Martina Bečvářová

Maturitní zkoušky (4)

Učitel matematiky, Vol. 7 (1999), No. 4, 238–247

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/151006

MATURITNÍ ZKOUŠKY (4)

Martina Bečvářová

Maturitní zkoušky v Československé republice

Československá republika ponechala zprvu v platnosti veškeré rakouské zákony a nařízení týkající se školství.

Dne 25. května 1919 došlo ke změně učebních plánů, osnov i učebnic, jejich platnost byla rozšířena i na Slovensko; tak byly položeny základy jednotnému řízení československého školství. Podle těchto osnov došlo k výraznému omezení náboženství, rozšíření matematiky, nově byla zavedena samostatná chemie; na reformní reálná gymnázia byla zavedena povinná deskriptivní geometrie a chemie. Postupně se snižoval počet klasických gymnázií, naopak se zvětšoval počet reálných gymnázií, která získávala značnou oblibu.

V následujících letech proběhla řada reformních akcí; připomeňme jen ty nejvýznamnější. V roce 1923 vzniklo oddělení pro reformu škol při ministerstvu školství a národní osvěty, které řídil ministerský rada Mašek. Výsledkem jeho práce byl *Návrh na organizaci občanské a střední školy*, který však vyvolal velmi negativní ohlas. Byla proto vytvořena nová reformní komise v čele s B. Bydžovským. Ta v roce 1924 podala další návrh reformy, který bohužel pro nepříznivou hospodářskou situaci tehdejšího Československa úplně zapadl. V roce 1929 byla vyhlášena anketa o úpravách veřejných škol, která vyzněla pro zachování stávajícího jen nepatrně upraveného rakouského modelu. V této době V. Příhoda navrhl reformovat střední školu současně se školou měšťanskou a vytvořit jednotnou, ale vnitřně diferencovanou školu s devítiletou povinnou školní docházkou. Příhoda uvažoval o třech vzdělávacích stupních. I. stupeň měla tvořit pětiletá obecná škola, II. stupeň čtyřletá škola se dvěma větvemi — technickou a humanitní, III. stupeň čtyřletá jednotná střední škola zahrnující v sobě všechny dosavadní typy středních škol. Ve třicátých letech byly za ministra Ivana Dérera opětovně zřízeny komise pro školskou reformu (oblast národních škol spravoval V. Příhoda a oblast středních škol B. Bydžovský).

Ve školním roce 1930/31 byla provedena úprava *nižší střední školy*, došlo ke změnám výuky v prvních čtyřech třídách klasických a reálných gymnázií i reálek. První třída klasických a reálných gymnázií typu A měla společné osnovy, rovněž tak první a druhá třída reálky a reformního reálného gymnázia. Na gymnáziích i reálných gymnáziích se povinně vyučovala latina, na reálkách a reformních reálných gymnáziích se povinně vyučovala francouzština; cizí jazyky byly přesunuty až do třetího ročníku, tím se první dva ročníky staly jakýmsi společným dvouletým základem. Současně se na obou typech reálných gymnázií povinně učila němčina. V témže roce došlo také ke změně maturitních zkoušek, písemné práce zůstaly zachovány ve stejném rozsahu jako v roce 1908, na všech typech středních škol ústní zkouška prověřila znalosti z českého jazyka a matematiky, další části závisely na typu školy a do jisté míry i na volbě studenta. Výraznou změnou oproti rakouskému systému byla možnost volitelného maturitního předmětu uplatňovaná především na reformních reálných gymnáziích. V roce 1933 byla vypracována reforma *vyššího stupně středních škol*, byly vytištěny nové osnovy a v jejich duchu byla zahájena výuka. Úplná reforma střední školy nebyla realizována, přišla válka.

