Arne Vrbský

Turbodidaktika 3

Učitel matematiky, Vol. 13 (2005), No. 1, 60–64

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/150753

TURBODIDAKTIKA 3

DOC. ARNE VRBSKÝ
ZEMĚDĚLSKÁ AKADEMIE, GRÜNFELD, SRN[13]

Cílem článku, který navazuje na moje práce [1], [2], je seznámit zájemce o turbodidaktiku, dále jen TDi, s dalším teoretickým pilířem TDi, kterým je *Tesákova věta.* Někteří kolegové turbodidaktici, zejména v německy mluvících zemích, kladou dokonce *Tesákovu větu* ještě o něco výše než *Kvadratickou větu.* Není bez zajímavosti vědět, že *Tesákova věta* byla vyslovena v době, kdy byla TDi jako vědecká disciplína ještě v plenkách. Podobných případů bychom ovšem našli v historii matematiky více. Autorem této významné věty je profesor Stanislav Tesák, který byl v letech 1963–1966 současně třídním profesorem Arne Vrbského na Středním odborném učilišti VCHZ Synthesia v Semtíně, tedy třídním profesorem autora tohoto článku.

Didaktické působení pana profesora označuje TDi jako metodu KOMAFRI (*Komenský, Makarenko, Frištenský)* s důrazem na *Frištenský.* Metoda KOMAFRI byla účinná jak ve složce výchovné, tak ve složce vzdělávací, protože několik žáků pana profesora nakonec vystudovalo vysokou školu. Vyslovme nyní slavnou větu pana profesora.

Tesákova věta:

$$\text{Pamatuj!}\quad 1+1=2 \tag{1}$$

Vedle této aritmetické formy Tesákovy věty se v literatuře setkáváme také s její formou trigonometrickou, kterou pro úplnost uvádím.

---

[13] Jak jsme již nejednou uvedli, je doc. Arne Vrbský nápadně podobný vedoucímu redaktorovi dr. Dagovi Hrubému a proto s ním bývá často zaměňován.

Trigonometrická forma Tesákovy věty:

$$\forall x \in \mathbb{R}\colon\ 2\cos^2 x + 2\sin^2 x = 2 \tag{2}$$

Tato forma Tesákovy věty, ve zkratce TFTV, má velice zajímavý důsledek. Porovnáním (1) a (2) totiž ihned dostáváme $2\cos^2 x = 1$ a $2\sin^2 x = 1$ resp. $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ a $\sin^2 x = \frac{1}{2}$. Odtud již snadno plyne.

Důsledek TFTV:

$$\forall x \in \mathbb{R}\colon\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \tag{3}$$

Lze říci, že není prakticky oblasti matematiky, kde bychom se s Tesákovou větou nesetkali. Uveďmě několik typických příkladů, které jsou přístupné učitelům matematiky na ZŠ a SŠ. Obecnější aplikace TV přesahují rámec tohoto časopisu.

Příklad 1. $\forall n \in N\colon \sum_{i=1}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$. Dokažte.
Položíme-li v binomické větě $a = b = 1$, dostáváme ihned

$$(a+b)^n = \sum_{i=1}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k = (1+1)^n = 2^n.$$

Užití TV je snad zřejmé.

Příklad 2. Porovnejte Pythagorovu větu a Tesákovu větu.

Dosaďme do výrazu $a^2 + b^2 = c^2$ postupně $a^2 = 1, b^2 = 1, c^2 = 2$. Potom je $a = 1, b = 1$, $c = \sqrt{2}$. Úsečky o velikostech $1, 1, \sqrt{2}$ jsou velikostmi stran rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku. Tento trojúhelník bývá v turbodidaktice označován jako TETROKMEN, což je zkratka pro *Tesákův trojúhelník kmenový.* Pokud máte po ruce tužku, můžete si tetrokmen načrtnout. Je to pěkný trojúhelník.

Předcházející příklady nám ukázaly jistý způsob aplikace Tesákovy věty. Vždy je prováděno porovnání daného výrazu s Tesákovou větou. Na pravé straně musí být vždy po úpravě dvojka a oba členy na levé straně se musí rovnat jedné. Tento komparační algoritmus má své označení. V turbodidaktice je označován zkratkou VTK a nazýván *Vrbského-Tesákův komparační algoritmus*. Obecně může algoritmus VTK znázornit následovně

$$\begin{array}{ccccc} A(x_1, x_2, ..., x_n) & + & B(x_1, x_2, ..., x_n) & = & C(x_1, x_2, ..., x_n) \\ 1 & + & 1 & = & 2 \end{array}$$

Položíme $A(x_1, x_2, ..., x_n) = 1$, $B(x_1, x_2, ..., x_n) = 1$, $C(x_1, x_2, ..., x_n) = 2$ a jsme prakticky s aplikací hotovi.

Následující příklad nám ukazuje užití algoritmu VTK při řešení rovnic.

