

Učitel matematiky

Jaroslav Perný

Krychle, pohyb a prostorová představivost (1)

Učitel matematiky, Vol. 12 (2004), No. 3, 176–183

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150832>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2004

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

KRYCHLE, POHYB A PROSTOROVÁ PŘEDSTAVIVOST (1)

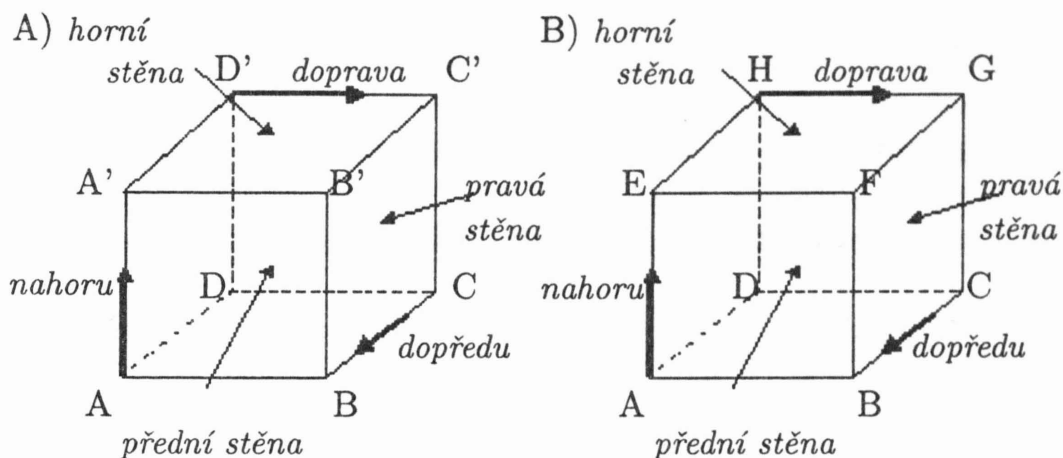
JAROSLAV PERNÝ

Při výuce matematiky na různých stupních škol se často setkáváme s problémy při řešení prostorových úloh. Ukazuje se, že je třeba hledat různé cesty k posilování a zlepšování úrovně prostorové představivosti většiny žáků a studentů.

Jednou z nich je zařazování jednoduchých úloh na rozvíjení prostorové představivosti, které lze bez větší návaznosti na učivo volně zařazovat do vyučování jako hry či rozcvičky, a to i pro žáky 1. stupně základní školy. Snahou přitom je, aby to byly úlohy, které nevyžadují pro žáky méně známé plošné znázornění prostorových objektů, ale spíše aby řešení probíhalo pouze v představě žáka.

V tomto článku se soustředíme na úlohovou situaci „krychle a pohyb“, která byla experimentálně ověřena s žáky ve věku 9-14 let. Jedná se o tzv. „procházky po krychli“.

Při „procházkách po krychli“ žák „chodí“ podle pokynů učitele mezi vrcholy po hranách a úhlopříčkách povrchu krychle, a to pouze podle představy krychle ve své mysli. Žákům je vysvětlen úkol a na modelu je s nimi dohodnuta terminologie pojmenování vrcholů, názvů stěn a směrů pohybů po krychli tak, jak jsou zvyklí. Po nácvičku následuje řešení úloh bez přítomnosti modelu. Učitel diktuje v určitém rytmu jednotlivé „kroky“ po krychli a žáci je pouze v mysli provádějí. Na připravený papír zaznamenávají buď jenom koncový bod, nebo někdy i celý sled kroků – „cestu“.

