uvedeno, ze kterého ročníku byla převzata a pod jakým číslem ji ve sborníku naleznete. U některých úloh je uvedeno, že se jedná o úlohu, která byla asociací AKSF pro daný ročník navržena, ale ve finále na mezinárodním setkání vybrána nebyla.

K dekádě let 2013–2022 si ještě uvedeme stručnou informaci o vývoji počtu účastníků, neboť zde je možné vidět vzrůstající tendenci celkového počtu účastníků soutěže svědčící o její atraktivitě.

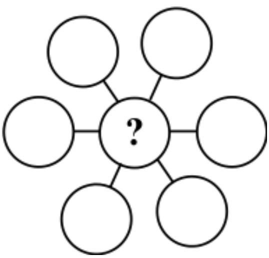
[1] Tj. alternativa odpovědi v položkách s volbou, často podobná, ale nesprávná varianta odpovědi (slovník cizích slov, `scs.abz.cz`).

Ta byla nicméně v posledních letech poznamenána epidemickou situací související s onemocněním Covid-19.

	Cvr.	**Klok.**	**Benj.**	**Kad.**	**Jun.**	**Stud.**	$\sum$
2013	86 011	86 065	67 794	59 408	15 503	8 243	**323 024**
2014	97 478	94 528	69 635	61 244	15 479	7 900	**346 264**
2015	102 346	96 763	71 120	64 074	15 559	7 894	**357 756**
2016	109 187	105 668	74 113	62 953	16 002	8 115	**376 038**
2017	115 925	111 013	75 330	65 443	16 326	7 568	**391 605**
2018	115 120	117 232	80 227	66 405	15 233	7 051	**401 268**
2019	113 681	120 080	82 252	66 977	15 941	6 764	**405 695**
2020	7 577	10 476	9 327	6 678	2 217	926	**37 201**
2021	20 350	31 193	30 519	25 401	8 638	3 373	**119 474**
2022	89 496	96 572	76 886	67 660	15 667	6 904	**353 185**

Úlohy

Úloha 1 (navržená/2018). Zapište čísla 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 do koleček tak, aby se součty tří čísel na úsečkách rovnaly. Určete součet všech čísel, které můžeme zapsat místo otazníku.
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 18



Řešení. Nejprve si všimněme, že součet všech čísel je dělitelný třemi. Číslo zapsané místo otazníku se objeví v každém ze tří součtů, tedy jeho hodnota nemá vliv na požadavek jejich rovností, neboli platí tvrzení, že součty protilehlých čísel si musí být rovny.

Odtud plyne, že součet čísel na obvodu obrazce musí být dělitelný třemi. Spolu s prvním poznatkem musí být dělitelné třemi i číslo zapsané místo otazníku. Otazník tak můžeme nahradit pouze čísly 3, 6 a 9.

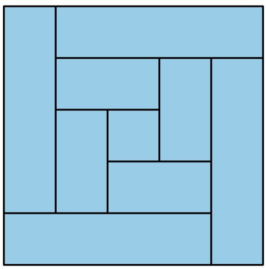
Stejná úvaha, ovšem žákovi tohoto věku bližší, bude následující: Pokud ze všech čísel odebereme jedno, které je na pozici otazníku, budeme zbývajících šest čísel rozdělovat do tří skupinek tak, aby se součty čísel ve skupinkách rovnaly. Tedy součet všech čísel zmenšený o číslo na pozici otazníku musí být dělitelný třemi. Matematicky lze zapsat takto $3 \mid (42-?)$ nebo $(42-?) = 3k$, kde $k \in \mathbb{Z}$. Postupným dosazováním čísel 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 za „?“ najdeme ta, která splňují podmínku $3 \mid (42-?)$.

Závěr. Součet čísel, kterými můžeme nahradit otazník, je 18.

Učivo dle RVP ZV: dělitelnost přirozených čísel – prvočíslo, číslo složené, násobek, dělitel.

Úloha 2 (16/2018). Pavel rozřezal 8 cm širokou dřevěnou desku na 9 částí. Jedna část je čtverec o straně 8 cm a zbývající jsou obdélníky. Poté jednotlivé části seskládal dohromady, jak ukazuje obrázek. Určete délku původní desky.