Shrneme-li vývoj středních škol v období 1918–1938, musíme konstatovat, že nedošlo k výrazným změnám oproti osvědčenému rakouskému systému. Jisté úpravy osnov nastaly v souvislosti s rozvojem přírodních věd a zejména s národnostními změnami v zemi. České školství bylo v rakouské monarchii i v Československé republice na vysoké úrovni a plně odpovídalo úrovni vyspělých evropských států. Následující vývoj za války a po roce 1948 vedl k jiným typům středoškolského vzdělání. Více o vývoji školského systému u nás viz [1]–[5].

Jistý přehled o úrovni ústních maturitních zkoušek z matematiky v období první Československé republiky si můžeme udělat pomocí *maturitních sbírek*. Podívejme se na některé z nich.

V úvodu je třeba říci, že v první polovině 20. století matematických sbírek mnoho nebylo. Nejrozšířenější publikací tohoto typu byla *Sbírka úloh z matematiky pro vyšší třídy středních škol* B. Bydžovského a J. Vojtěcha, která byla poprvé vydána v roce 1912; do roku 1939 vyšla ještě třikrát (na úpravě dalších vydání se podíleli S. Teplý a F. Vyčichlo). Nebyla klasickou maturitní sbírkou, ale spíše pomůckou pro studenty V.–VIII. ročníku. Obsahovala látku z aritmetiky a algebry (zpracoval ji Bydžovský) a z geometrie (Vojtěch). Partie věnované aritmetice a algebře obsahovaly tato témata: početní operace, vlastnosti celých čísel, zlomky, rovnice prvního stupně s jednou neznámou, mocniny a odmocniny, rovnice druhého stupně s jednou neznámou, úlohy vyšších stupňů (soustavy rovnic, úlohy na extrémy), logaritmy, řady, kombinatorika, pravděpodobnost, finanční a pojistná matematika, doplňky k aritmetice (reálná a komplexní čísla, kongruence, funkce, neurčité rovnice). Partie věnované geometrii obsahovaly tato témata: planimetrie, stereometrie, trigonometrie, analytická geometrie, doplňky (transformace, konstrukce). Je tedy zřejmé, že sbírku bylo možné využít k přípravě na maturitní zkoušku. Obdobný cíl plnily sbírky Otokara Maška: *Matematika v úlohách. Díl I. (Aritmetika a algebra), 534 zcela vypracovaných příkladů*, Brno 1927, *Matematika v úlohách. Díl II. (Geometrie), 433 zcela vypracovaných příkladů*, Brno 1928, a *Matematika v úlohách. Díl III. (Planimetrie), 364 zcela vypracovaných příkladů*, Brno 1930.[28]

Zajímavou sbírkou připravující k maturitní zkoušce byla *Sbírka maturitních příkladů z matematiky a deskriptivní geometrie* Františka Tomšího vydaná *Jednotou československých matematiků a fysiků* v Praze v roce 1930. Matematická část byla tvořena těmito partiemi: algebra (112 příkladů), planimetrie (26), stereometrie (62), trigonometrie rovinná (48), trigonometrie sférická (39), analytická geometrie (100) a základy vyšší matematiky (65). Obsahuje 452 příkladů z matematiky a 237 z deskriptivní geometrie, návody k řešení a výsledky. Ocitujme z každé kapitoly několik příkladů (v hranatých závorkách jsou uvedeny výsledky).

[28] Sbírka se dočkala mnoha vydání, na počátku 50. let byla upravena a vydána pod názvem *Řešené úlohy z matematiky*.

Algebra

1. *Odvoditi pravidlo pro řešení redukované rovnice kvadratické a vlastnosti jejích kořenů! (Co jest diskriminant a kořenový činitel?) Rozměry rovnoběžnostěnu jsou kořeny rovnice*

$$x^3 - 10x^2 + 31x - 30 = 0 \ .$$

Určete objem! $(x_1 = 2)$!

