

Naďa Stehlíková  
Aritmetické závody - dělitelnost

*Učitel matematiky*, Vol. 13 (2005), No. 4, 241–248

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150783>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2005

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## ARITMETICKÉ ZÁVODY – DĚLITELNOST<sup>4</sup>

NAĎA STEHLÍKOVÁ

Třídni soutěž *Aritmetické závody* (dále AZ) byla rozpracována v letech 1978–1985 v rámci experimentálního vyučování na Základní škole Košická v Bratislavě ve výzkumném týmu prof. M. Hejného. V té době nesla název „Algopreteký“. Informace o ní najde čtenář v článku [2], [3], [5], [7] a [6]. Soutěž se dá použít všude tam, kde jde o nácvik nějakých matematických operací a kde lze úlohy gradovat podle obtížnosti.

V článku [6] byly představeny dvě konkrétní soutěže: nácvik aritmetických operací s přirozenými čísly a nácvik operací s desetinnými čísly. Zde přineseme matrice pro soutěž zaměřenou na procvičování kritérií dělitelnosti některými čísly.

### Pravidla soutěže

Pravidla soutěže byla podrobně uvedena v článku [6]. Zde uvedeme jejich stručnou podobu upravenou pro konkrétní AZ na dělitelnost.

1. AZ je třídni soutěž, která má několik kol. Jeden den probíhá nejvýše jedno kolo, každý týden probíhají nejméně dvě kola (pokud možno pravidelně). Každé kolo trvá určitý čas (v našem případě jsme stanovili čas 5 minut).
2. Ukončí-li žák práci před limitem, získává body navíc (dle uvážení učitele, který však musí stanovit pravidla před vlastní soutěží), pokud ovšem neztratil při řešení kartičky více než 2 body.
3. V každém kole řeší žák jednu „kartičku“, která obsahuje jednu až dvě matematické úlohy.

---

<sup>4</sup>Článek byl vytvořen v rámci řešení grantu GAUK 500/2004/A-PP/PedF.

4. Kartačky jsou stupňovány podle náročnosti. Kartačky kategorie A jsou nejsnazší, kartačky kategorie B jsou náročnější, C ještě náročnější, . . . Obvykle bývá 5–7 kategorií. V našem případě existují kategorie A až D.

5. V každé kategorii je více různých kartaček, jejichž náročnost je pokud možno stejná. Kartačky jsou značeny A1, A2, . . . , B1, B2, . . . , . . . , F1, F2, . . .

6. Každá úloha má jistou bodovou hodnotu. Součet bodů všech úloh jedné kartačky je bodovou hodnotou této kartačky. Bodová hodnota kartačky kategorie A je nejnižší, poslední kategorie nejvyšší. V našem případě navrhuje pro kategorii A 8 bodů (3+5), B 12 bodů (4+8), C 20 bodů (8+12) a D 26 bodů.

7. AZ začíná zahřívacím (nultým) kolem, jehož výsledek se do soutěže nezapočítává. V něm si každý žák sám volí kategorii, kterou bude řešit. Na základě výsledku zahřívacího kola si žák volí kategorii pro první kolo (nebo mohou všichni žáci začít s kategorií A).

8. Když žák v daném kole neztratil více než 2 body, pak v následujícím kole může volit kartačku kategorie o jeden stupeň vyšší. Když v daném kole získal méně než polovinu bodů, které získat mohl, pak v dalším kole musí volit kategorii nižší (toto pravidlo se samozřejmě nevztahuje na řešitele kategorie A, která je nejnižší). V ostatních případech zůstává ve stejné kategorii.

## Zkušnosti

Organizace soutěže se může zdát složitá, ale zkušnosti ukazují, že se vynaložená práce vyplatí. Zde představená soutěž byla vyzkoušena v 6. ročníku jedné pražské sídlištní základní školy. Během prvních dvou kol si žáci zvykli na pravidla, takže vlastní soutěž nepřesáhla 6 minut z vyučovací hodiny. (Žáci měli už zkušnosti s aritmetickými závody s přirozenými a desetinnými čísly.)

Před vlastní soutěží učitelka vyřešila několik úloh na dělitelnost, aby si žáci uvědomili, že např. číslo 315 $X$  je čtyřciferné číslo, kde číslo  $X$  hledáme, nebo že číslo tvaru  $ABB$  je např. číslo 122. Dále bylo nutno děti upozornit, že mají-li hledat všechna

čísla tvořená číslicemi 1, 2, 8 dělitelná čtyřmi, myslíme tím jednociferná, dvojciferná i trojciferná čísla dělitelná čtyřmi. Číslice máme k dispozici pouze jednou, nesmějí se tedy v čísle opakovat.

Další organizace soutěže byla následovná. Před každým kolem si žák vybral kartičku, kterou měl řešit. O kartičkách, které již řešil, si vedl evidenci a odpovídal za to, že nebude řešit stejnou kartičku vícekrát. (Kdyby k tomu přece došlo, byl by v daném kole diskvalifikován.)

