

Roman Plch

Historie systémů počítačové algebry

*Učitel matematiky*, Vol. 8 (2000), No. 2, 79–84

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150929>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2000

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## HISTORIE SYSTÉMŮ POČÍTAČOVÉ ALGEBRY

ROMAN PLCH

Systemy počítačové algebry (CAS) se dostávají zejména v poslední době do centra pozornosti matematiků a odborníků v oborech spojených s matematikou. Je to dáno zejména tím, že na rozdíl od systémů numerických mohou operovat nad symbolickými matematickými objekty a provádět tyto operace nad rozsáhlými strukturami bez nutnosti zaokrouhlování či omezené velikosti. CAS systémy disponují širokou škálou symbolických schopností — od manipulací s polynomy, racionálními funkcemi a mocninnými řadami přes symbolické derivování a integrování až po řešení polynomiálních, rekurentních či diferenciálních rovnic. Jejich výhodou je dále rychlost, paměťová kapacita a rovněž velké množství matematické inteligence zahrnuté ve formě zabudovaných procedur.

Myšlenka použít počítače i k jiným než numerickým výpočtům pochází od teoretických fyziků. Ti přišli s požadavkem na programy, které by pomáhaly při dlouhých a únavných výpočtech. Vliv na vývoj systémů počítačové algebry měly zejména tyto skutečnosti: vývoj programovacích jazyků, postupné zdokonalování a vývoj efektivních matematických algoritmů pro práci s polynomy, racionálními funkcemi a obecnějšími matematickými strukturami a v neposlední řadě i požadavky na aplikace CAS systémů z různých oblastí praxe.

Vznik systémů pro symbolické výpočty spadá do období let 1961–1971. Abychom toto období lépe umístili do historických perspektiv, připomeňme, že programovací jazyk FORTRAN vznikl v roce 1958 a ALGOL v roce 1960. Tyto jazyky byly primárně určeny pro numerické matematické výpočty. Poté v letech 1960–1961 začal vývoj jazyku LISP. LISP byl význačným mezníkem na cestě k symbolickým výpočtům. Operace, jako je symbolické derivování, které byly ve FORTRANu a ALGOLu nerealizovatelné, jsou už v LISPU poměrně jednoduché. Všimněme si nyní podrobněji jednotlivých etap vývoje systémů počítačové algebry.

## 1961–1966

V roce 1961 napsal James Slagle v LISPU program SAINT (Symbolic Automatic INTeGration). Byl to první pokus o symbolickou matematiku, k řešení neurčitých integrálů používal heuristických metod.

Jedním z prvních systémů pro symbolické výpočty byl FORMAC, vyvinutý v laboratořích IBM (Jean Sammet, Robert Troy) v letech 1962–1964. Jednalo se o preprocesor FORTRANu a byl určen pro operace s elementárními funkcemi. Podobným systémem byl ALPAK (napsán v assembleru v Bellových laboratořích kolem roku 1964). Ve stejných laboratořích byl vyvinut v letech 1964–1966 i ALTRAN (jako varianta FORTRANu, která umí pracovat s novými typy deklarace proměnných — typ „algebraic“).

V tomto období vznikly ještě dva významné systémy. George Collins z univerzity ve Wisconsinu vyvinul systém PM pro operace s polynomy (1966). Rok 1965 je rokem prvních zmínek o programu MATHLAB, vyvinutém Carlem Engelmanem v M.I.T. Byl to první interaktivní program, sloužící jako symbolický kalkulátor.

První období kulminuje na konferenci o symbolických výpočtech v březnu 1966 ve Washingtonu (*ACM Symposium on Symbolic and Algebraic Manipulation*).

## 1966–1971

V letech 1966–1967, Joel Moses z M.I.T. napsal v LISPU program SIN (Symbolic INtegrator). Na rozdíl od SAINTu byl již algoritmický a tedy mnohem efektivnější. V roce 1968 Tony Hearn z univerzity v Stanfordu vyvinul REDUCE, interaktivní systém pro fyzikální výpočty založený na LISPU. REDUCE se dal implementovat na různé platformy. Další programy z tohoto období jsou MATHLAB-68, SML (Symbolic Mathematical Laboratory), pokračuje vývoj ALTRANu, SAC-1 jako následník PM a CAMAL (CAMbridge ALgebra system). IBM vyvíjí program SCRATCHPAD, interaktivní systém založený na LISPU. SCRATCHPAD obsahuje ve svých knihovnách významnou část předcházejících systémů (MATHLAB-68, REDUCE 2, Symbolic Mathematical Library a SIN). Konečně v roce 1971 vzniká MACSYMA (Joel Moses,

William Martin, M.I.T.). Byl to nejlepší systém tohoto období, kromě standardních algebraických manipulací obsahuje výpočty limit, symbolickou integraci a řešení rovnic. Období je zakončeno konferencí *Symposium on Symbolic and Algebraic Manipulation* v březnu 1971 v Los Angeles.