(A) 150 cm (B) 168 cm (C) 196 cm
(D) 200 cm (E) 232 cm



Řešení. Jedno z možných řešení, ptáme-li se na délku, je určení délek všech dílčích částí (1 čtverec + 8 obdélníků). Středová část je čtverec o straně $a = 8$ cm. Čtverec je obložen čtyřmi obdélníky o stranách a, b_1. Délky stran b_1 obdélníků byly zvoleny tak, že spolu s vnitřním čtvercem tvoří další větší čtverec o straně délky $3a$.

Tyto obdélníky tedy mají délku strany $b_1 = 2a = 16\,\mathrm{cm}$. Stejným způsobem pokračujeme dál. Nově vzniklý čtverec je obložen čtyřmi obdélníky o stranách a, b_2. Opět platí, že tyto obdélníky spolu s předchozím čtvercem tvoří další větší čtverec, tj. ke čtverci o straně $3a$ byl přiložen obdélník s délkou jedné strany také a, tudíž další obdélník přiložený ke čtverci, který je oproti předchozímu obdélníku otočený o $90°$, musí mít délku druhé strany $b_2 = 3a + a = 4a$.

Stejná úvaha platí pro všechny čtyři větší obdélníky umístěné kolem předchozího čtverce. Spolu vytváří výsledný velký čtverec o straně $a + b_2 = a + 4a = 5a$. U těchto větších obdélníků je tedy délka strany $b_2 = 4a = 32\,\mathrm{cm}$. Původní deska, kterou Pavel nařezal, je tedy představována jedním čtvercem o délce strany 8 cm, čtyřmi obdélníky o stranách 16 cm a 8 cm a čtyřmi obdélníky o stranách 32 cm a 8 cm.

Elegantnější řešení vychází místo z výpočtů délek z výpočtů obsahů rovinných útvarů (obdélníků a čtverců). Z obrázku snadno určíme délku strany výsledného velkého čtverce $a = 40\,\mathrm{cm}$. Odtud plyne, že obsah čtverce $S = 1600\,\mathrm{cm}^2$. Původní deska tvaru obdélníku a šířky 8 cm musela mít stejný obsah, tj. $1600 = 8 \cdot x$. Odkud $x = 200$, tj. původní délka desky byla 200 cm.

Jelikož se jedná o „klokanskou“ úlohu s výběrem odpovědí, je možné úlohu vyřešit analýzou nabízených odpovědí. Samozřejmě vycházíme ze zadání úlohy a stanovíme si cestu, k jakému typu řešení úloha vede. Dle počátečních úvah ať již z prvního způsobu řešení nebo i z druhého lze rychle stanovit délky jednotlivých částí desky (obdélníků). Šířka desky (8 cm) je rovněž délkou strany středového čtverce (1 ks), délka menšího obdélníku (4 ks) je $2a$ a délka většího obdélníku (4 ks) je $4a$. Celková délka původní desky je tedy rovna násobku čísla 8. Proto z nabízených odpovědí vyloučíme distraktory 150 cm a 196 cm. Rovněž musí být hledaná délka násobkem 25, neboť $a + 4 \cdot 2a + 4 \cdot 4a = 25a$, čímž vyloučíme distraktory 168 cm a 232 cm.

Závěr. Délka původní desky byla 200 cm.

Učivo dle RVP ZV: rovnice – lineární rovnice, soustava dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými; rovinné útvary – úsečka, čtyřúhelník, pravidelné mnohoúhelníky, shodnost.

Úloha 3 (24/2021). V desetičlenné skupině elfů a trollů dostal každý člen jeden žeton s jiným číslem od 1 do 10. Každý z nich byl dotázán, jaké číslo je na jeho žetonu, a každý odpověděl číslo od 1 do 10. Součet čísel, která odpověděli, byl 36. Každý troll zalhal a každý elf řekl pravdu. Urči nejmenší možný počet trollů ve skupině.
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Řešení. Součet čísel na všech deseti kartičkách je

$$1 + 2 + \cdots + 10 = 55.$$

Je-li součet smyšlených odpovědí 36, pak rozdíl mezi skutečným a smyšleným součtem je 19. Pokud hledáme nejmenší počet trollů ve skupině, znamená to, že se jejich lživé odpovědi musí co nejvíce lišit od skutečných čísel na jejich kartičkách. Maximální možný rozdíl je 9. (Troll má kartičku s číslem 10, ale uvede hodnotu 1.) Dva trollové tak mohou nahlásit nejvýše o 17 bodů méně, než skutečně mají.

Závěr. Ve skupině jsou minimálně 3 trollové.