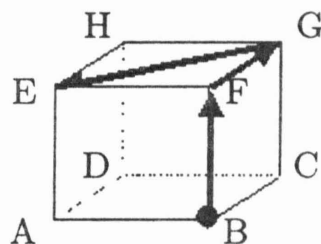
Příklady dohodnuté terminologie:

Ilustrativní příklad (návčikový):

Učitel říká:

„Začínáme v bodě *B*,
jdeme *nahoru*, *dozadu*, *napříč horní stěnou*, v kterém bodě jsme?“

Žák zaznamenává:

„Jsme v bodě *E* (*A'*).“

Řešení:


Potom žáci řeší soubor úloh různého typu, délky a obtížnosti nebo si vybavují a opakuji právě prošlou „cestu“. Experimentálně byly ověřeny úlohy, kdy žák „chodí“ podle pokynů, případně opakuje „cestu“ (typ A), a úlohy, kdy je žákovi sdělena cesta a on hledá výchozí a koncový bod (typ B). Oba typy úloh budou ilustrovány níže.

Příklady úloh (Úplný soubor úloh je v práci [4])
Úloha A2:

a) Začínáme v bodě *F* – *napříč pravou stěnou*–*doleva*–*dopředu*–*nahoru*–*napříč horní stěnou* – jaký je koncový bod?

b) Umíš zopakovat cestu?

Úloha v části a) sleduje, jak žák zvládá myšlenkové „chození“ po povrchu krychle podle pokynů, jak rychle, které kroky jsou pro

něho obtížné, jak si přitom pomáhá, jak identifikuje vrcholy apod. V další části b) žák předvádí, jak si cestu zapamatoval.

Úloha A4b:

Začínáme v bodě D – *doprava – nahoru napříč stěnou* – jaký je koncový bod?

Úloha sleduje, jak žák zvládá „složený“ krok a zda žák „vidí“ obě možnosti řešení, případně zda vidí tu „viditelnou“ nebo „neviditelnou“.

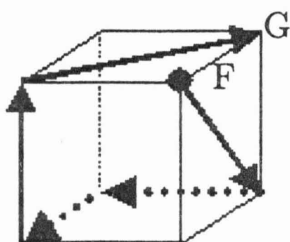
Úloha B5a:

Z těchto 3 kroků najdi výchozí a koncový bod: **dolu–dozadu–doleva**

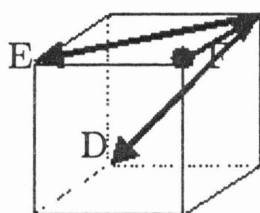
Této úloze jiného (inverzního) charakteru předchází nácvik na modelu. Poté již bez přítomnosti modelu úloha sleduje, jak žák umí uvedenou cestu správně umístit na povrch krychle.

Řešení:

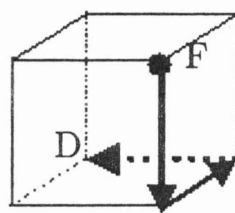
Úloha A2a:



Úloha A2b:



Úloha B5a:



Při vytváření těchto úloh mohou učitelé volit různý počet kroků cesty (3–7), různě střídat pohyb po hranách a úhlopříčkách stěn, po „viditelné“ a „neviditelné“ části krychle, mohou volit i koncový krok mimo krychli (např. z bodu G nahoru). Mohou sledovat, čím a jak si žáci při řešení úloh pomáhají, jak hodně využívají předešlý nácvik, v čem dělají chyby, co je pro ně obtížné, na jakém typu modelu si řešení úlohy představují atd.

Některé zkušenosti z experimentálního ověření úloh

Experimentální ověřování těchto úloh probíhalo s jednotlivými žáky individuálně, nerušeně v místnosti, žák si sám určoval tempo diktátu a průběh byl zaznamenáván na magnetofonový pásek.

Z něho a písemných poznámek experimentátora (autora) o neakustických reakcích žáka byl vytvářen detailní protokol. V závěru proběhl řízený rozhovor s žákem. Vlastní experimentálně ověřovaný soubor úloh obsahoval 5 úloh, každá měla část a) a b).

Získané údaje z protokolů byly zpracovány do tabulek a grafů. Na základě jejich analýzy byly ověřovány různé hypotézy a zjišťovány některé významné jevy ovlivňující úspěšnost řešení žáků.