Před soutěží ležely kartičky na lavicích textem dolů. Žáci je začali řešit teprve na pokyn učitele. Po uplynutí doby řešení na vyzvu učitele všichni žáci okamžitě odložili pera.

Učitelka kartičky ještě týž den opravila a výsledky posledního kola i celkového stavu soutěže zveřejnila ve třídě na nástěnce. Podle našich zkušeností má rychlost zveřejnění výsledků zásadní vliv na motivační sílu soutěže. Protože žáci byli již na AZ zvyklí, mohla učitelka svěřit evidenci výsledků dvěma vybraným jedincům.

Po ukončení soutěže učitel „teatrálním“ způsobem ohodnotil úspěchy žáků a ocenil nejen první místa, ale i překvapivě dobrá umístění slabších žáků a výjimečný výkon některého žáka v jednom nebo několika kolech.

V případě AZ na dělitelnost může učitel rozhodnout, že zatímco první dvě kategorie budou řešeny ve škole, další dvě, těžší, budou žáci řešit doma. Případně soutěž organizovat cele jako domácí.

Zvláštní otázkou zůstává použití kalkulačky. Domníváme se, že by žákům zejména u kategorie D mělo být umožněno její použití.

### Kartičky „Dělitelnost“

Kartičky AZ na dělitelnost uvedené níže představují náš návrh, který si učitel může libovolně modifikovat. Úlohy jsou připraveny tak, aby v kategorii A byla použita pouze kritéria dělitelnosti dvěma, pěti a čtyřmi, v kategorii B kromě předchozích ještě dělitelnost třemi, devíti a osmi, v kategorii C kombinace dvou kritérií a v kategorie D jde o algebrogramy s použitím maximálně dvou kritérií.

<p><b>A1</b></p> <p>1. Z číslic 2, 3, 4 vytvořte všechna trojčiferná čísla dělitelná dvěma. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat.</p> <p>2. Pro jaké číslice <math>X</math> je číslo <math>315X</math> dělitelné číslem 4? Číslice jsou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.</p>	<p><b>A2</b></p> <p>1. Pro jakou číslici <math>X</math> dostaneme z čísla <math>35X4</math> co největší číslo dělitelné čtyřmi?</p> <p>2. Z číslic 5, 6, 0 vytvořte všechna trojčiferná čísla dělitelná pěti. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat. Číslice jsou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.</p>
<p><b>A3</b></p> <p>1. Z číslic 4, 5, 6 vytvořte všechna trojčiferná čísla dělitelná dvěma. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat.</p> <p>2. Pro jaké číslice <math>X</math> je číslo <math>42X4</math> dělitelné číslem 4? Číslice jsou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.</p>	<p><b>A4</b></p> <p>1. Pro jakou číslici <math>X</math> dostaneme z čísla <math>865X</math> co největší číslo dělitelné čtyřmi?</p> <p>2. Z číslic 4, 5, 3 vytvořte všechna trojčiferná čísla dělitelná pěti. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat. Číslice jsou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.</p>
<p><b>A5</b></p> <p>1. Z číslic 2, 3, 4 vytvořte všechna trojčiferná čísla dělitelná čtyřmi. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat.</p> <p>2. Pro jaké číslice <math>X</math> je číslo <math>315X</math> dělitelné číslem 5? Číslice jsou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.</p>	<p><b>A6</b></p> <p>1. Pro jakou číslici <math>X</math> dostaneme z čísla <math>21X8</math> co největší číslo dělitelné čtyřmi?</p> <p>2. Z číslic 8, 6, 5 vytvořte všechna trojčiferná čísla dělitelná dvěma. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat. Číslice jsou 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.</p>

<p><b>B1</b></p> <p>1. V zápise <math>34 * 5</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné třemi. Najděte všechna řešení.</p> <p>2. Z číslic 1, 2, 8 vytvořte všechna čísla dělitelná čtyřmi. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat.</p>	<p><b>B2</b></p> <p>1. V zápise <math>33 * 0</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné čtyřmi. Najděte všechna řešení.</p> <p>2. Z číslic 2, 6, 9 vytvořte všechna čísla dělitelná třemi. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat.</p>
<p><b>B3</b></p> <p>1. V zápise <math>22 * 5</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné devíti. Najděte všechna řešení.</p> <p>2. Z číslic 4, 5, 9 vytvořte všechna čísla dělitelná devíti. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat.</p>	<p><b>B4</b></p> <p>1. V zápise <math>69 * 2</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné devíti. Najděte všechna řešení.</p> <p>2. Z číslic 3, 4, 5 vytvořte všechna čísla dělitelná třemi. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat.</p>
<p><b>B5</b></p> <p>1. V zápise <math>90 * 2</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné třemi. Najděte všechna řešení.</p> <p>2. Z číslic 1, 8, 9 vytvořte všechna čísla dělitelná devíti. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat.</p>	<p><b>B6</b></p> <p>1. V zápise <math>20 * 2</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné čtyřmi. Najděte všechna řešení.</p> <p>2. Z číslic 6, 7, 9 vytvořte všechna čísla dělitelná třemi. Číslice se v jednom čísle nesmějí opakovat.</p>