Příklad 3. V $\mathbb{R}$ řešte rovnici $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{4-x} = 2$
Aplikace algoritmu VTK vede okamžitě k rovnostem

$$\sqrt[3]{x-2} = 1 \quad \text{a} \quad \sqrt[3]{4-x} = 1$$

Po umocnění a úpravě dostáváme

$$\begin{array}{rcr} x-2=1 & \text{a} & 4-x=1 \\ x=3 & \text{a} & x=3 \end{array}$$

Nyní i žák Josef Tvrdý vidí, dokonce dvakrát, že rovnice má kořen $x = 3$. Pokud nám zbylo ještě trochu času, provedeme zkoušku, i když platí tvrzení, že v případě použití algoritmu VTK není zkouška nutná.

$$L(3) = \sqrt[3]{3-2} + \sqrt[3]{4-3} = \sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{1} = 1 + 1 = 2 = P(3)$$

Uveďmě nyní pro zajímavost, jak řeší předchozí rovnici didaktici. Uvedu jen zkrácený postup bez komentáře.

$$\sqrt[3]{x-2}+\sqrt[3]{4-x}=2$$
$$x-2+3\sqrt[3]{(x-2)^2(4-x)}+3\sqrt[3]{(x-3)(4-x)^2}+4-x=8$$
$$\sqrt[3]{(x-2)^2(4-x)}+\sqrt[3]{(x-3)(4-x)^2}=2$$
$$\sqrt[3]{(x-2)(4-x)}(\sqrt[3]{x-2}+\sqrt[3]{4-x})=2$$
$$\sqrt[3]{(x-2)(4-x)}=1$$
$$(x-2)(4-x)=1$$
$$x^2-6x+9=0$$
$$(x-3)^2=0$$
$$x=3$$

Myslím si, že dalšího komentáře k řešení této rovnice není třeba. V tomto případě turbodidaktika naprosto dominuje a jen zarputilý didaktik zůstane u svých časově náročných a často nepřehledných ekvivalentních úprav. Někteří žáci se někdy kořene ani nedočkají, protože v průběhu ekvivalentních úprav usnou. Zvonění školního zvonku je pak libou hudbou nejen pro žáky, ale také pro učitele.

V této souvislosti bych rád poznamenal, že může nastat situace, kdy je přímé použití algoritmu VTK nevhodné. Tento problém řeší TDi pomocí faktoru VTMF, což je *Vrbského-Tesákův multiplikační faktor* λ. Znak λ čteme a vyslovujeme *lambda*. Užití faktoru λ si krátce objasníme.

Nechť je dán problém charakterizovaný rovnicí

$$a+b=c.$$

Zde je pěkně vidět, že na pravé straně není dvojka a my nechceme použít algoritmus VTK, tedy ihned psáti $a=1, b=1, c=2$. V tomto případě položíme $\lambda=\frac{2}{c}$ a ihned dostáváme

$$\frac{2a}{c}+\frac{2b}{c}=2$$

Teprve nyní použijeme algorimtus VTK. Postupně dostaneme $\frac{2a}{c} = 1$ a $\frac{2b}{c} = 1$ a jsme prakticky hotovi. Krátce můžeme shrnout, že použít algoritmus VTK je možné vždy. Někdy je však vhodnější před nasazením algoritmu VTK použít faktoru λ. Pěknou ukázkou použití faktoru λ je následující příklad.

Příklad 4. V $\mathbb{N}^2$ řešte rovnici $3x + 5y = 30$
V tomto případě položíme $\lambda = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ a danou rovnici vynásobíme faktorem λ. Postupně dostáváme

$$3x \cdot \lambda + 5y \cdot \lambda = 30 \cdot \lambda$$
$$\frac{3x}{15} + \frac{5y}{15} = \frac{30}{15}$$
$$\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 2$$

Nyní položíme $\frac{x}{5} = 1, \frac{y}{3} = 1$. Mám ověřeno, že i ve slabší třídě, avšak turbodidakticky dobře vedené, najdeme do deseti minut řešení naší rovnice $K = \{[5; 3]\}$. Příjmeme i řešení, že kořeny jsou $x = 5$ a $y = 3$. Možná má naše rovnice ještě další řešení, kdo ví. Je otázkou, zda v současné době máme být maximalisty a pídit po více řešeních nebo dokonce po všech řešeních. Myslím, že se naše školství nachází ve stavu, který nám velí, abychom se spíše drželi zkrátka. Jinými slovy, danému stavu školství musíme přizpůsobit i metodiku výuky. Používání tradičních metod by mohlo vést ke snižování počtu studentů na našich středních školách a následně na vysokých školách. Byla by to škoda, v době, kdy máme univerzity skoro v každém okresním městě, vracet se zpět. Jedině rozsáhlé nasazení turbodidaktiky umožní naplnit krásne cíle našeho školství – 75% maturantů a 50% vysokoškoláků.

Literatura

[1] Vrbský, A.: *Turbodidaktika 1.* Učitel matematiky *2*(2003).

[2] Vrbský, A.: *Turbodidaktika 2.* Učitel matematiky *4*(2003).