

Učitel matematiky

Karel Rektorys

Co si myslím o tom, jak učíme (nejen matematiku) na středních školách a na technice

Učitel matematiky, Vol. 11 (2003), No. 2, 121–126

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150849>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2003

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

**CO SI MYSLÍM O TOM, JAK UČÍME
(NEJEN MATEMATIKU)
NA STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH A NA TECHNICE¹²**

KAREL REKTORYS

Vážení přátelé,

nejprve bych rád poděkoval za pozvání na váš seminář, kde jsem se měl ve svém referátu zmínit i o své nové knížce *Co je a k čemu je vyšší matematika*. Ale nezlobte se na mne, v mém věku se mi již špatně cestuje, a tak mi pan ředitel Hrubý navrhl, abych napsal pro váš seminář článek, který by případně vyšel ve sborníku semináře nebo v časopise *Učitel matematiky*. Rád jsem článek napsal, neboť mám mnoho věcí na srdci.

I když obsahem mého příspěvku bude především výuka matematiky na technice, dovoluji, abych začal střední školou, a to nejen matematikou. Jistě mi budete moci vytknout, že jsem nikdy na střední škole neučil a že nejsem příliš oprávněný k tomu, abych o výuce na těchto školách mluvil. Ale mám děti a vnoučata (vnučka právě letos odmaturovala), a bylo mi vždycky divné, kolik času trávily nad učením. A protože podle nějakého podivuhodného zákona každý raději píše o tom, co se mu nelíbí, než aby chválil, rád bych napsal několik slov. Budu rád, když mě někdo z vás vyvede z omylu.

Když jsem já chodil do školy, naučili nás páni profesoři všechno ve škole. A my jsme měli dostatek času k tomu, abychom žili jako správní mladí lidé: Sportovali jsme, pěstovali muziku, měli své studentské lásky, atd. (A přitom jsme ještě stačili řešit takové malé výzkumné úkoly, které nám dávali naši kantoři, když si všimli, že

¹²Uveřejňujeme dopis zasláný autorem účastníkům celostátního semináře *Filozofické otázky matematiky a fyziky*, který se konal v Jevíčku v srpnu 2002. Pozn. red.

máme o některý předmět mimořádný zájem.) Pamatuji se velmi dobře na zeměpis. Náš zeměpisec podal výklad a nakonec nám napsal na tabuli několik přehledných hesel. Například: Švýcarsko — hlavní atrakce: Alpy. Nejznámější vrcholy: Matterhorn, Monte Rosa, Panna, Mnich. Nejznámější řeky: Rýn, Rhóna. Hlavní město Bern, mnohem známější jsou turistická centra: Svatý Mořic, Zermatt, Interlaken. A ovšem Curych (obchodní a finanční centrum), Ženeva (sídlo řady mezinárodních organizací). Čím se Švýcaři živí: turistikou, bankovníctvím, švýcarskými hodinkami.

A měli jsme Švýcarsko jako na dlani. Já si to pamatuji dodnes. Učebnici jsme ani nepotřebovali, snad jen když jsme z nějakého důvodu nebyli ve škole.

Jednou přišel za mnou náš Jirka, když ještě chodil do gymnázia. „Tati, prosím Tě, vyzkoušej mě ze zeměpisu, já budu zítra vyvolaný.“ „Co máte?“ zeptal jsem se. „Od stránky 83 do stránky 87.“ To byl pro mne první šok. Druhý brzy následoval. Měl vyjmenovat šest plodin charakteristických pro Egypt. Vyjmenoval jich jen pět. „Prosím tě, řekni mi tu šestou, já bych nedostal jedničku.“ To už jsem se podivil, po jakých detailech se rajtuje.

V ostatních předmětech to nebylo o mnoho lepší. Jsem si vědom toho, že každá věda velmi pokročila od doby, kdy jsem chodil do školy. Ale také si dobře vzpomínám na slova Karla Čapka, když vzpomínal na střední školu. Píše: „často vzniká otázka, je-li tam lepší dobrý odborník, nebo dobrý pedagog. Podle mých zkušeností byli nejlepší odborníci zároveň nejlepšími pedagogy: Dovedli pro nás vybrat to podstatné a nekrmili nás zbytečnými detaily.“

Já myslím, že to je věta velmi hluboká. A zdá se mi, že právě tohle nynější učitelé nedovedou. Pátral jsem po příčinách. Je možné, že v tom životním shonu si nestačí připravit výklad. Nebo — a teď to řeknu trochu ostřeji, než to ve skutečnosti je — si řeknou, že při těch ostudných učitelských platech nemá smysl se moc angažovat, ať se to děti naučí samy. Víím, že jejich životní podmínky jsou podstatně horší, než byly u našich profesorů, když jsem studoval. Ti byli dobře placeni, takže jejich manželky nemusely být zaměstnané. A oni se mohli věnovat svému oboru, psali články do odborných časopisů — zkrátka byly to osobnosti, a také nás

něčemu naučili. Zdá se mi, že teď se děti učí více memorovat, než aby se učily myslet a umět si udělat určitý nadhled. Musím ještě přiznat, že někde to bez memorování nejde. Nebudeme umět anglicky, když se nebudeme učit slovíčka.