$[R = 30cm^3]$

2. Řešte soustavu:

$$x + y = 2a.$$
$$xy(x^2 + y^2) = \frac{15}{8}a^4.$$

$[\frac{1}{2}a(2 \pm i), \frac{3}{2}a, \frac{1}{2}a; \frac{1}{2}a(2 \pm i), \frac{1}{2}a, \frac{3}{2}a]$

3. *Úhly trojúhelníka tvoří řadu aritmetickou; součet kosinů jednotlivých úhlů činí* $\frac{5}{4}$. *Které jsou to úhly?*

$[\alpha = 18°35'25'', \quad \beta = 60°, \quad \gamma = 101°24'35'']$

4. *Vyšetřiti délku lomené čáry, která vznikne takto: rozdělíme plný úhel na* n *stejných dílů, zvolíme na jednom z paprsků bod* m *ve vzdálenosti* a *od středu svazku, spustíme s něho kolmici na další paprsek, s její paty opět kolmici na další paprsek, atd. do nekonečna. Diskutovati pro* $n = 5, 6, 8, 10, 12$.

$[S = a \cot \frac{2R}{n}]$

5. *Dlužník má platiti* 300 *Kč ihned,* 500 *Kč za* 3 *roky a* 700 *Kč za* 5 *roků. Chce zaplatiti celý dluh* 1500 *Kč najednou. Kdy tak může učinit při* 4% *složitém pololetním úrokování?*

[Za $3\frac{1}{4}$ roku]

6. *Někdo chce nastřádati* 20*letý roční důchod ve výši* 6000 *Kč tím, že po* 15 *roků ukládá vždy stejnou část. Jak veliký jest tento roční vklad při* 4% *slož. celoročním úrokování, má-li se důchod spláceti za rok po posledním vkladu?*

[4072,22 Kč]

7. *Kolik prvků jest třeba, aby počet amb s trojnásobným počtem teren a dvojnásobným počtem kvateren činil dohromady* 1210*?*

[11]

8. *40letá vdova má nárok na pensi 6000 Kč a mimo to na příspěvek pro svou 14letou dceru ročně 2400 Kč do jejího 21. roku. Jak velké odbytné by mohla přijmouti, jsou-li oba požitky splatné počátkem každého roku?*

[116851 Kč]

Planimetrie

1. *V mezikruží vésti sečnu tak, aby tětiva, obsažená v kružnici větší, byla kružnicí menší rozdělena na tři stejné díly!*

[Užitím věty tečnové]

2. *Sestrojiti kružnici L, která se dotýká kružnice K a mimo to kružnice M v bodě m. Jak se změní úloha, roste-li poloměr kružnice M do nekonečna? Které jsou ostatní úlohy Pappovy a čím se liší od Apolloniových?*

3. *Nad stranami čtverce, vepsaného do kruhu o poloměru r, opsány jsou polokruhy, jdoucí středem čtverce. Vypočítejte obsah vzniklé hvězdice.*

[$H = r^2(\pi - 2)$]

Stereometrie

1. *Pravidelný jehlan čtyřboký má podstavnou hranu $a = 24$ cm a hranový úhel při vrcholu má $\sin = \frac{12}{13}$. Určiti povrch a úhel bočných stěn!*

[$P = a^2(1 + \cot \frac{1}{2}\alpha) = 1440 cm^2$; $\sin \frac{1}{2}\omega = \frac{1}{6}\sqrt{26}$]

2. *Vypočítati povrch a objem pahranolu, jehož základny jsou shodné rovnostranné trojúhelníky o 180° otočené o straně a; výška $v = \frac{3}{2}a$.*

[$P = \frac{1}{6}(3 + 4\sqrt{7})a^2\sqrt{3}$, $O = \frac{1}{2}a^3\sqrt{3}$]

3. *Delší úhlopříčka v hlavním řezu šikmého válce svírá s daným poloměrem r úhel α a se stranou úhel β. Stanoviti jeho objem pro $r = 3$, $\alpha = 30°$, $\beta = 40°$.*