Určení tzv. teoretické obtížnosti kroků cesty:

Pro porovnání získaných výsledků byla obtížnost jednotlivých kroků cest ohodnocena podle toho, zda jdou po hraně (1 bod) či úhlopříčce (2 body), zda je krok „viditelný“ (1 bod), „poloviditelný“ (2 body) či „neviditelný“ (3 body) a zda jsou vrcholy nebo je spojující krok na „viditelné“, „neviditelné“ či „poloviditelné“ části povrchu krychle. Například v AE je krok i vrcholy „viditelné“ (1 bod), v AD je vrchol „viditelný“, vrchol a krok „poloviditelný“ (3 body).

Tab. 1 Porovnání obtížnosti u úlohy ÚA2a

	Ročník	Teoretická obtížnost kroku (v bodech)				
	D/H	7	9	6	3	4
Skutečný čas	3. H	9	15	7	11	9
	3. D	11	20	8	14	18
	4. H	9	15	14	6	11
	4. D	13	17	17	12	13
	7. H	6	9	12	6	10
	7. D	9	10	10	8	8
	8. H	8	13	10	8	9
	8. D	12	15	12	11	9

Šetření s žáky 3., 4., 7., 8. roč. (H – hoši, D – dívky)

Nahoře teoretická obtížnost.

Průměrné časy v sekundách.

Rozdíly proti předpokladu jsou vyznačeny stínováním, malé světlým, velké tmavým.

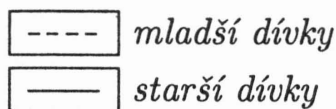
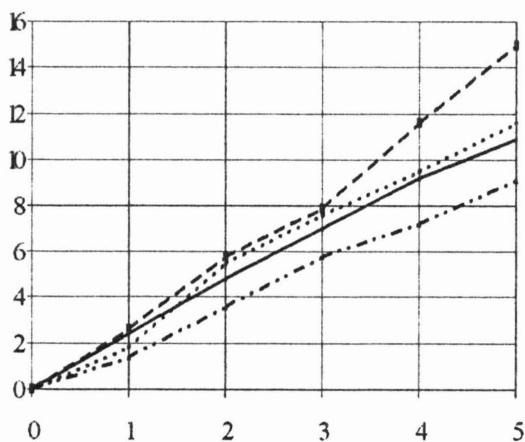
Tabulka potvrzuje, že nejobtížnějším krokem je „neviditelný“ druhý krok CD (kromě žáků 7. ročníku), nepotvrdilo se plně (hlavně u 3. ročníku), že nejlehčím krokem je „viditelný“ čtvrtý krok AE (Tab. 1).

Grafické vyjádření výsledků řešení úloh

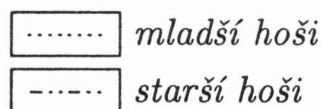
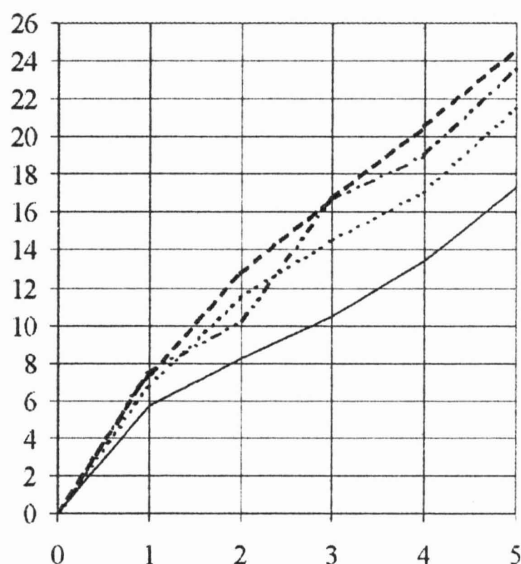
Pro porovnání výsledků řešení mezi chlapci a dívkami a mezi staršími a mladšími žáky byly výsledky vyjádřeny graficky. Na vodorovnou osu jsou nanášeny jednotlivé kroky a na svislou průměrné časy řešení kroku.