Učivo dle RVP ZV: logické úlohy, číselné a logické řady.

Úloha 4 (23/2013). Pro některá trojmístná čísla platí zajímavá vlastnost: když od takového čísla odečteš číslo 297, dostaneš trojciferné číslo zapsané stejnými číslicemi, ale v opačném pořadí. Kolik takových trojmístných čísel existuje?
(A) 6 (B) 10 (C) 60 (D) 70 (E) 90

Řešení. Úlohu lze řešit využitím principu zápisu čísla v desítkové soustavě. Libovolné trojmístné číslo $\overline{abc}$ pak můžeme zapsat ve tvaru

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c \cdot 1, \quad \text{kde} \quad a \neq 0.$$

Dle zadání navíc platí:

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c \cdot 1 - 297 = \overline{cba} = c \cdot 100 + b \cdot 10 + a \cdot 1,$$

kde $a, c \in \{1, 2, 3, \ldots, 9\}$. Po jednoduché úpravě pak

$$(a - c) \cdot 100 + (c - a) \cdot 1 = 297.$$

Odtud je zřejmé, že $a > c$, neboli $(c - a) < 0$. Abychom mohli porovnávat levou a pravou stranu, upravíme levou stranu:

$$(a - c - 1) \cdot 100 + 90 + (10 + c - a) = 297.$$

Porovnáním hodnot na pozicích stovek, resp. pozicích jednotek, získáváme soustavu rovnic

$$\begin{aligned} a - c - 1 &= 2, \\ 10 + c - a &= 7. \end{aligned}$$

Obě rovnice vyjadřují tentýž vztah mezi a a c $(a - c = 3)$. Jinými slovy, hodnost matice soustavy je jedna, a proto očekáváme nekonečně mnoho řešení v závislosti na jednom parametru, který označíme t.

Řešením soustavy jsou dvojice $(a, c) = (t + 3, t)$, kde $t \in \{1,$ $2,$ $3,$ $4,$ $5,$ $6\}$. Existuje zde tedy šest možností pro dvojice (a, c), přitom b může pro každou takovou dvojici nabývat libovolných celočíselných hodnot od 0 do 9.

Žáci 6. a 7. ročníků budou řešit úlohu spíše následující úvahou. Úlohu můžeme přepsat do tvaru

$$\begin{array}{cccc} & c & b & a \\ + & 2 & 9 & 7 \\ \hline & a & b & c \end{array}$$

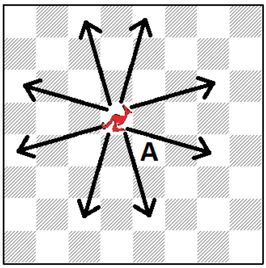
Dle zadání musí platit $a > c$ a $a \neq 0 \neq c$. Z číslic na místě jednotek víme, že $20 > a + 7 > 10$, tedy $a + 7 = 10 + c$, neboli $c = a + 3$.

Této podmínce vyhovují pouze čísla ve tvaru $\overline{4b1}$, $\overline{5b2}$, $\overline{6b3}$, $\overline{7b4}$, $\overline{8b5}$ a $\overline{9b6}$, kde $b \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$. Těch je celkem 60.

Závěr. Trojmístných čísel splňujících podmínky zadání je 60.

Učivo dle RVP ZV: desetinná čísla, zlomky – rozvinutý zápis čísla v desítkové soustavě; výrazy – číselný výraz a jeho hodnota, proměnná, výrazy s proměnnými; rovnice – lineární rovnice, soustava dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými.

Úloha 5 (16/2015). Představ si novou šachovou figurku klokana. Klokan se po šachovnici pohybuje tak, jak je znázorněno na obrázku: 3 šachová pole vpřed a 1 bokem. Urči nejmenší počet tahů, které potřebuješ k přemístění figurky klokana ze současné pozice na pole A.
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



Řešení. Nahraďme šachovnici kartézskou soustavou souřadnic, kdy se má klokan z bodu $K = [0,0]$ přemístit do bodu $A = [1,-1]$. Jednotlivé pohyby můžeme reprezentovat příslušnými vektory $\overrightarrow{v} = (a_i, b_i)$, kde $a_i, b_i \in \{\pm 1, \pm 3\}$ a $i \in \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, přičemž $|a_i| \neq |b_i|$ pro danou hodnotu i. Je zřejmé, že jedním tahem nelze dosáhnout cílové pozice. Předpokládejme, že tak můžeme učinit dvěma tahy. Pak musí existovat a_1, a_2, b_1, b_2, aby platilo:

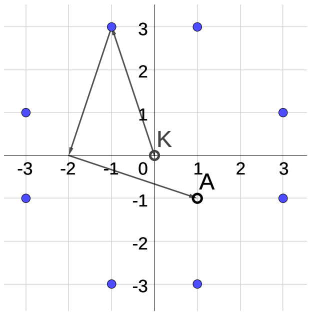
$$[0,0] + (a_1, b_1) + (a_2, b_2) = [1,-1],$$

neboli $a_1 + a_2 = 1$ a současně $b_1 + b_2 = -1$. Odtud $a_1 = 1 - a_2$. Vzhledem k podmínce $a_1, a_2 \in \{\pm 1, \pm 3\}$, taková a_1, a_2 neexistují. Stačí tedy ukázat, že najdeme alespoň jedno přemístění třemi tahy, neboli najdeme alespoň jedno řešení rovnice

$$[0,0] + (a_1, b_1) + (a_2, b_2) + (a_3, b_3) = [1,-1].$$

Například (obr. 1)

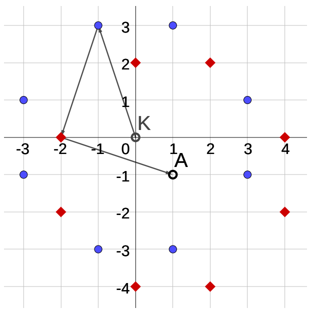
$$[0,0] + (-1,3) + (-1,-3) + (3,-1) = [1,-1].$$



Obr. 1: Jedna z možných nejkratších cest

Žáci však budou nejspíše hledat řešení zkoušením různých možností. Zde ovšem nemají jistotu, že je jejich cesta opravdu ta s nejmenším počtem tahů. Mohou si však úlohu zjednodušit následující úvahou.

Nejprve si najdeme všechny pozice klokana, na které se může dostat z výchozí pozice jedním tahem (kolečka). V naší výše uvedené kartézské soustavě souřadnic se jedná o body $[-3,1]$, $[-3,-1]$, $[-1,3]$, $[1,3]$, $[3,1]$, $[3,-1]$, $[1,-3]$ a $[-1,-3]$. Dále vyznačme pozice, ze kterých se může jedním tahem dostat do cíle (čtverečky), tedy body $[-2,-2]$, $[-2,0]$, $[0,2]$, $[2,2]$, $[4,0]$, $[4,-2]$, $[2,-4]$ a $[0,-4]$. Viz obrázek 2.

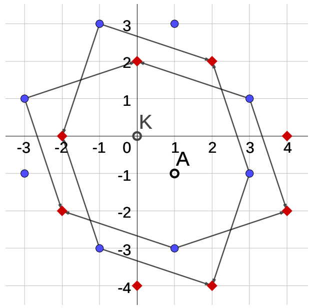


Obr. 2: Pozice po prvním a před posledním tahem

Nyní opět hledáme nejmenší počet tahů, kterými se můžeme dostat z některého bodu označeného kolečkem do některého bodu označeného čtverečkem. Zřejmě to lze jedním tahem, např. $[-1,3] \rightarrow [-2,0]$. Odtud vidíme, že jednou z možných cest je

$$[0,0] \rightarrow [-1,3] \rightarrow [-2,0] \rightarrow [1,-1].$$

Pro úplnost předkládáme obrázek 3, který zobrazuje všechny druhé tahy, kterými je možné úlohu výše uvedeným postupem vyřešit. Celkový počet řešení je 12.



Obr. 3: Druhé tahy pro všechna řešení.

Závěr. Pro přemístění klokana je třeba nejméně tří tahů.

Učivo dle RVP ZV: závislosti a data – příklady závislostí z praktického života a jejich vlastnosti, nákresy, schémata, grafy; funkce – pravoúhlá soustava souřadnic; číselné a obrázkové analogie; rovnice – lineární rovnice, soustava dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými.

Úloha 6 (21/2015). Ve vlaku z Olomouce do Prahy je zařazeno 8 vagónů. V každém vagónu je stejný počet kupé. Michal sedí ve třetím vagónu v 18. kupé za lokomotivou. Jana sedí v sedmém vagónu v 50. kupé za lokomotivou. Kolik kupé je v každém z vagónů?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

Řešení. Nejprve ukážeme řešení úlohy, aniž bychom analyzovali nabízené odpovědi.