### 1971–1981

Systémy z předcházejích období byly v podstatě experimentální a pouze některé z nich byly používány i jinde než na pracovištích, na kterých vznikly.

Prvním systémem, jenž dosáhl širšího rozšíření, byl REDUCE, protože byl přenositelný na různé platformy. Výsledkem byl příliv nových zájemců o počítačovou algebru. Pokračoval vývoj programu MACSYMA, zejména po algoritmické stránce. Některé z těchto algoritmů jsou používány i v současných systémech.

Následníkem programu SAC-1 byl SAC/ALDES. Nebyl interaktivní, významný byl ale tím, že všechny algoritmy byly pečlivě dokumentovány. Prvním CAS systémem schopným práce na platformě PC byl muMATH. Vyvinut byl Davidem Stoutemeyrem a Albertem Richem z univerzity Hawaii, napsán byl v LISPu a obsahoval vlastní programovací jazyk muSIMP. Právě přístupnost tohoto programu pro široce rozšířenou platformu PC vedla k růstu popularity CAS systémů a k jejich častějšímu používání ve vědě a výuce. Kromě těchto obecných systémů vznikají v tomto období i specializované systémy, např. program SHEEP pro práci s tenzory a programy TRIGMAN a SCHOONSHIP. V Rusku vzniká program ANALITIK pro fyzikální výpočty.

### 1981–1999

Díky vysokým nárokům na hardware počítačů nedosáhly dříve zmíněné programy (s výjimkou muMATHu) širšího rozšíření. Teprve v osmdesátých letech s nástupem pracovních stanic založených na mikroprocesorech, bylo umožněno jejich větší rozšíření. Množství používaných operačních systémů spolu s omezeným výkonem těchto stanic si vynutily přechod k implementačním jazykům nižší úrovně, přesto však dostatečně přenositelným. V tomto

období se poprvé setkáváme také s komerčním zájmem o CAS systémy. Ten má své pozitivní i negativní důsledky. Na jedné straně musíme za tyto systémy platit a spokojit se s uspořádáním a funkcí dodávanou výrobcem. Na druhé straně dochází k rychlejšímu vývoji uživatelského rozhraní, grafiky a dokumentace.

V listopadu 1980 vzniká na univerzitě Waterloo myšlenka vytvořit CAS systém přístupný širším vrstvám vědců, vyučujících i studentů (Gaston Gonner a Keith Geddes). Systém má být efektivní ve svých nárocích na hardware i na dobu potřebnou k výpočtu a má být snadno implementovatelný na různé platformy. Maple je založen na modulární struktuře, relativně malé jádro napsané v jazyku C, obsahující kromě příkazového interpretru základní algoritmy a procedury, je doplněno mohutnými knihovnami napsanými v Mapleovském programovacím jazyku. Malé jádro umožňuje implementaci na různých platformách a knihovny dělají systém dostatečným matematickým nárokům vědců. Systém Maple byl představen na konferenci EUROCAL 83 (B.W.Char, K.O.Geddes, W.M.Gentleman a G.H.Gonnet, *The design of Maple: A compact, portable and powerful computer algebra system*). Od roku 1987 se distribucí, marketinkem a podporou Maplu zabývá Waterloo Maple Software. V březnu 1994 je uveřejněna verze Maple V Release 3, která kromě vylepšených symbolických a numerických možností představuje i nové uživatelské rozhraní.

Dalším systémem napsaným v jazyku C byl SMP (Symbolic Manipulation Program) Stephena Wolframa. Byl vysoce přenositelný, používající programovací interface založený na „splňování pravidel“ (tzv. pattern matching). Druhým systémem stejného autora je MATHEMATICA. Je známa jako první systém, který spojuje symbolické, numerické výpočty a grafiku. MATHEMATICA se poprvé objevuje v roce 1988 a zejména její grafické možnosti (2D a 3D grafika, animace) vysoce převyšovaly všechny existující systémy. Jako jeden z prvních systémů také úspěšně ilustruje výhody spojení symbolického systému s grafickým uživatelským rozhraním. MATHEMATICA má také vlastní programovací jazyk.