Průměrné časové průběhy řešení úloh v sekundách

Graf 1: Úloha ÚA2a



Graf 2: Úloha ÚA2b

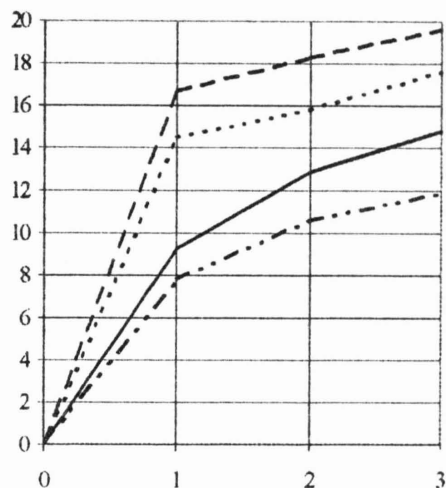


Některá další zjištění:

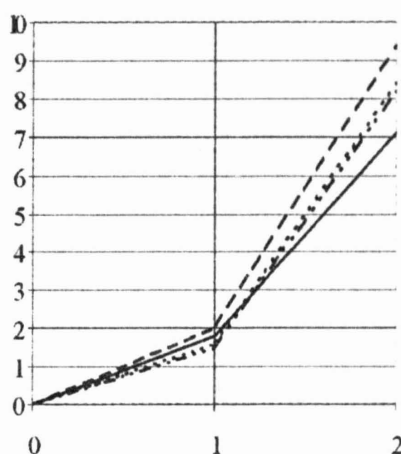
- Rozdíly, zejména mezi staršími a mladšími žáky nejsou nijak výrazné. Přesto si nejlépe vedli, kromě úlohy na zapamatování a opakování, starší chlapci, pak téměř stejně starší dívky a mladší chlapci a nejhůře si vedly mladší dívky (Graf 1, Graf 3).

Průměrné časové průběhy řešení úloh v sekundách

Graf 3: Úloha ÚA5a



Graf 4: Úloha ÚA4b



----- ml. dívky⁴ (7F, 2H)

..... ml. hoši (5H, 4F, 1F+H)

———— st. dívky (4F, 3H, 3F+H)

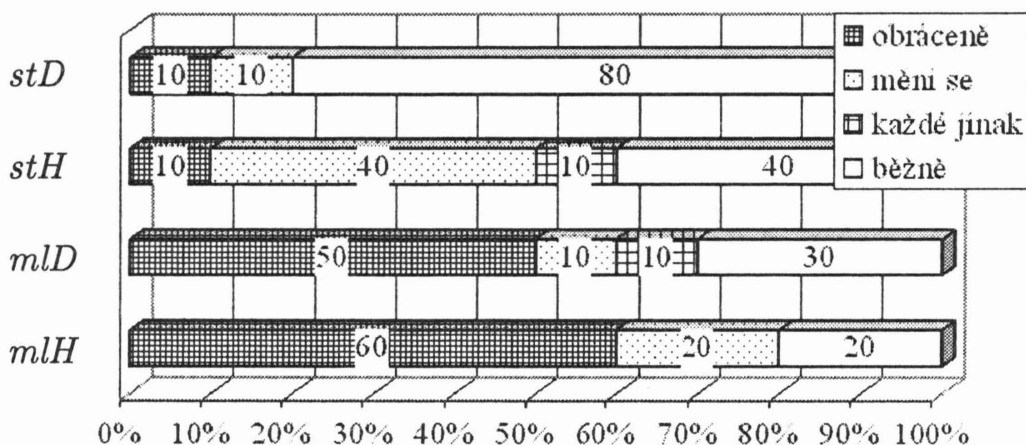
- · - · - st. hoši (6F, 1H, 3F+H)