Ale za hlavní příčinu přetížení dětí pokládám osnovy, které často příliš zabíhají do detailů. Od absolventa gymnázia se jistě očekává, že ví, že F. L. Věka napsal Jirásek, Rigoletto že je od Verdiho, atd. atd. Ale takový konglomerát faktů, který musí studenti zvládnout k maturitě, to je skoro nelidské. Přitom jsem přesvědčený, že za rok skoro všechno zapomenou, jedno pro druhé. Vědní obory se lavinovitě rozrůstají, vznikají další obory. Když budeme k dnešním osnovám jen přidávat, budou studenti za sto let sedět nad učením čtyřicet hodin denně, a to hezkou řádku let. A až dostudují, půjdou druhý den do důchodu. Je třeba vybírat, zpřehledňovat. Stručný přehled výkladu, tak jak jsem jej ukázal na příkladě Švýcarska, velmi usnadňuje studentům práci. Kromě toho jsou takové přehledy vhodnou pomůckou při přípravě k maturitě. A mimo to, kdyby se studenti neučili, jak vybrat to podstatné, nevěděli by ani, až přijdou na vysokou školu a uslyší některé speciální přednášky, jak si takovou přednášku zapsat.

Učebnice by mohly být obsažnější než závazné osnovy, a to nejen v matematice: co je pro jednoho detail, nemusí být detailem pro druhého. A je třeba, když někdo chce vědět něco navíc, aby učebnice byla pro něho dobrým zdrojem poučení. (Snad to nebude chápáno tak, že to „navíc“ by pak měli učitelé chtít od všech dětí.)

Proč o tom všem píší: V matematice se mi zdá, že je situace na gymnáziích trochu lepší, díky dobrým učebnicím, sbírkám příkladů i řadě profesorů, kteří umějí látku vysvětlit. Přesto si myslím, že i v matematice to někdy trochu přeháníme s podrobnostmi, například v geometrii, a také i přemírou důkazů, které nejsou vždy pro studenty příliš instruktivní. (Nebo konstruktivní, chceme-li; například nedávají návod, jak najít hledané řešení, apod.) V takových případech bych se nebál říci: z názoru se zdá, že platí to a to, a také se to dá dokázat. Ale i naopak: z názoru se zdá, že platí to a to, ale v obecném případě to nemusí být pravda. A případně uvést protipříklad, ze kterého bude vidět, že ne vždy se můžeme

spoléhat na názor. (Například studentům se často spojitá funkce líbí tak, že jsou přesvědčeni, že musí mít všude derivaci. Stačí ovšem uvažovat funkci $y = |x|$ v počátku.) I v těchto případech by učebnice mohly být obsažnější než běžný výklad.

Zdá se mi, že děláme málo „přitažlivých“ aplikací, i když sbírky příkladů se o to snaží. Vím to podle svých vnoučat, která se mě často ptají, proč se musí učit z matematiky to nebo ono, k čemu jim to bude v životě dobré. Někdy mají i trochu pravdy. Ovšem, od matematiky nemůžeme žádat jen její bezprostřední aplikovatelnost, matematika potřebuje svou logickou výstavbu. To je jako kdybychom od někoho chtěli, aby nám postavil vozovku přes řeku, a řekli mu, že most pod ní už stavět nemusí, o ten že nestojíme. A mimo to úkolem matematiky je nejenom aby nás naučila „počítat“. ale také, a to především, myslet. Přesto jsem toho názoru, že bychom měli věnovat aplikacím větší pozornost: učit se formulovat aplikované problémy matematicky, to je výborná škola myšlení. Kromě toho aplikace činí matematiku „živou“ .

Nejužitečnější je pro gymnazisty diferenciální a integrální počet, tam je užitečnost matematiky nejlépe vidět. Vzpomínám si, že když jsme tohle brali v septimě na reálce, že i spolužáci, kteří neměli matematiku moc v lásce, byli najednou pyšní na to, že umějí pomocí derivace řešit už složitější slovní úlohy, na které „selský rozum“ nestačí, že dovedou pomocí integrálu vypočítat objem rotačního elipsoidu, práci proměnné síly po dané dráze, atd. Slyšel jsem, že diferenciální a integrální počet má být na gymnáziích zařazen v učebních plánech jen mezi doporučené a rozšiřující učivo. To by byl omyl krutý. Bylo by to něco podobného, jako kdybychom si léta pěstovali ovocný strom, a když by už měl přinést ovoce, uřízli bychom mu korunu. A byl by to i těžký handicap pro ty studenty, kteří se chystají na některou vysokou školu, kde matematika má výrazné uplatnění. Vždyť dobře víme, jaká je propadavost z matematiky například na technikách. A to ještě většina studentů přichází na techniku aspoň s těmi nejzákladnějšími základy vyšší matematiky.

