

Renata Sikorová

Joost Bürgi a jeho antilogaritmy

Učitel matematiky, Vol. 11 (2003), No. 3, 136–151

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150851>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2003

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

JOOST BÜRGI A JEHO ANTILOGARITMY

RENATA SIKOROVÁ

Objevení tabulek logaritmů je obvykle spojováno se jménem JOHN NAPIERA (1550 – 1617), statkáře z Merchistonu. Ten publikoval své tabulky v roce 1614 v knížce pojmenované *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (Popis podivuhodného zákona logaritmování), která obsahovala pouze vlastní tabulky a popis zacházení s nimi. Metody samotného výpočtu tabulek a v menší míře úvahy, na kterých byly založeny, byly shrnuty v *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio* (Výklad konstrukce podivuhodného zákona logaritmování) a publikovány až posmrtně jeho synem v roce 1619.

Problémem zjednodušení výpočtů, hlavně násobení a dělení, se zabývalo mnoho lidí, ale objev velmi efektivního řešení pomocí logaritmů náleží právě Napierovi.

Velice málo je širší matematické veřejnosti známo o vynikajícím švýcarském mechanikovi, hodináři a matematikovi JOOSTU BÜRGI (1552 – 1632), který nezávisle na Napierovi dospěl k obdobnému objevu. Joost Bürgi působil na dvoře císaře Rudolfa II. a neodmyslitelně patří mezi významné osobnosti rudolfínské Prahy. Protože uběhlo již 450 let od jeho narození, připomeňme si při této příležitosti práci, kterou vykonal na poli astronomie, techniky a matematiky.

Dětství a vzdělání

Joost Bürgi se narodil 28. února 1552 v Lichtensteigu v kantonu St. Gallen ve Švýcarsku. V rodném městě měl jen skromné podmínky pro studium, a tak se mu dostalo pouze základního vzdělání. Vyrůstal u svého děda, který byl kovářem a zámečnickem. Brzy se u něj projevil technický talent, vyučil se hodinářem. Po vyučení odešel do Štrasburku. Od té doby žil a působil v Německu a v Čechách, do své vlasti se již nevrátil.

Ve Štrasburku se v letech 1573 – 74 spolu s bratry Habrechto-
tovými ¹ podílel na stavbě astronomických hodin na věži místní
katedrály. Hodiny navrhl matematik KONRAD DASYPODIUS (1531
– 1601), od něhož se Bürgi naučil základům vyšší matematiky.
Bürgi byl v podstatě samouk, vzdělával se vlastním studiem, po-
znáním a zkušenostmi. Je vhodné zdůraznit, že všeho, čemu se
naučil, dosáhl bez znalosti latiny.

Kariéra

Ve Štrasburku se Bürgi setkal s vévodou VILÉMEM IV. (1532
– 1592), lankrabětem z Hessu, který byl velkým milovníkem ast-
ronomie a na svém zámku v Kasselu vybudoval v roce 1560 první
stálou hvězdárnu novověku v Evropě. Spolu s Vilémem na této
hvězdárně jistou dobu prováděl pozorování i dánský astronom
TYCHO BRAHE (1548 – 1601).

Vilém IV. rozpoznal Bürgiho nevšední talent a vybral si ho
za svého mechanika a hodináře. A tak 25. července 1579 nastou-
pil Bürgi do služeb lankraběte jako dvorní hodinář. Žil v hlav-
ním městě panství Kasselu, které se stalo jeho druhým domovem.
V roce 1591 se za práci a služby svému pánovi stal řádným měš-
ťanem Kasselu.

Zde se také oženil, za ženu si vzal Kateřinu, dceru faráře Da-
vida Bramera z Felsbergu (u Kasselu). Po smrti faráře Bramera
převzali do pěstounské péče Kateřinina mladšího bratra BENJA-
MINA BRAMERA (1588 – 1652). Bürgi jej vyučoval matematiku.
Benjamin v ní velmi brzy našel zalíbení, zvláště ve spojení s archi-
tekturou. Měl velkou zásluhu na uveřejnění Bürgiho díla a v roce
1648 v Praze vydal jeho práci o geometrickém triangulačním pří-
stroji ².

