Emil Calda

Řešení matematických různic

Učitel matematiky, Vol. 16 (2008), No. 2, 125–128

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/150624`

ŘEŠENÍ MATEMATICKÝCH RŮZNIC

EMIL CALDA

Inspirován turbodidaktickými výboji doc. Arne Vrbského ze Zemědělské akademie v Grünfeldu (*Učitel matematiky*, **12**(2) 2004, 121–128, **12**(4) 2004, 251–256, **13**(1), 60–64, **13**(2), 124–128) dovoluji si rozšířit jeho zkoumání na oblast, které dosud nebyla věnována žádná pozornost. Půjde o neprobádané území týkající se způsobů řešení různic, a to pouze různic matematických, neboť pojednání o způsobech řešení různic politických, vojenských, ekonomických a rodinných by zabralo několik čísel tohoto časopisu.

Připomeňme si na konkrétním příkladu pojmy rovnost, rovnice, nerovnost, nerovnice, různost a ukažme si na něm, co rozumíme různicí:

rovnost:	$5 = 5$,	rovnice:	$5x - 6 = 0$,
nerovnost:	$5 < 6$,	nerovnice:	$5x - 6 < 0$,
různost:	$5 \neq 6$,	různice:	$5x - 6 \neq 0$.

Lineární různicí o jedné neznámé nazýváme zápis

$$ax + b \neq 0,$$

kde a, b, 0 jsou reálná čísla a x je neznámá.

Řešit různici znamená určit všechna reálná čísla, která po dosazení za neznámou x převedou tuto různici v různost. Způsoby řešení si ukážeme na lineární různici $5x - 6 \neq 0$.

1. Metoda RNR je založena na intuitivním předpokladu, že obor pravdivosti různice je roven oboru nepravdivosti rovnice, kterou dostaneme z této různice, nahradíme-li v ní znaménko různosti znaménkem rovnosti. Zkráceně řečeno: *Různici Nahradíme Rovnicí.*

Řešení různice $5x - 6 \neq 0$:
obor pravdivosti rovnice $5x - 6 = 0$: množina $\left\{\frac{6}{5}\right\}$

obor nepravdivosti rovnice $5x-6 = 0$: množina $\left(-\infty, \frac{6}{5}\right) \cup \left(\frac{6}{5}, +\infty\right)$

obor pravdivosti různice $5x-6 \neq 0$: množina $\left(-\infty, \frac{6}{5}\right) \cup \left(\frac{6}{5}, +\infty\right)$

Výsledek: Různici $5x-6 \neq 0$ vyhovují právě všechna $x \in \left(-\infty, \frac{6}{5}\right) \cup$ $\cup \left(\frac{6}{5}, +\infty\right)$, tj. právě všechna $x \neq \frac{6}{5}$.

Turbodidaktici se dosud nesetkali s případem, že by metoda RNR vedla k nesprávnému výsledku. Nicméně však doporučují, aby tato metoda založená na nedokázaném tvrzení byla používána pouze v nejnutnějších případech.

2. Metoda RNN spočívá v tom, že *Různici Nenahradíme Ničím*, tj. nepřevádíme ji na rovnici. Je založena na tom, že obor pravdivosti různice se nezmění, když k oběma jejím stranám přičteme libovolné číslo, ani když obě její strany vynásobíme libovolným číslem různým od nuly.

Řešení různice $5x - 6 \neq 0$:
k oběma stranám přičteme číslo 6:

$$\begin{aligned}(5x - 6) + 6 &\neq 6\\ 5x &\neq 6\end{aligned}$$

obě strany vynásobíme číslem $\frac{1}{5}$:

$$\begin{aligned}(5x) \cdot \frac{1}{5} &\neq 6 \cdot \frac{1}{5}\\ x &\neq \frac{6}{5}\end{aligned}$$

Výsledek: Různici $5x - 6 \neq 0$ vyhovují právě všechna $x \neq \dfrac{6}{5}$.

Také u této metody doporučují turbodidaktici největší opatrnost, protože věty, jejichž užitím danou různici upravujeme, byly dosud dokázány pouze pro rovnice.

3. Metoda RNDN je charakterizována tím, že *Různici Nahradíme Dvěma Nerovnicemi.* Tato metoda převádí řešení různice $ax+b \neq$ $\neq 0$ na řešení nerovnic $ax + b > 0$ a $ax + b < 0$; řešení různice dostaneme sjednocením obou řešení těchto nerovnic.

Řešení různice $5x - 6 \neq 0$:
tato různice je splněna právě pro ta x, pro něž platí $5x - 6 > 0$ nebo $5x - 6 < 0$.
Řešení nerovnice $5x - 6 > 0$: $x > \frac{6}{5}$
Řešení nerovnice $5x - -6 < 0$: $x < \frac{6}{5}$

Výsledek: Různici $5x - 6 \neq 0$ vyhovují právě všechna x větší nebo menší než $\frac{6}{5}$, tj. právě všechna $x \neq \frac{6}{5}$.

Jediná nevýhoda této metody je v tom, že k tomu, aby žáci mohli různice řešit, musí umět řešit nerovnice. Tuto nesnáz však obejdeme poměrně snadno, neboť řešení každé nerovnice se dá převést na řešení rovnice. Potřebujeme k tomu věty, které si čtenář snadno dokáže a jejichž použití ukážeme v následujícím příkladu:

Pro všechna reálná x platí: $x > 0 \Leftrightarrow \dfrac{|x|}{x} - 1 = 0$
Pro všechna reálná x, y platí: $(x = 0 \vee y = 0) \Leftrightarrow x \cdot y = 0$.

Řešení různice $5x - 6 \neq 0$:

$$5x-6\neq 0 \Leftrightarrow (5x-6>0 \vee 5x-6<0)$$

$$5x-6>0 \Leftrightarrow \frac{|5x-6|}{5x-6}-1=0$$

$$5x-6<0 \Leftrightarrow -5x+6>0 \Leftrightarrow \frac{|-5x+6|}{-5x+6}-1=0$$

$$\left(\frac{|5x-6|}{5x-6}-1=0 \vee \frac{|-5x+6|}{-5x+6}-1=0\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{|5x-6|}{5x-6}-1\right)\cdot\left(\frac{|-5x+6|}{-5x+6}-1\right)=0$$

Po vynásobení poslední rovnice číslem -1 dostaneme

$$\left(\frac{|5x-6|}{5x-6}-1\right)\cdot\left(\frac{|5x-6|}{5x-6}+1\right)=0$$

$$\left(\frac{|5x-6|}{5x-6}\right)^2-1=0$$

$$(5x-6)^2-(5x-6)^2=0 \wedge x\neq\frac{6}{5}$$

$$0=0 \wedge x\neq\frac{6}{5}$$

Výsledek: Různici $5x-6\neq 0$ vyhovují právě všechna $x\neq\frac{6}{5}$.

Autor těchto řádků by uvítal, kdyby se k uvedeným metodám vyjádřili nejen čtenáři, ale i sám zakladatel turbodidaktiky, doc. Arne Vrbský.

Doc. RNDr. Emil Calda, CSc.
Katedra didaktiky matematiky MFF UK
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
e-mail: calda@karlin.mff.cuni.cz