

Eva Zelendová

Grafická reprezentace řešení nerutinních kombinatorických úloh

Učitel matematiky, Vol. 17 (2009), No. 1, 27–31

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150562>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2009

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

GRAFICKÁ REPREZENTACE ŘEŠENÍ NERUTINNÍCH KOMBINATORICKÝCH ÚLOH

EVA ZELENDOVÁ

V září 2007 bylo zahájeno dvouleté období tvorby školních vzdělávacích programů pro čtyřletá gymnázia a vyšší stupeň víceletých gymnázií. V části cílového zaměření vzdělávací oblasti *Matematika a její aplikace* je v [1] (závazném dokumentu pro tvorbu ŠVP) mimo jiné uvedeno:

Vzdělávání v dané vzdělávací oblasti směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka k:

- *osvojování základních matematických pojmů a vztahů postupnou abstrakcí a zobecňováním na základě poznávání jejich charakteristických vlastností;*
- *analýzování problému a vytváření plánu řešení, k volbě správného postupu při řešení úloh a problémů, k vyhodnocování správnosti výsledku vzhledem k zadaným podmínkám;*
- *práci s matematickými modely, k vědomí, že k výsledku lze dospět různými způsoby;*
- *rozvíjení dovednosti pracovat s různými reprezentacemi;*
- *rozvíjení zkušeností s matematickým modelováním (k činnostem, kterými se učí poznávat a nalézat situace, v nichž se může orientovat prostřednictvím matematického popisu), k vyhodnocování matematických modelů, k poznávání mezí jejich použití, k vědomí, že realita je složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro více situací a jedna situace může být vyjádřena různými modely).*

Tyto cíle můžeme porovnat s doporučením National Council of Teachers of Mathematics z roku 2000, tak jak je uvedeno v [2]:

Žáci na všech úrovních školní docházky musí být vzdělávání pomocí programů, které jim umožní:

- *tvorit a používat prostředky pro organizování, záznam a sdělování matematických nápadů;*
- *výběr, použití a pochopení matematického popisu pro řešení matematického problému;*
- *využití tohoto popisu k modelování a interpretaci fyzikálních, sociálních a matematických jevů.*

Protože cíle uvedené v obou dokumentech spolu korespondují, bude jistě i pro českého učitele matematiky zajímavé, podívat se, jak řeší naši žáci a američtí žáci nerutinní matematické úlohy. Zajímat nás bude strategie řešení problému a zápisy různých variant řešení. Pro srovnání použijme dvě úlohy, které jsou v [2] uvedeny. Jsou sice formulovány různě, ke správnému výsledku však vede u obou stejná cesta:

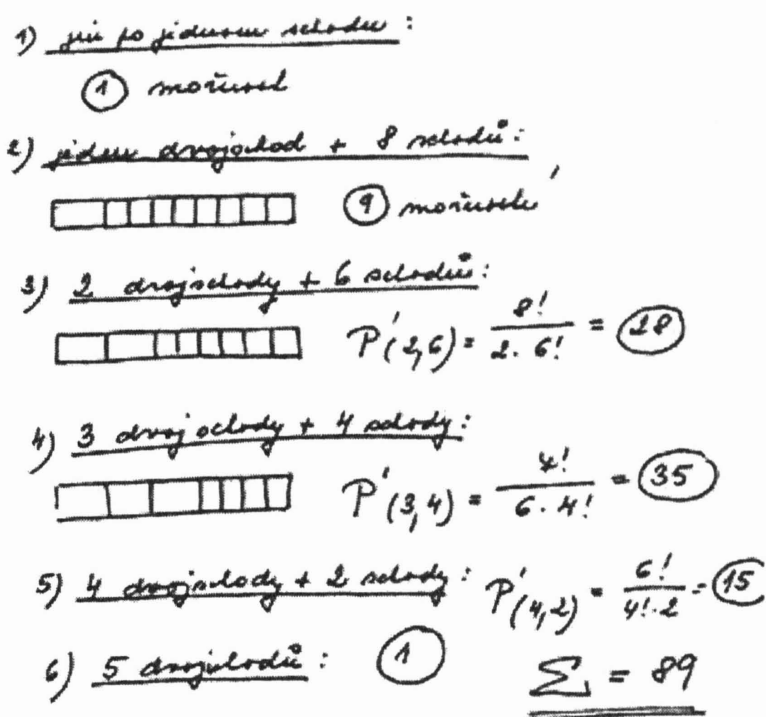
Úloha č. 1: Mějme schodiště s deseti schody, které chceme vystoupat buď po jednom nebo po dvou schodech najednou. Kolika různými cestami můžeme vystoupit po schodišti?

Úloha č. 2: Problém kvádrů: Máme obdélníkový rám 2×10 a 10 kvádrů s rozměry podstavy 1×2 . Kolika různými způsoby můžeme kvádry danou podstavou do rámu položit, aby se navzájem nepřekrývaly a rám byl zcela zaplněn?

Tyto úlohy jsem řešila se studenty matematických tříd v hodinách věnovaných kombinatorice. Podívejme se na jedno z čitelnějších řešení první úlohy. Zakreslené schéma pomohlo studentce úlohu vyřešit pomocí vztahu pro permutace s opakováním.