V létě roku 1592 odjel Bürgi do Prahy k císaři RUDOLFU II.
(1552 – 1612), aby mu odevzdal stříbrný hvězdný glóbus (vlast-
noručně vyrobené astronomické hodiny s pohyblivými planetami)
a kružítko. Císař byl velmi spokojen s jeho prací a chtěl ho mít
ve svých službách. Vilém však Bürgimu v odchodu na dvůr svého

¹ISAAC (1544 – 1620) a JOSIAS (1552 – 1572) HABRECHT DE SCHOFFHAUSE

²Druhé vydání vyšlo v Kasselu v roce 1684 [2].

synovce Rudolfa II bránil.

Než Bürgi dostal svolení odejít do stálé služby k císaři, navštívil Prahu oficiálně jako služebník svého pána³ ještě dvakrát. V roce 1604 nastoupil na místo dvorního hodináře s platem 60 zlatých měsíčně, což bylo na tehdejší dobu poměrně hodně. Od té doby pracoval na dvoře císaře Rudolfa II. a později jeho následníků MATYÁŠE (1557 – 1619) a FERDINANDA II. (1578 – 1637). V Praze se seznámil s vynikajícím astronomem a matematikem JOHANNEM KEPLEREM (1571 – 1630), který působil na dvoře v letech 1600 – 1612. Během spolupráce se sblížili a časem mezi nimi vzniklo trvalé přátelství. Spolu s ním vykonali mnoho na poli techniky, astronomie a matematiky. A protože Kepler stál před úkolem zpracovat velké množství měření, které po sobě zanechal Tycho Brahe, spolupráce s Bürgim přinesla zlaté ovoce. Bürgi Keplerovi pomáhal v pozorování, jelikož Kepler, jak sám napsal, měl „k pozorování chabý zrak“. Především mu však prospěl v oblasti matematiky, kde se zasloužil o zjednodušení počtů vynálezem logaritmických tabulek, o nichž se zmíníme později.

Doba odchodu Bürgiho z Prahy není přesně známa. Některé zdroje ([15]) ji kladou do roku 1622. Patrně však Bürgi odešel mnohem později – na sklonku roku 1631. Svědčí o tom např. doklad o výplatě cestovních výloh za cestu z Prahy i Bramerova poznámka v předmluvě k [2]. Bürgi se vrátil zpět do Kasselu, kde 31. ledna 1632 ve věku nedožitých osmdesáti let zemřel.

Zásluhy na poli mechaniky a astronomie

1. Bürgiho hodinové stroje

Po dobu služby na zámku v Kasselu se Bürgi věnoval především pozorování hvězd spolu s Vilémem IV. a dvorním astronomem CHRISTOPHEM ROTHMANNEM (cca 1550 – cca 1605). Ze svých pozorování a měření sestavili katalog hvězd. Z pozorovacích přístrojů používali zejména sextanty k měření úhlových vzdáleností hvězd a kvadranty k měření výšek a azimutů. Bürgi je upravoval podle nejnovějších požadavků Tychona Brahe. K průchodu

³Po smrti Viléma IV. v roce 1592 jím byl vévoda MORITZ (1572 – 1632).

hvězd místním poledníkem byly používány hodiny s minutovým ukazatelem. Taková přesnost však nestačila, proto Bürgi v roce 1585 sestrojil observační hodiny opatřené sekundovým ciferníkem. Tyto hodiny později zdokonalil a opatřil zvláštním druhem nepokoje, tzv. křížovým hrotem. Byly to v té době nejpřesnější hodiny, rozcházely se o necelou minutu za jeden den.

Řada starších literárních pramenů připisovala Bürgimu epochální nápad použít kyvadla jako oscilátoru hodin, a to ještě před Galileem a Huygensem. Tento problém objasnil teprve Hans Berthele ve studii uveřejněné v roce 1955, ve které vyvrátil domnělé Bürgiho prvenství [1].

Hodinové stroje montoval Bürgi také do demonstračních přístrojů a pohyblivých glóbů. Jeho glóby a hodiny byly mistrovskými díly. V Praze sestrojil např. planetové hodiny a hodiny z horského křišťálu, které jsou uloženy ve Vídni. První z nich kromě vysoké umělecké úrovně vynikají neobvyklým regulátorem chodu ve tvaru rotujícího větrníku, umístěného v podstavci hodin. Tento větrníkový regulátor, používaný v různých obměnách četnými pozdějšími hodináři, udržoval mechanismus hodin v plynulém pohybu, na rozdíl od klasických kolečkových hodin s pohybem přerušovaným. Neméně zajímavé je řešení astronomické části mechanismu, zobrazujícího snad poprvé v dějinách astronomie Koperníkův heliocentrický planetový systém. Za vrchol mistrovství lze pokládat jeho druhé astronomické hodiny z horského křišťálu, s bohatě vyřezávaným podstavcem a číselníky. Hodiny měly tři číselníky, které sloužily k měření hodinových, minutových a sekundových intervalů; šlo tedy o systém, který byl u astronomických přístrojů zaveden mnohem později – v 18. století. Bürgiho hodiny jsou tedy pravděpodobně nejstaršími známými hodinami se sekundovým měřením času.