<p><b>C1</b></p> <p>1. Kterou číslici musíte v čísle 5342 škrtnout, abyste dostali trojciferné číslo dělitelné šesti? Najděte všechna řešení.</p> <p>2. V zápise <math>71 * 5</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné patnácti. Najděte všechna řešení.</p>	<p><b>C2</b></p> <p>1. Kterou číslici musíte v čísle 2816 škrtnout, abyste dostali trojciferné číslo dělitelné dvanácti? Najděte všechna řešení.</p> <p>2. V zápise <math>23 * 0</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné patnácti. Najděte všechna řešení.</p>
<p><b>C3</b></p> <p>1. Kterou číslici musíte v čísle 7180 škrtnout, abyste dostali trojciferné číslo dělitelné dvanácti? Najděte všechna řešení.</p> <p>2. V zápise <math>82 * 6</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné šesti. Najděte všechna řešení.</p>	<p><b>C4</b></p> <p>1. Kterou číslici musíte v čísle 5210 škrtnout, abyste dostali trojciferné číslo dělitelné patnácti? Najděte všechna řešení.</p> <p>2. V zápise <math>57 * 2</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné šesti. Najděte všechna řešení.</p>
<p><b>C5</b></p> <p>1. Kterou číslici musíte v čísle 1536 škrtnout, abyste dostali trojciferné číslo dělitelné šesti? Najděte všechna řešení.</p> <p>2. V zápise <math>63 * 2</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné dvanácti. Najděte všechna řešení.</p>	<p><b>C6</b></p> <p>1. Kterou číslici musíte v čísle 6145 škrtnout, abyste dostali trojciferné číslo dělitelné patnácti? Najděte všechna řešení.</p> <p>2. V zápise <math>65 * 0</math> nahraďte hvězdičku číslicí tak, aby vzniklo číslo dělitelné dvanácti. Najděte všechna řešení.</p>

<p><b>D1</b> Najděte všechna čísla <math>ABA</math>, která jsou dělitelná číslem 15. Číslice <math>A</math> a <math>B</math> jsou různé.</p>	<p><b>D2</b> Najděte všechna čísla tvaru <math>AAB</math>, která jsou dělitelná číslem 6. Číslice <math>A</math> a <math>B</math> jsou různé.</p>
<p><b>D3</b> Najděte všechna čísla <math>ABB</math>, která jsou dělitelná číslem 12. Číslice <math>A</math> a <math>B</math> jsou různé.</p>	<p><b>D4</b> Najděte všechna čísla tvaru <math>AAB</math>, která jsou dělitelná číslem 12. Číslice <math>A</math> a <math>B</math> jsou různé.</p>
<p><b>D5</b> Najděte všechna čísla <math>ABA</math>, která jsou dělitelná číslem 4. Číslice <math>A</math> a <math>B</math> jsou různé.</p>	<p><b>D6</b> Najděte všechna čísla tvaru <math>AAB</math>, která jsou dělitelná číslem 9. Číslice <math>A</math> a <math>B</math> jsou různé.</p>

## Literatura

- [1] Hálová, M., *Chyby v matematické soutěži v 5. ročníku ZŠ*, Diplomová práce. PedF UK Praha, 1996.
- [2] Hejný, M., Hrdina, L', Niektoré problémy zvyšovania efektívnosti vyučovania matematiky na ZŠ. In: O. Baláž., *Sociálne aspekty výchovy*, Veda, SAV 1981, 89–104.
- [3] Hejný, M., Hrdina, L', Vantuch, J., Uplatňovanie nových pedagogických prístupov k vyučovaniu matematiky. *Jednotná škola* 5, 1982, 412–425.
- [4] Ludvíková, J. Roubíček, J., *Aritmetický expert*, Seminární práce PedF UK, Praha, 1995.
- [5] Repáš, V., Algopreteký. *Matematické obzory* 18(1982), 51–61.
- [6] Hejný, M., Stehlíková, N., Aritmetické závody. *Učitel matematiky*, 5(1997), 213–219.



- [7] Stehlíková, N., Motivační způsoby nácviku základních matematických dovedností. *Učitel matematiky*, 9(2000), 25–36.

*RNDr. Naďa Stehlíková, Ph.D.*

*Katedra matematiky a didaktiky matematiky PdF UK*

*M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1*

*e-mail: nada.stehlikova@pedf.cuni.cz*