[$V = \frac{27\pi \sin 70°}{\sin 40°}$]

4. *Rotační kužel, jehož strana s svírá s podstavou úhel α, je seříznut tak, že oblina komolce rovná se součtu obou podstav. Určete stranu x seříznutého kužele!*

[$x = s \tan \frac{1}{2}\alpha$]

5. *Rotační kužel rozdělen jest řezem rovnoběžným s podstavou ve dvě části stejného povrchu i objemu. Který úhel tvoří strana s podstavou?*

[$\cos\alpha = \sqrt[3]{2} - 1$]

6. *Z bodu a kružnice o průměru* $2r = 25$ *cm vedena tětiva ab, k níž přísluší středový úhel* $\alpha = 73°44'20''$. *Značí-li c koncový bod průměru ac, jest vypočítati povrch a objem tělesa vzniklého rotací* Δabc *kolem průměru ac.*

[$P = 2\pi r^2 \sin\alpha(\sin\frac{1}{2}\alpha + \cos\frac{1}{2}\alpha)$, $O = \frac{2}{3}\pi r^3 \sin^3\alpha \sin\frac{1}{2}\alpha$]

7. *Do rotačního válce jest vepsána koule, která se dotýká jeho obliny a podstavy. Který úhel tvoří s rovinou podstavy tečná rovina koule, odtíná-li od válce část, rovnou dvojnásobnému objemu koule?*

[$\alpha = 53°7'49''$]

8. *Výška přímého kužele jest zároveň průměrem koule. Jest určiti těleso, společné kouli i kuželi, je-li* $r = 10, v = 30$.

[855π]

Trigonometrie rovinná

1. *Výraz:* $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma$ *upraviti na tvar logaritmický za podmínky, že* α, β, γ *jsou úhly trojúhelníka.*

[$4\cos\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\beta\cos\frac{1}{2}\gamma$]

2. *Jakou stranu má kosočtverec, jehož součet úhlopříček* $s = 96$ *a jeden úhel* $\alpha = 56°26'$? *Který jest povrch a objem rotačního dvojkužele, vzniklého rotací kolem delší úhlopříčky?*

[$a = \frac{48}{\cos\frac{1}{2}\alpha + \sin\frac{1}{2}\alpha}$]

3. *Řešiti obecně trojúhelník, dáno-li* $(a + b) = m; c, r$.

[$\sin\gamma = \frac{c}{2r}$, atd.]

4. *Prodloužíme-li poloměr kružnice* $r = 4$ *cm o* 1 *cm a vedeme-li z koncového bodu sečnu tak, aby příslušná tětiva byla dvakrát větší než vnější část sečny, jak velký úhel svírá sečna s prodlouženým poloměrem?*

[$\cos\alpha = \frac{2}{5}\sqrt{3}$]

5. *Z okna v prvním patře budovy spatřujeme patu věže v hloubkovém úhlu* $\beta_1 = 6°05'$ *a vrchol její ve výškovém úhlu* $\alpha_1 = 24°$. *Vystoupíme-li do druhého poschodí, jeví se z okna, které je nad prvním o* 9.4 *m výše položeno, pata věže v hloubkovém úhlu* $\beta_2 = 11°24'$. *Jak daleko je věž od budovy a jak vysoká je věž?*

$[x = \frac{a \cos\beta_1 \cdot \cos\beta_2}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}; \quad v \doteq 55\text{m}]$

Trigonometrie sférická

1. *Kružnice o poloměru* $r = 10$ *promítá se do* π *jako elipsa o malé ose* $b_1 = 3$ *a do* ν *jako elipsa o malé ose* $b_2 = 4$. *Které úhly svírají stopy roviny* ϱ *s osou* X*? Jak velké jsou odchylky roviny toho kruhu od průměten? Jak veliké jsou osy průmětu této kružnice do třetí hlavní průmětny?*

$[\epsilon = 65°12'31'', \quad \varphi = 70°53'37''; \quad a_3 = 10, \quad b_3 = r \cdot \cos\gamma]$

2. *Vypočítati obsah sférického trojúhelníka rovnostranného, je-li poloměr koule* $r = 10$ *cm, strana* $a = 80°$.