Mimo technických novinek jsou Bürgiho hodiny pozoruhodné i neobvyklou schránkou z horského křišťálu s bohatou ornamentální výzdobou. Neobvyklé zpracování zřejmě bezprostředně ovlivnil panovník zajímající se o rytectví a o nový obor rudolfínské éry – broušení a rytí skla.

2. Būrgiho sextant zvaný „Byrganius”

Būrgi zhotovil také sextant, který je dnes ve sbírkách Národního technického muzea v Praze. Přístroj není signován, datován ani označen jménem výrobce. Předpokládalo se o něm, že byl pravděpodobně přenesen do Prahy z Uraniborgu Tychonem Brahe kolem roku 1600. Po bližším prozkoumání se však tento sextant jeví jako práce Joosta Būrgiho, zvláště s ohledem na systém vyztužení těla sextantu, okulárový vizír se třemi šterbinami či očividná nechuť přístroj zdobit (více o této problematice v [9]).

Jedná se pravděpodobně o přístroj, který byl objedнан baronem Hoffmanem a dán k užívání Keplerovi. Ten skutečně v Praze užíval sextant, kterému v době počátku svého pražského pobytu říkal „Hoffmannius”. Později, v roce 1628, pozoroval sextantem, kterému říkal „Byrganius”. Būrgiho sextant tedy tehdy v Praze nesporně byl a je pravděpodobné, že i zůstal a skončil ve sbírkách tzv. matematického muzea⁴. „Byrganius” a „Hoffmannius” jsou pravděpodobně jeden a týž přístroj, kterému Kepler nejprve z vděčnosti k mecenáši říkal podle objednatele, později, víc než deset let po jeho smrti, podle výrobce, který byl jeho dobrým přítelem.

3. Pumpa bez záklopek

Pro rozvoj astronomie a početních metod mělo však největší význam pracovní setkání s Keplerem. Ve svých pracích se Kepler velmi často a pochvalně zmiňoval o Būrgim jako o velkém pomocníkovi a oddaném příteli. Jejich spolupráce začala na poli techniky. Podle Keplerova návrhu Būrgi sestrojil funkční model pumpy pohánějící malý vodotrysk. Bylo to bezzáklopkové čerpadlo, v němž byl píst se záklopkami nahrazen dvěma ozubenými koly těsně do sebe zapadajícími. Princip takového čerpadla byl znám již LEONARDU DA VINCI (1452 – 1519), jeho realizace však nebyla v jeho době technicky možná.

⁴ *Musaeum Mathematicum Collegii Clementini*, nejstarší veřejné muzeum v českých zemích a jedno z nejstarších v Evropě. Bylo ustanoveno oficiálně v roce 1722 (i když první písemná zmínka pochází už z roku 1638), bylo součástí klementinské koleje Tovaryšstva Ježíšova.

4. Přístroje pro zeměměřiče

Pro praktické geometry Bürgi sestrojil triangulační přístroj, pomocí něhož bylo možné měření vzdálenosti bodu od místa pozorovatele na základě dvou pozorování z blízkých bodů. V dnešní geodézii se této metodě říká protínání vpřed. K tomuto přístroji vydal samostatnou publikaci a v roce 1602 k němu obdržel císařské privilegium (Na Obr. 1 je mědirytina proponovaná jako titulní list k tomuto spisu. Bürgiho portrét uprostřed byl do něj vyryt až v roce 1619.). Jeho další konstrukcí byl přístroj k perspektivnímu kreslení založený na principu theodolitu, vhodný k mapování terénu. Bürgi také sestrojil redukční kružítko s posuvnou hlavou k měnitelnému poměru, které dostalo jeho jméno. Popis tohoto kružítko byl proveden LEVINEM HULSIEM v roce 1604 ve spisu nazvaném *Der mechanischen Instrumenten*.

Všechny Bürgiho přístroje vynikaly neobyčejnou nápaditostí konstrukce i precizností provedení, což mu zajistilo evropskou proslulost. Většinu svých přístrojů zhotovil pro hvězdárnu v Kasselu, celou řadu jich však najdeme v různých vědeckých centrech v Evropě.