Je ovšem třeba vzít zřetel na zaměření studentů. Budoucí historik bude toho sotva mnoho potřebovat z diferenciálního a in-

tegrálního počtu (i když matematika sehrála významnou úlohu například při luštění některých starověkých jazyků; a proniká i do dosti vzdálených oborů, do medicíny, do hudební teorie atd. atd.).

A tím se konečně dostáváme k matematice u nás na technice. Za neúspěchy studentů při zkouškách z matematiky nemůže jen jejich předběžné vzdělání (základní a střední škola; a ovšem i studenti sami). Abych byl upřímný, moc se mi nelíbí, jak u nás na technice přednášíme matematiku. Řekl bych, že příliš univerzitním způsobem. Například vybudujeme mohutný diferenciální počet, a pak děláme aplikace. Z matematického hlediska zajímavé, ale většinou geometrické. A o ty studenti příliš nestojí, pokládají je stále za teorii. Oni by chtěli aplikace, které budou pro ně užitečné z jejich inženýrského hlediska. A to my většinou neumíme. Já jsem vždycky hlásal, že každý matematik na technice by si měl aspoň prolistovat skripta nebo učebnice z fyziky, statiky, pružnosti, popřípadě z jiných předmětů, aby věděl, co, a také jak, budou ti jeho studenti z matematiky potřebovat. Na to, jak učit matematiku u nás, může ovšem být celá řada názorů. Proto jsem loni napsal tenkou knížku *Co je a k čemu je vyšší matematika*. A byl bych rád, kdyby vyprovokovala diskusi k těmto otázkám, neboť zasvěcená diskuse, to je kámen mudrců. Knížka je, stručně řečeno, realizací mých představ, jak učit matematiku pro budoucí konzumenty matematiky, především technického zaměření. Jejím hlavním cílem je ukázat, že i bez budování rozsáhlého matematického aparátu se lze dostat k rozumným aplikacím. Jakými prostředky jsem se snažil tohoto cíle dosáhnout: předně výběrem látky – nematematik nemusí znát z jednotlivých matematických partií všechno. Za druhé: některé pojmy (například limita funkce) jsou pro něho obtížně pochopitelné, přičemž při jejich definici nelze zanedbat matematickou přesnost. Proto jsem v knížce postupovat spíše induktivním než deduktivním způsobem: nejprve ilustruji pojem na jednoduchém příkladě, a teprve potom přistoupím k jeho precizaci. Pokud jde o složitější důkazy některých tvrzení, pak nejsou-li konstruktivní, naznačuji jen ideu nebo odkazuji na podrobnější literaturu.

Jak jsem se již zmínil, velký důraz jsem kladl na aplikace. Těm jsou věnovány nejen ilustrativní příklady v textu, ale celé kapitoly.

Kromě toho každá část knihy obsahuje cvičení, na kterých si může čtenář ověřit své vědomosti i vyzkoušet svou vlastní vynalézavost.

Nakonec jsem připojil *Dodatek*, nazvaný *Pro zvědavého čtenáře*. Toho totiž může při čtení knížky napadnout plno otázek, které nejsou v textu podrobně zodpovězeny, neboť hlavním cílem knížky je dostat se co nejrychleji k aplikacím. A právě v Dodatku najde zvědavý čtenář na mnoho z těchto otázek odpověď.

Knížka zdaleka neobsahuje „celou“ matematiku, ale jen diferenciální a integrální počet funkcí jedné proměnné a obyčejné diferenciální rovnice. Ty už dovolují řešit složitější aplikační problémy.

Knížku jsem psal pro široký okruh čtenářů. Pro všechny zájemce o matematiku, zejména pro studenty všech typů škol, středoškoláky i vysokoškoláky, především technického zaměření. Ale knížka není „zakázaná“ ani studentům matematicko-fyzikálních fakult. Nepsal jsem ji s úmyslem, aby se stala oficiální učebnicí na technice. Většina technických oborů totiž potřebuje matematiky mnohem více. Ale myslím, že pro naše studenty bude užitečnou studijní pomůckou i dobrým základem pro studium vyšších matematických partií. A na méně teoretických oborech, popřípadě na bakalářském studiu, může být i pomůckou postačující.