Nechť $k \in \mathbb{N}$ je počet kupé v jednom vagónu. Michal sedí v 18. kupé ve třetím vagónu. Je před ním tedy minimálně $2k$ kupé, ale maximálně $(3k-1)$ kupé. To v případě, že by jeho kupé bylo posledním v třetím vagónu. Obdobně pro Janinu pozici v 50. kupé platí, že před ní je minimálně $6k$ kupé a maximálně $(7k-1)$ kupé.

Pokud si uvedené informace přepíšeme symbolicky pomocí nerovností, pak:

$$2k < 18 < 3k - 1, \qquad 6k < 50 < 7k - 1,$$

po úpravě

$$\frac{19}{3} < k < 9, \qquad \frac{51}{7} < k < 9.$$

Jak bylo uvedeno výše, k je přirozené číslo, proto můžeme psát

$$\frac{19}{3} < 7 \leq k < 9, \qquad \frac{51}{7} < 8 \leq k < 9.$$

Poslední nerovnost pak jednoznačně určuje hodnotu k. Při tomto řešení tak informace o Michalově pozici není potřebná.

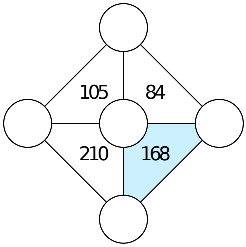
Daleko rychlejší a pro žáky snazší cestou je analýza navržených odpovědí. Z informace o Michalově pozici ve vlaku je zřejmé, že vagón nemůže mít 12 kupé (E), neboť by 18. kupé bylo již v druhém vagónu. Ze stejného důvodu můžeme vyloučit i odpovědi (C) a (D). Obdobně odmítneme (A), protože v tomto případě by kupé s číslem 50 bylo až v osmém vagónu a nevyhovovalo by tak pozici Jany.

Závěr. V každém vagónu je 8 kupé.

Učivo dle RVP ZV: závislosti a data – příklady závislostí z praktického života a jejich vlastnosti, nákresy; výrazy – číselný výraz a jeho hodnota, proměnná, výrazy s proměnnými.

Úloha 7 (23/2022). Čísla 3, 4, 5, 6, 7 zapiš do pěti kroužků tak, aby číslo uvnitř každého trojúhelníku bylo součinem všech tří čísel v jeho vrcholech. Urči součet tří čísel ve vrcholech vybarveného trojúhelníku.

(A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 17 (E) 18



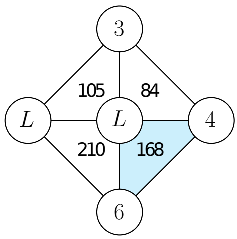
Řešení. Jedno z řešení, na které by žák daného věku měl přijít, je založeno na rozložení daných čísel na součin tří činitelů z množiny $\{3, 4, 5, 6, 7\}$. Takto můžeme čísla v trojúhelnících zapsat následovně:

$$\begin{aligned} 210 &= 7 \cdot 6 \cdot 5, \\ 105 &= 7 \cdot 5 \cdot 3, \\ 168 &= 7 \cdot 6 \cdot 4, \\ 84 &= 7 \cdot 4 \cdot 3. \end{aligned}$$

Odtud vidíme, že číslo, které se v rozkladech objevuje celkem čtyřikrát, je 7, proto bude ležet v prostředním kroužku. Ostatní čísla se objevují po dvojicích, což nám zaručuje řešitelnost dané úlohy.

Obdobně, ovšem bez zjištění, zda je úloha řešitelná, můžeme postupovat pouze pomocí rozkladu čísla 168. Vzhledem k podmínkám zadání hledáme takové rozklady na součin tří činitelů, které jsou z množiny $\{3, 4, 5, 6, 7\}$. Jediným rozkladem je $168 = 7 \cdot 6 \cdot 4$.

Nechceme-li využít rozkladu čísel, můžeme nalézt řešení následující úvahou.



Levý horní trojúhelník obsahuje jako jediný liché číslo. Ve vrcholech tak mohou být zapsána pouze čísla lichá. Navíc obsahuje číslo, stejně jako pravý horní trojúhelník, které je polovinou čísla v trojúhelníku pod ním. Je tak zřejmé, že číslo v horním vrcholu čtverce musí být polovinou čísla zapsaného v dolním vrcholu čtverce. Jedinou dvojicí z množiny $\{3, 4, 5, 6, 7\}$ je $(3, 6)$. Do pravého vrcholu čtverce můžeme zapsat zbývající číslo 4.