Objev logaritmů

Bürgi se zabýval usnadněním matematických výpočtů velmi důležitých pro astronomii, hlavně při řešení úloh sférické trigonometrie. Šlo o zjednodušení výpočtů tabulek hodnot goniometrických funkcí, které byly osmi i vícemístné. Snažil se pomocí něho nahradit násobení a dělení sčítáním a odčítáním, a podobně umocňování a odmocňování násobením a dělením. S prací začal již v roce 1585. Jeho tabulky *Canon Sinuum*, pocházející z 90. let 16. století, využíval Kepler při svých výpočtech právě pro určování hodnot goniometrických funkcí. Kolem roku 1611 byl Bürgi s prací pravděpodobně hotov. S vydáním publikace velmi otálel, a tak patrně přišel o své prvenství. Jeho tabulky *Arithmetische und geometrische Progress Tabulen* (Pokrokové aritmetické a geometrické tabulky) vyšly v Praze až v roce 1620 ([3]). Mezitím ho předstihl John Napier. Napier pracující nezávisle na Bürgim tak



Obr. 1

pojmenoval nový vynález jako logaritmy.

O prioritě Bürgiho výsledků však svědčí zmínka o „metodě na zjednodušení výpočtů“ v dopise astronoma jménem REIMARUS URSUS DITHMARUS (1550 – 1600) z roku 1588 a také poznámky Keplera v tzv. Rudolfských tabulkách (1627, Ulm). Bürgi, „člověk váhavec a strážce svých tajemství opustil plod při porodu a nevychoval jej k veřejnému užitku ... jeho tabulky vznikly mnoho let před Napierovým vydáním“ [8]⁵.

Bürgiho tabulky využíval především Kepler⁶, avšak jinak se příliš nerozšířily. Jednak kvůli pozdní publikaci, jednak proto, že byly uspořádány podle logaritmů a nikoli podle čísel. Byly to tedy jakési tabulky antilogaritmů. Také k nim nebyl návod. Ten Bürgi vypracoval, ale existoval pouze v rukopise a nevešel tudíž ve všeobecnou známost. Rukopis se ztratil a byl objeven až v polovině 19. století a teprve potom vydán tiskem ([6]). Používání tabulek tedy bylo nesnadné i pro odborníky.

Mimo to se Bürgi, podobně jako i John Napier, snažil vyvarovat používání desetinných zlomků, a jeho definice logaritmů byla složitější než bylo nutné. Ukážeme si nyní podrobněji, jak jeho definice logaritmů vypadala.

Logaritmy

Při úpravě výrazů, v nichž se objevují hodnoty goniometrických funkcí, využíval Bürgi metodu tzv. prothaferéze. Spočívala v hledání formulí, v nichž bylo násobení a dělení nahrazováno sčítáním a odčítáním. Je možné, že se dozvěděl⁷ o díle německého matematika MICHAELA STIFELA (1486 – 1567) *Arithmetica Integra* (1544), ve kterém autor přiřazuje členy geometrické posloupnosti k členům posloupnosti aritmetické, jak ukazuje tabulka níže.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
1	2	4	8	16	32	64	128	256	...

⁵”... qui ..., Justo Byrgio multis annis ante editionem Neperianam viam praeiverunt ad hos ipsissimos logarithmos. Etsi homo cunctator et secretorum custos foetum in partu destituit, non ad usos publicos educavit.”

⁶Kepler si později vytvořil vlastní tabulky (vydané 1624), více viz [7].

⁷pouze zprostředkovaně, protože neuměl latinsky, pravděpodobně od matematika SIMONA JACOBA (1510 – 1564)

Z tabulky je patrné, že násobení členů ve druhém řádku (např. $8 \times 32 = 256$) odpovídá sčítání odpovídajících členů v řádku prvním ($3 + 5 = 8$).⁸ Možný postup při zjednodušení násobení je zřejmý. Uvedená množina čísel, které bychom mohli násobit, je sice poněkud řídká, ale princip užití aritmetické a geometrické posloupnosti je z příkladu dobře patrný.

Pokusme se nyní tento jednoduchý příklad zobecnit. Budeme uvažovat aritmetickou posloupnost s prvním členem 0 a diferencí d a geometrickou posloupnost, která bude mít první člen a a kvocient q , viz tabulka níže.