- Pro mladší žáky (3. ročník) je opakování delší cesty úkol příliš obtížný, ale pokud ho zvládnou, jsou rychlejší než starší žáci, kteří více rozvažují a kombinují.
- Ukazuje se, že velmi málo žáků nachází obě možnosti řešení, ale také, že zejména mladším žákům nedělá možnost „neviditelná“ žádné potíže (Graf 4).
- U žáků se potvrzuje výrazná potřeba pohybu při „chození“ po krychli, pouze u jednoho žáka se žádný pohyb neprojevil. Mladší žáci si silně pomáhají prstem, starší spíše očima (Graf 6).
- Poněkud překvapivé bylo zjištění, že žáci mají největší potíže se směrem „dopředu – dozadu“. Ukazuje se, že pro mladší je

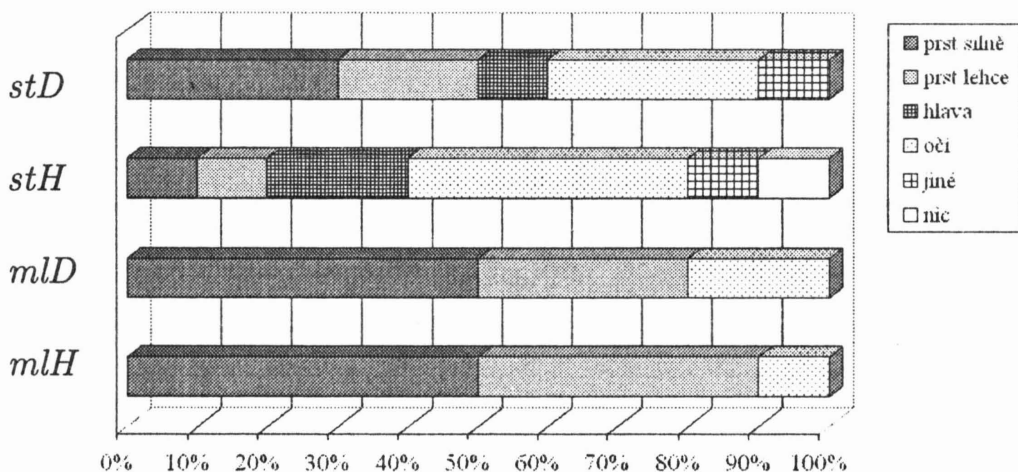
⁴ Údaje v závorce se týkají pouze úlohy ÚA4b. Např. 7F znamená, že sedm žáků uvedlo jako řešení úlohy koncový bod F, 3F+H znamená, že tři žáci uvedli jako řešení oba koncové body F i H. Ostatní zkratky mají obdobný význam.

„dopředu“ směr ke vzdálenějším vrcholům krychle, tj. k jejich přední stěně, pro starší je „dopředu“ k bližším vrcholům, tj. k blízké přední stěně. Je zajímavé, že směr pro nás nejvíce běžný mají starší dívky. Někteří žáci mají dokonce různý směr i stěnu, jdou „dopředu“ k zadní stěně. Přestože si žáci sami volili, který směr je pro ně „dopředu“, později, zejména v úloze 5, směr bezděčně měnili. Toto „pletení směrů“ bylo zmiňováno v závěru rozhovoru, kde žáci často uváděli, že je to „nějaké divné“. (Graf 5)

Graf 5: Chápání stěn a směrů dopředu – dozadu (v %)



Graf 6: Účast pohybu při řešení úloh PPK (v %)



Literatura

- [1] Gavora, P., *Výzkumné metody v pedagogice*, Paido, Brno, 1996.
- [2] Hejný, M., *Teória vyučovania matematiky 2*, SPN, Bratislava, 1991.
- [3] Perný, J., Prostorová představivost na krychli, *In: Matematika v přípravě učitelů elementární školy*, Acta Universitatis Purkynianae, Ústí nad Labem, 2000.
- [4] Perný, J., *Prostorová představivost v prostředí „krychle a pohyb“*, *Dizertační práce*, Praha, 2001.

PaedDr. Jaroslav Perný, Ph.D.

Katedra matematiky a didaktiky matematiky FP TUL,

Voroněžská 13

460 00 Liberec

e-mail: jaroslav.perny@vslib.cz