$[\Delta = 35.8\pi]$

3. *Povrch pravidelného trojbokého jehlanu rovná se pětinásobné základně. Jaká jest odchylka a) dvou bočných stěn, b) bočné stěny od základny?*

$[\cos\alpha = \frac{13}{32}, \quad \cos\beta = \frac{1}{4}]$

4. *Vypočítati stěnový úhel pravidelného* 12*stěnu a* 20*stěnu!*

$[\omega_{12} = 116°33'53'', \quad \omega_{20} = 138°11'36'']$

5. *Aeroplán letí z Rio de Janeira* ($\alpha_1 = 22°55'$ *j. š.*, $\beta_1 = 43°9'$ *z. d.*) *rychlostí* $v = 100$ *km/h nejkratší cestou do Hamburku* ($\alpha_2 = 53°33'$ *s. š.*, $\beta_2 = 9°59'$ *v. d.*). *a) Kolik km urazí, b) jak dlouho trvá let, c) v kterém kursu odlétá, d) kde překročí rovník?*

[a) 9910 km, b) 99 hodin, c) $\delta = 28°23'$ SV, d) $31°16'$ z. d.]

6. *V kolik hodin ráno přestane slunce v Kutné Hoře dne 21. června ozařovati stěnu domu, k severu obrácenou?*

$[7^h 25^m 32^{vt}]$

Analytická geometrie

1. *Vyšetřiti rovnici přímky, která prochází bodem $m(4,1)$ a tvoří s osami souřadnými trojúhelník, jehož obsah se rovná $9\ cm^2$. Která jest rovnice kruhu opsaného tomuto Δ?*

$$[P_1 \equiv \tfrac{1}{6}x + \tfrac{1}{3}y = 1, \quad P_2 \equiv \tfrac{1}{12}x + \tfrac{2}{3}y = 1]$$

2. *Ustanovte v ose X bod, z něhož by se úsečka*

$$ab \equiv [a(-2,2), b(6,8)]$$

jevila v zorném úhlu $90°$?

$$[m = (2,0)]$$

3. *Určiti bod, ze kterého lze vésti stejně dlouhé tečny ke třem kružnicím daným:*

$$K_1 \equiv x^2 + y^2 + 3x = 0$$
$$K_2 \equiv x^2 + y^2 + 5y = 1$$
$$K_3 \equiv x^2 + y^2 + 2x + 2y = 1$$

$$[m(3,2)]$$

4. *Stanovte osovou rovnici elipsy, procházející bodem $m(2,-1)$, jsou-li dva sdružené průměry:*

$$P \equiv 3x - 8y = 0, \qquad Q \equiv 2x + 3y = 0\,.$$

$$[E \equiv \tfrac{1}{8}x^2 + \tfrac{1}{2}y^2 = 1]$$

5. *Která je rovnice hyperboly, určené asymptotami $2x \pm 3y = 0$ a bodem $m(15,6)$, a která je konstrukce hyperbole takto určené?*

$$[H \equiv (\tfrac{1}{12}x^2) - (\tfrac{1}{8}y^2) = 1]$$

6. *Do čtverce vepsány čtyři parabolické oblouky tak, že procházejí protějšími vrcholy a dotýkají se jeho stran. Určiti obsah obrazce omezeného oblouky těchto parabol.*

$$[C = 4{y_1}^2 + \tfrac{16}{3}x_1y_1]$$

7. *Dán rovnostranný kužel o straně $s = 2\ dm$, do jehož základny vepsán rovnostranný trojúhelník. Jednou stranou tohoto trojúhelníka vedeny oba parabolické řezy kužele. Vypočítati objem části kužele, obsažené mezi oběma řezy.*

$$[T = \tfrac{1}{4}\ dm^3]$$

Základy vyšší matematiky

1. *Číslo* $n(= 25)$ *rozložiti ve dva činitele tak, aby jejich součet byl minimální.*