Aritmetická posloupnost	Geometrická posloupnost
0	a
d	aq
$2d$	aq^2
$3d$	aq^3
\vdots	\vdots
md	aq^m
\vdots	\vdots
nd	aq^n
\vdots	\vdots
$(m + n)d$	aq^{m+n}
\vdots	\vdots

Když x a y jsou dvě čísla, jejichž součin potřebujeme znát, a jsou to členy geometrické posloupnosti, $x = aq^m$ a $y = aq^n$, pak jejich součin dělený číslem a , $xy/a = aq^{m+n}$, se objeví v pravém sloupci naproti členu $(m + n)d$ v levém sloupci. Když číslo a je mocninou 10, pak po vynásobení číslem a , abychom obdrželi $xy = ax^m \cdot ax^n = a(ax^{m+n})$, jednoduše posuneme desetinnou čárku,

⁸Při moderním zápisu mocnin bychom mohli geometrickou posloupnost zapsat jako posloupnost mocnin čísla 2 ($2^0, 2^1, 2^2, \dots$), aritmetická posloupnost v prvním řádku je pak posloupností exponentů u čísla 2.

sama tabulka tak redukuje problém násobení x a y na sčítání přirozených čísel m a n .

Joost Bürgi sestavil takovou tabulku s $d = 10$, $a = 10^8$, $q = 1 + 10^{-4}$. Hodnota q byla volena velmi blízko jedné, takže položky po sobě následující v pravém sloupci jsou velmi blízko sebe.

$1 \cdot 10$	$10^8(1 + 10^{-4})$
$2 \cdot 10$	$10^8(1 + 10^{-4})^2$
$3 \cdot 10$	$10^8(1 + 10^{-4})^3$
\vdots	\vdots
$n \cdot 10$	$10^8(1 + 10^{-4})^n$
\vdots	\vdots

Hlavní část jeho tabulky byla vytištěna ve dvou barvách: červenou byly tištěny logaritmy a černou samotná čísla.⁹ Na Obr. 2 vidíme jednu stránku tabulky: čísla podél horní čáry a levý sloupec jsou červená čísla (odpovídající $10n$ v naší tabulce). Černá čísla, která vyplňují zbytek tabulky, tvoří geometrickou posloupnost, jejíž n -tý člen je $10^8(1 + 10^{-4})^n$. Tedy např. červenému číslu 2620 (10×262) by mělo odpovídat černé číslo 102654489. Výsledek najdeme v 13. řádku, 6. sloupci – je správně.

Na titulní straně této knihy (Obr. 3) je tabulka uspořádaná do soustředných kružnic, která by měla být jakýmsi přehledem jeho tabulek. Obsahuje červená čísla na vnější kružnici počínaje 5000 ($= 10 \times 500$), kterému odpovídá černé číslo (na vnitřní kružnici) 105126407, a v krocích po pěti tisících pokračuje až k číslu 230000. Jako poslední je uvedeno číslo přibližně rovno 230270, které by mělo odpovídat 10^8 . Ve skutečnosti 5000 odpovídá číslu 105126847 a 230270 číslu 999999800. Nicméně všechny ostatní výsledky na kružnici jsou buď správné, nebo v několika případech se liší o 1 na posledním místě. Všimněme si na Obr. 3, že je u čísla odpovídajícímu 5000 vložena ručně psaná správná hodnota 84 (místo

⁹Podle tohoto schématu se pravděpodobně později konstruovalo kruhové logaritmické pravítko.