V obarveném trojúhelníku již známe hodnoty dvou jeho vrcholů a ve třetím může být buď číslo 5, nebo číslo 7. První z nich lze okamžitě vyloučit, neboť výsledkem součinu čísel obsahující pětku je číslo, které má na pozici jednotek číslici 0 nebo 5, což 168 nesplňuje. Ve třetím vrcholu obarveného trojúhelníku tak musí být číslo 7.

Závěr. Součet čísel ve vrcholech vybarveného trojúhelníku je 17.

Učivo dle RVP ZŠ: dělitelnost přirozených čísel – číslo složené, násobek, dělitel, kritéria dělitelnosti.

Závěr

V článku jsme představili řešení několika vybraných zajímavých úloh z kategorie Benjamín soutěže Matematický klokan. Úlohy specifické pro tuto soutěž považujeme nejen za zajímavé, ale jejich potenciál spatřujeme i v rozvíjení kompetencí důležitých pro budování matematické gramotnosti žáka, jako jsou správný úsudek, logické myšlení, optimalizace hledání vhodných strategií řešení apod. Proto by byla škoda, kdyby tyto úlohy, jejichž přípravě se pro každý ročník vždy věnuje minimálně půl roku, byly použity jen jednou, a to v den konání soutěže (Kangaroo Day). Úlohy jsou sice volně dostupné ve sbornících na webové stránce soutěže, bohužel ale bez řešení. Pro učitele bude jistě přínosné, budou-li mít k dispozici i sadu zajímavých řešených úloh přiřazených ke konkrétnímu učivu.

Stejně jako si soutěž Matematický klokan klade za cíl popularizovat matematiku na školách, zvyšovat motivaci žáků k řešením zajímavých úloh a nabízí jim možnost si zasoutěžit a zažít úspěch v podobě dobrého umístění, mohou tyto úlohy žáky motivovat i mimo soutěž. Obdobné typy úloh se objevují například v testech při přijímacím řízení na střední školy.

Příští článek bude věnován úlohám kategorie Kadet (pro 8. a 9. ročník základní školy popř. ekvivalentní ročníky víceletých gymnázií).

Několik slov o autorech

Autoři článku se věnují v rámci organizačního výboru soutěži Matematický klokan již 20 let. Vladimír Vaněk je místopředsedou organizačního výboru MK ČR, zástupcem ČR v asociaci Kangarou sans frontieres a garantem kategorie Junior pro ČR. David Nocar je členem organizačního výboru MK ČR, administrátorem (web, online distribuce), do roku 2021 garantem kategorie Benjamín pro ČR a od roku 2022 garantem kategorie Kadet pro ČR.

Literatura

[1] AKSF (1994). *Association Kangourou sans Frontieres.* `http://aksf.org`

[2] JČMF (1995). *Matematický klokan.* `http://www.matematickyklokan.net`

[3] MŠMT (2021). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* `https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv`

[4] Nováková, E. (2020). Žáci, učitelé a Cvrček: „Dělali jsme Cvrčka“ – A co dál? *Učitel matematiky*, *28* (4), 194–207.

[5] Uhlířová, M. (2021). Geometrické hrátky s klokánkem. *Učitel matematiky*, *29* (3), 129–145.

[6] Vaněk, V., Calábek, P., & Nocar, D. (2018). České stopy v Matematickém klokanovi. *Matematika fyzika informatika*, *27* (5), 334–346.

Abstract

The article is meant to provide primary math teachers (and their colleagues at grammar schools) with a set of interesting tasks selected from the international competition Mathematical Kangaroo – Benjamin category. They include different ways of complete solutions, which can be used by teachers in their lessons. To make the application in the lessons easier, we also added a description of the topic, which is related to the task, based on the Primary Curriculum Framework.

Vladimír Vaněk
Katedra algebry a geometrie
Přírodovědecká fakulta
Univerzita Palackého v Olomouci
17. listopadu 12
779 00 Olomouc
e-mail: vladimir.vanek@upol.cz

David Nocar
Katedra matematiky
Pedagogická fakulta
Univerzita Palackého v Olomouci
Žižkovo náměstí 5
779 00 Olomouc
e-mail: david.nocar@upol.cz