Následníkem muMATHu se stává DERIVE (David Stoutemyer,

Albert Rich). Je určen pouze pro platformu PC a nemá tedy všechny možnosti ostatních systémů. Vzhledem k nízkým hardwarovým požadavkům jsou však jeho schopnosti překvapující a vyniká také snadným ovládním. Byl vytvořen jako interaktivní systém bez možnosti programování. Poslední z verzí DERIVU již mají i omezené možnosti programování.

Současně se vznikem nových systémů dochází k úpravám a vývoji systémů starších (REDUCE, MACSYMA). Následníkem SCRATCHPADU se stává AXIOM (IBM, Richard Jenks, Barry Trager, Stephen Watt). AXIOM je jediným silným typovaným systémem, který umožňuje vyvíjet společné algoritmy pro různé algebraické struktury, zatímco v ostatních běžných systémech je nutné psát algoritmy pro konkrétní obor (zatímco např. v MAPLU je nutné při psaní algoritmu pro největšího společného dělitele dvou polynomů brát ohled na to, z kterého okruhu koeficienty uvažujeme, v AXIOMu je důležité pouze to, zda příslušný okruh koeficientů je s jednoznačným rozkladem, eukleidovský okruh či těleso). Díky tomu je AXIOM velmi mocným systémem, což však s sebou přináší zejména v porovnání se specializovanými systémy psanými v jazyku C mnohem větší náročnost na hardware. Rovněž nepříliš vysoká podpora různých platforem přispěla k dosud nevelkému rozšíření AXIOMu v obecném použití. Na druhou stranu tempo růstu výkonu osobních počítačů spolu s existencí verzí AXIOMu pro nejrozšířenější systémy jako MS Windows a UNIX může napomoci většímu rozšíření tohoto mezi matematiky ceněného systému.

Kromě systémů obecně použitelných vzniká rovněž mnoho programů specializovaných na různá konkrétní odvětví. Díky specializaci jsou pak tyto programy zpravidla efektivnější v použití pro danou oblast. Často jsou také dostupné nekomerčními cestami. Mezi takové systémy (se specializací na algebru) patří např. PARI a KANT určené pro teorii čísel, CAYLEY a GAP v teorii grup, LIE pro výpočty v Lieových algebrách a MACAULAY pro komutativní algebru a algebraickou geometrii a další (FORM, CoCoA, DELiA).

Roste také počet konferencí (SIGSAM, SYMSAM, EURO-

CAM, ISSAC) a časopisů, zabývajících se počítačovou algebrou, např. *Journal of Symbolic Computation*, *Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing* a mnoho dalších.

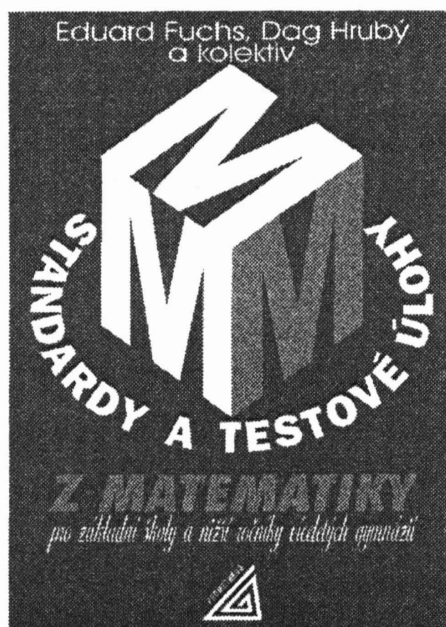
Na Internetu jsou historii systémů počítačové algebry věnovány např. stránky <http://sunsite.informatik.rwth-aachen.de/maple/mplhist.htm> (historie Maplu) a <http://www-troja.fjfi.cvut.cz/~liska/ca/node6.html>.

#### LITERATURA:

- [1] Bulant M., *Systémy počítačové algebry a algebra*, diplomová práce MU Brno, 1997.
- [2] Geddes K.O., Czapor S.R., Labahn G., *Algorithms for Computer Algebra*, třetí vydání, Kluwer Academic Publishers, Boston, USA, 1994.



V roce 1998 vyšly v nakladatelství PROMETHEUS dva tituly standardů z matematiky, které byly od r. 1993 připravovány ve spolupráci s *Jednotou českých matematiků a fyziků*. Po titulech



E. Fuchs – F. Procházka: *Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborné školy*

a

E. Fuchs – J. Kubát: *Standardy a testové úlohy z matematiky pro čtyřletá gymnázia*

je v současnosti v tisku titul

E. Fuchs – D. Hrubý: *Standardy a testové úlohy z matematiky pro základní školy a nižší ročníky víceletých gymnázií*.

Pokud knihu nedostanete u svého knihkupce, můžete si ji objednat na adrese PROMETHEUS, Čestmírova 10, 140 00 Praha 4.