0	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500
000000	00010111	01000496	10121120	102010011	102711184	103004199	103160179
00000	01177	0104	01118	00214	01611	00601	02140
00001	01178	0005	01119	00215	01612	00602	02141
00002	01179	0006	01120	00216	01613	00603	02142
00003	01180	0007	01121	00217	01614	00604	02143
00004	01181	0008	01122	00218	01615	00605	02144
00005	01182	0009	01123	00219	01616	00606	02145
00006	01183	0010	01124	00220	01617	00607	02146
00007	01184	0011	01125	00221	01618	00608	02147
00008	01185	0012	01126	00222	01619	00609	02148
00009	01186	0013	01127	00223	01620	00610	02149
00010	01187	0014	01128	00224	01621	00611	02150
00011	01188	0015	01129	00225	01622	00612	02151
00012	01189	0016	01130	00226	01623	00613	02152
00013	01190	0017	01131	00227	01624	00614	02153
00014	01191	0018	01132	00228	01625	00615	02154
00015	01192	0019	01133	00229	01626	00616	02155
00016	01193	0020	01134	00230	01627	00617	02156
00017	01194	0021	01135	00231	01628	00618	02157
00018	01195	0022	01136	00232	01629	00619	02158
00019	01196	0023	01137	00233	01630	00620	02159
00020	01197	0024	01138	00234	01631	00621	02160
00021	01198	0025	01139	00235	01632	00622	02161
00022	01199	0026	01140	00236	01633	00623	02162
00023	01200	0027	01141	00237	01634	00624	02163
00024	01201	0028	01142	00238	01635	00625	02164
00025	01202	0029	01143	00239	01636	00626	02165
00026	01203	0030	01144	00240	01637	00627	02166
00027	01204	0031	01145	00241	01638	00628	02167
00028	01205	0032	01146	00242	01639	00629	02168
00029	01206	0033	01147	00243	01640	00630	02169
00030	01207	0034	01148	00244	01641	00631	02170
00031	01208	0035	01149	00245	01642	00632	02171
00032	01209	0036	01150	00246	01643	00633	02172
00033	01210	0037	01151	00247	01644	00634	02173
00034	01211	0038	01152	00248	01645	00635	02174
00035	01212	0039	01153	00249	01646	00636	02175
00036	01213	0040	01154	00250	01647	00637	02176
00037	01214	0041	01155	00251	01648	00638	02177
00038	01215	0042	01156	00252	01649	00639	02178
00039	01216	0043	01157	00253	01650	00640	02179
00040	01217	0044	01158	00254	01651	00641	02180
00041	01218	0045	01159	00255	01652	00642	02181
00042	01219	0046	01160	00256	01653	00643	02182
00043	01220	0047	01161	00257	01654	00644	02183
00044	01221	0048	01162	00258	01655	00645	02184
00045	01222	0049	01163	00259	01656	00646	02185
00046	01223	0050	01164	00260	01657	00647	02186
00047	01224	0051	01165	00261	01658	00648	02187
00048	01225	0052	01166	00262	01659	00649	02188
00049	01226	0053	01167	00263	01660	00650	02189
00050	01227	0054	01168	00264	01661	00651	02190
00051	01228	0055	01169	00265	01662	00652	02191
00052	01229	0056	01170	00266	01663	00653	02192
00053	01230	0057	01171	00267	01664	00654	02193
00054	01231	0058	01172	00268	01665	00655	02194
00055	01232	0059	01173	00269	01666	00656	02195
00056	01233	0060	01174	00270	01667	00657	02196
00057	01234	0061	01175	00271	01668	00658	02197
00058	01235	0062	01176	00272	01669	00659	02198
00059	01236	0063	01177	00273	01670	00660	02199
00060	01237	0064	01178	00274	01671	00661	02200
00061	01238	0065	01179	00275	01672	00662	02201
00062	01239	0066	01180	00276	01673	00663	02202
00063	01240	0067	01181	00277	01674	00664	02203
00064	01241	0068	01182	00278	01675	00665	02204
00065	01242	0069	01183	00279	01676	00666	02205
00066	01243	0070	01184	00280	01677	00667	02206
00067	01244	0071	01185	00281	01678	00668	02207
00068	01245	0072	01186	00282	01679	00669	02208
00069	01246	0073	01187	00283	01680	00670	02209
00070	01247	0074	01188	00284	01681	00671	02210
00071	01248	0075	01189	00285	01682	00672	02211
00072	01249	0076	01190	00286	01683	00673	02212
00073	01250	0077	01191	00287	01684	00674	02213
00074	01251	0078	01192	00288	01685	00675	02214
00075	01252	0079	01193	00289	01686	00676	02215
00076	01253	0080	01194	00290	01687	00677	02216
00077	01254	0081	01195	00291	01688	00678	02217
00078	01255	0082	01196	00292	01689	00679	02218
00079	01256	0083	01197	00293	01690	00680	02219
00080	01257	0084	01198	00294	01691	00681	02220
00081	01258	0085	01199	00295	01692	00682	02221
00082	01259	0086	01200	00296	01693	00683	02222
00083	01260	0087	01201	00297	01694	00684	02223
00084	01261	0088	01202	00298	01695	00685	02224
00085	01262	0089	01203	00299	01696	00686	02225
00086	01263	0090	01204	00300	01697	00687	02226
00087	01264	0091	01205	00301	01698	00688	02227
00088	01265	0092	01206	00302	01699	00689	02228
00089	01266	0093	01207	00303	01700	00690	02229
00090	01267	0094	01208	00304	01701	00691	02230
00091	01268	0095	01209	00305	01702	00692	02231
00092	01269	0096	01210	00306	01703	00693	02232
00093	01270	0097	01211	00307	01704	00694	02233
00094	01271	0098	01212	00308	01705	00695	02234
00095	01272	0099	01213	00309	01706	00696	02235
00096	01273	0100	01214	00310	01707	00697	02236
00097	01274	0101	01215	00311	01708	00698	02237
00098	01275	0102	01216	00312	01709	00699	02238
00099	01276	0103	01217	00313	01710	00700	02239

40), Bürgi si tedy byl vědom chyby a opravil ji.