$[x = \pm 5]$

2. *Do rotačního kužele (výška* v*, poloměr* r*) vepsati válec o maximálním objemu.*

[Strana válce $s = \frac{1}{3}v$]

3. *Elipse o poloosách* a, b *opsati rovnoramenný trojúhelník, jehož základna se dotýká elipsy ve vrcholu vedlejší osy a obsah jest minimální.*

$[z = 2a(1 + \sqrt{2}), \quad v = b(1 + \sqrt{2})]$

4. *Určiti objem rotačního hyperboloidu jednoplochého, který vznikne rotací* $H \equiv x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$ *v mezích od* -5 *do* 5.

$[V = \frac{10\pi a^2}{3b^2}(3b^2 + 25)]$

Zkuste si i vy vyřešit pár zajímavých maturitních příkladů a sami porovnejte obtížnost dřívějších a dnešních maturitních zkoušek.

Tomšího sbírka nebyla samozřejmě jediná. V roce 1928 vydal Josef Dvořák, profesor státní reálky v Písku, sbírku *Maturitní otázky z matematiky*, která byla během dvou let rozebrána. Proto v roce 1932 uveřejnil druhé přepracované vydání obsahující 380 řešených příkladů [rovnice (149 úloh), řady (68), složité úrokování (74), kombinatorika (40) a počet pravděpodobnosti (49)]. Publikace nese podtitul *1. díl*, druhý díl patrně nikdy nevyšel. V roce 1933 vydal Alois Bezloja sbírku 375 příkladů nazvanou *Sbírka úkolů z matematiky ke zkouškám způsobilosti pro školy měšťanské*, která byla příznivě přijata. Autor ji o rok později rozšířil a vydal pod názvem *Sbírka maturitních úkolů z matematiky pro střední školy*. Vznikla z příkladů, které si autor poznamenával během své učitelské praxe a které se mu osvědčily při opakování matematiky ve vyšších třídách i při opakování k maturitní zkoušce; byly vybrány ze sbírek polských, německých, francouzských, anglických i českých, některé autor vytvořil sám. Sbírka se skládá z části aritmetické (190 příkladů), geometrické (334) a doplňku (pojišťování, sférická trigonometrie, infinitezimální počet – 41 příkladů). Jednotlivé příklady byly doplněny vzorovým řešením nebo podrobným návodem; procvičovaly stejné partie středoškolské matematiky jako Tomšího sbírka.

Závěrem uveďme pro radost jednoho čtenáře[29] příklad č. 69a z výše zmíněné knihy Otokara Mašky *Řešené úlohy z matematiky* (SNTL, Praha 1964, 2. vydání):

Zjednodušme: $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

Řešení: $\sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{6+\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{6+4}{2}} + \sqrt{\frac{6-4}{2}} = \sqrt{5}+1$

Pomocný výpočet: $r = \sqrt{36-20} = 4$

LITERATURA

1. Bezdíček J., *Československé střední školství v předpisech, tradici i praxi*, Brno, 1934.
2. Kádner O., *Vývoj a dnešní soustava školství, díl I., II.*, Sfinx, Praha, 1929, 1931.
3. Neuhöfer R., *Střední školství v prvních deseti letech Československé republiky*, SN, Praha, 1928.
4. Potůček J., *Vývoj vyučování matematice na českých středních školách v období 1900–1945, díl I.*, Ediční středisko ZČU, Plzeň, 1992.
5. Veselá Z., *Dokumenty z vývoje české střední školy 1849–1939*, SPN, Praha, 1973.

[29] Jde o vedoucího redaktora tohoto časopisu.