O tom, že úlohu můžeme řešit i bez použití permutací s opakováním, nás přesvědčí druhé řešení (mírně upraveno podle zápisu studenta):

Kroky které po schodišti provedeme jsou buď „jednokroky“ (označme je \bullet) nebo dvojkroky (ty označme \square). Vezměme si situaci tří dvojkroků a čtyř „jednokroků“. Bude nás zajímat na kolikátém místě

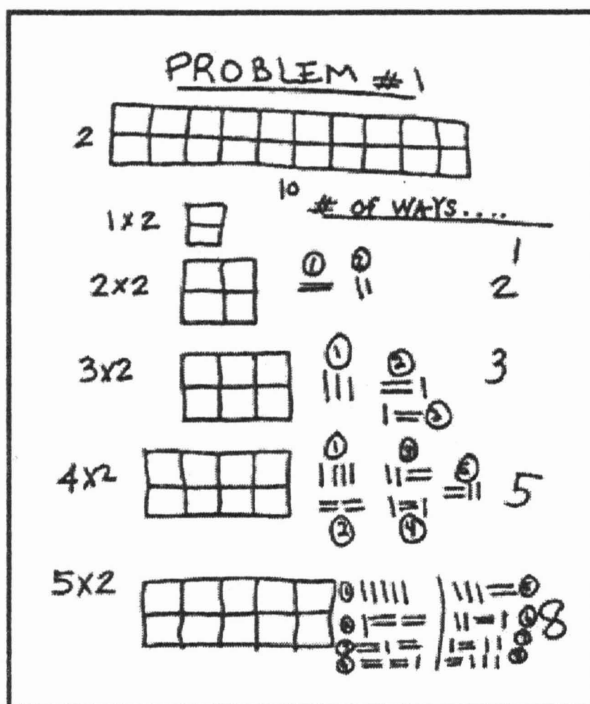


Obr. 1

v pořadí všech kroků budou „jednokroky“. Situaci, kterou znázorňuje následující schéma $\bullet \square \bullet \bullet \square \bullet \square$ popisuje množina s prvky $\{1; 3; 4; 6\}$, situaci $\bullet \bullet \bullet \square \square \square \bullet$ popisuje množina s prvky $\{1; 2; 3; 7\}$. Na pořadí prvků nezáleží, jedná se tedy o kombinace. V uvedené situaci tři dvojkroky a čtyř „jednokroků“ se jedná o 4-prvkové kombinace ze 7 prvků. Jejich počet je určen kombinačním číslem $\binom{7}{4} = \frac{7}{4 \cdot 3} = \frac{7}{4 \cdot 6} = 35$. Takto zjistíme, že všech možností je celkem 89.

A jak se s grafickou interpretací vypořádali američtí žáci? V [2] je uvedeno pět ukávek. První dvě korespondují s výše uvedenou představou.

Třetí skupina žáků použila k řešení úlohy č. 2 indukční strategii. Žáci experimentovali s rámem o rozměrech 1×2 , s rámem

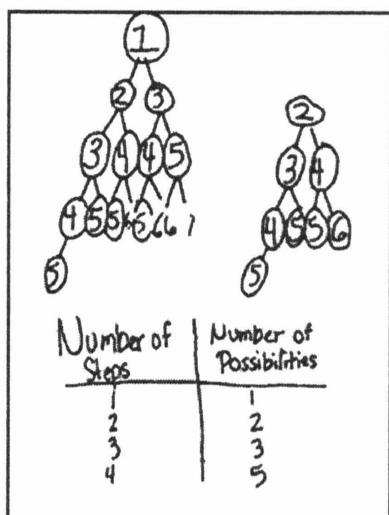


Obr. 2

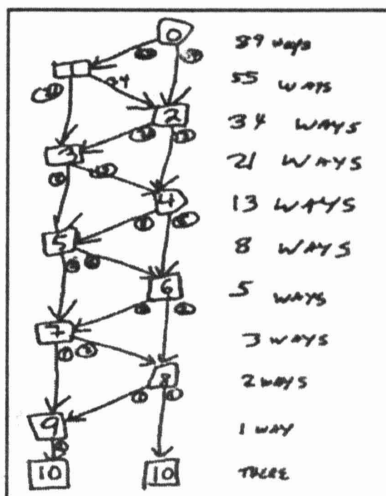
o rozměrech 2×2 , 3×2 , 4×2 a 5×2 . Zaznamenávali počet možných uspořádání daných kvádrů v každém z uvedených případů a získali tak prvních pět členů Fibonacciho posloupnosti. Použitím rekurentního vzorce získali pro rám o rozměrech 10×2 všech 89 možných uspořádání kvádrů.

Na závěr ještě dvě reprezentace úlohy č. 2. Čtvrtá skupina žáků využila k zachycení daného problému binární strom, pátá skupina si nejprve vyznačila možnosti postupu o jeden či dva schody a počet všech možných cest potom žáci zjišťovali, když šli FROM HEAVEN BACK (tak nazvali tuto metodu sami žáci).

Na uvedených pěti příkladech vidíme, že grafická reprezentace řešení nerutinních úloh je různorodá a inspirující. Jestliže se vám při čtení tohoto článku vybavilo nějaké zajímavé řešení vašeho žáka, neváhejte. Pošlete grafické zpracování tohoto řešení s průvodním textem na adresu zelendova@vuppraha.cz. Bude zavěšen na Metodickém portálu VÚP www.rvp.cz v sekci gymnaziálního



Obr. 3



Obr. 4

vzdělávání. Tam najdete řadu dalších inspirací nejen pro hodiny matematiky, ale i pro tvorbu školních vzdělávacích programů.

Literatura

- [1] *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia, VÚP v Praze, Praha, 2007*
- [2] Rubel, L. H.; Zolkower, B. A., Mathematics trachet, *On Blocks, Stairs, and Beyond: Learning about the Significance of Representations* 101(5) December 2007/ January 2008, 340–344

RNDr. Eva Zelendová
 Výzkumný ústav pedagogický v Praze
 Novodvorská 1010/141, 142 01 Praha 4
 e-mail: zelendova@vuppraha.cz