Vysvětlující text k tabulce, jak je podán v [6], ukazuje, že Bürgi už měl zápis pro desetinnou čárku. Všimněme si např. čísla 230270022 ve středu kruhové tabulky: tečka nad 0 označuje jednotky, číslo bychom tedy měli číst jako 230270,022. Tudíž $1.0001^{230270,022} = 10^8 \times 10^2$ (s chybou asi 8 v 10^8).

V [6] také nalezneme způsob, jak Bürgi s tabulkami zacházel. Uvažujme jeho příklad nalezení čtvrté úměrné k číslům $A = 945919848$, $B = 100160120$, $C = 880122800$, tj. čísla D , které splňuje rovnici $A/B = C/D$ ¹⁰. Jejich červená čísla jsou postupně $\alpha = 224710$, $\beta = 160$, $\gamma = 217500$. Bürgi si vyjádřil $D = (BC)/A$ a všiml si, že $\beta + \gamma < \alpha$. Aby mohl pro výpočet použít své tabulky, vytvořil $\delta' = \beta + \gamma - \alpha + \varepsilon$, kde $\varepsilon = 230270022$ je červené číslo k 10^8 . Tak obdržel $\delta' = 223220022$, což odpovídá 931931024. Tedy čtvrtá úměrná je 93193102,4.

Z uvedeného příkladu je zřejmé, že si Bürgi vystačil s 23027 položkami v tabulce, protože $(1 + 10^{-4})^{23027} \cong 10$. K počítání s jinými čísly lze jednoduše využít posunu desetinné čárky.

Aproximace přirozených logaritmů

Vhodným posunutím desetinné čárky lze také v Bürgiho tabulce aproximovat přirozené logaritmy, jejichž základ tvoří Eulerovo číslo e . Například napišme

$$\text{Bog } x = n \times 10^{-4}, \quad \text{když } x = (1 + 10^{-4})^n,$$

a uvažujme následující variantu Bürgiho tabulky.

Bog x	x
1×10^{-4}	$(1 + 10^{-4})^1$
2×10^{-4}	$(1 + 10^{-4})^2$
\vdots	\vdots
$n \times 10^{-4}$	$(1 + 10^{-4})^n$
\vdots	\vdots

¹⁰Pro nás je tento příklad typickým příkladem na tzv. „trojčlenku“.

Abychom věděli, co „Bog” ve skutečnosti znamená, napišme

$$x = (1 + 10^{-4})^n = [(1 + 10^{-4})^{10^4}]^{n \times 10^{-4}},$$

tedy

$$\text{Bog } x = \log_{[(1+10^{-4})^{10^4}]} x.$$

Ale $(1 + 10^{-4})^{10^4} = 2,7184593 \cong e$ na 4 platné cifry, takže upravený Bürgiho logaritmus $\text{Bog } x$ je „skoro” přirozený logaritmus x .

Dříve se u nás používal název „přirozené logaritmy” pro logaritmy Napierovy. Kdybychom ale podobně uvažovali o Napierových logaritmech, dospějeme k tomu, že jejich základ je přibližně roven $1/e$. Navíc tyto logaritmy ještě nesplňovaly základní funkcionální rovnici pro logaritmy (více viz [5]). Bürgiho logaritmy ve tvaru, v jakém jsme je výše definovali, zákony logaritmování splňují:

$$\begin{aligned} \forall x, y \in \mathbb{R} \quad (x > 0 \wedge y > 0) & \quad \text{Bog } xy = \text{Bog } x + \text{Bog } y, \\ \forall x, a \in \mathbb{R} \quad (x > 0) & \quad \text{Bog } x^a = a \text{Bog } x. \end{aligned}$$

Napierovy tabulky přepracoval na tabulky logaritmů o základu 10 (dekadických) anglický profesor matematiky HENRY BRIGGS (1561 – 1631). Ten Napiera nejprve navštívil v jeho sídle ve Skotsku a předložil mu návrh na zjednodušení jeho tabulek. Napier už však byl v pokročilém věku neměl sílu tabulky přepracovat. Briggs se tedy ujal tohoto úkolu a v roce 1624 publikoval své výsledky pod názvem *Logarithmica arithmetica*. Dekadické logaritmy byly pro výpočty nejvhodnější. Zacházení s logaritmickými tabulkami a pravítky bylo dlouho (ještě v druhé polovině minulého století) v látce matematiky na střední škole (včetně interpolace apod.).

Slovo závěrem

Joost Bürgi patřil k významným osobnostem vědy a techniky doby renesance, rozsah jeho práce byl vskutku obdivuhodný. Jeho

přístup k vědeckému bádání byl univerzální, dokázal přístroj vymyslet, prakticky zkonstruovat, použít jej k pozorování a vyhodnotit výsledky. Patřil ke geniálním hodinářům a konstruktérům přístrojů. Vynikající byly i jeho matematické výzkumy. Brahe jej nazval „druhým Archimédem“ a podle Keplera byl „tvůrcem automatů“.

To hlavní, co bych chtěla podtrhnout, byl objev nádherného algoritmu, který umožňoval naprosto mechanicky převádět složité výpočty výrazů, které se tehdy jinými způsoby snad ani počítat nedaly. Neboť jak by se byl do té doby jinými způsoby vypočetl výsledek umocnění čísla 3,158 číslem 2,853? Avšak pomocí logaritmů je to docela jednoduché, protože se celý výpočet převede na násobení dvou čísel. Pravda, nauka o logaritmech potřebovala ještě doplnění, zejména pokud jde o vztah mezi oběma operacemi. Potřebovaly se také lépe propracovat vzájemné vztahy mezi logaritmy o různých základech. To všechno provedl teprve veliký švýcarský matematik LEONHARD EULER (1707 – 1783) v 18. století. Avšak základní algoritmus tu již byl a to ostatní, zejména důležitost Eulerova čísla jakožto základu tzv. přirozených logaritmů a přechod k funkčnímu chápání logaritmů (což byl velký krok oproti chápání tabulkovému), nedalo na sebe již dlouho čekat.

Literatura

- [1] Hans Berthele, *Jost Burgis Beitrag zur Formenentwicklung der Uhren*, Jahrbuch der kunsthistorischen Sammlungen, Wien, 1955
- [2] Benjamin Bramer, *Apollonius Cattus*, Kassel, 1684
- [3] Joost Bürgi, *Arithmetische und geometrische Progress Tabellen, sambt gründlichem unterricht wie solche nützlich in allerley Rechnungen zugerbrauchen und verstanden werden sol*, Löblichen Universitet Buchdruckern, Praha, 1620
- [4] Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geshichte der Mathematik, Band II (1200 – 1668)*, B.G. Teubner, Leipzig, 1892

- [5] C. H. Edwards, *The historical development of the calculus*, Springer, New York, 1979
- [6] Gieswald, *Justus Byrg als Mathematiker und dessen Einleitung in seine Logarithmen*, Gdaňsk, 1856
- [7] Herman H. Goldstine, *A history of numerical analysis from the 16th through the 19th century*, Springer Ver., New York, 1977
- [8] Zdeněk Horský, *Kepler v Praze*, Mladá fronta, Praha, 1980
- [9] Zdeněk Horský, *Sextant Joosta Bürgiho*, *Sborník Národního technického muzea* 5(1968) Praha,
- [10] Zdeněk Horský, *Astronomy Gnomonics*, Národní technické muzeum, Praha, 1968
- [11] František Jáchim, *Tycho Brahe, Hvězdářova Odysea z Dánska do Čech*, Eminent, Praha, 2000
- [12] Eli Maor, *The Story of a Number*, Princeton University Press, Princeton, 1994
- [13] S. Michal, *Hodiny – Od gnómonu k atomovým hodinám*, SNTL, Praha, 1980
- [14] Antonín Švejda, *Jost Bürgi – 450 let od narození*, *Věda a technika mládeži* 5 3(2002)
- [15] Zikmund Winter, *Řemeslnictvo a živnosti 16. věku v Čechách*, Česká akademie císaře Františka Josefa pro vědy, slovesnost a umění, Praha, 1909

Mgr. Renata Sikorová
doktorandka MFF UK Praha
Sokolovská 83
186 00 Praha 8
e-mail: sikorova@provys.com