Lenka Čechová

Geometrie a počítač aneb Nebojte se Cabri (2)

Učitel matematiky, Vol. 10 (2002), No. 3, 157–163

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/150543`

GEOMETRIE A POČÍTAČ (2)
aneb
NEBOJTE SE CABRI

Lenka Čechová

V minulém čísle jste měli možnost seznámit se s výukovým softwarem pro geometrii Cabri Géomètre II (dále jen Cabri). Informace o programu, možnosti opatření volně šiřitelné demoverze atd. je možno najít v první části tohoto příspěvku. Ovšem jak mě upozornil kolega RNDr. Antonín Vrba, CSc. z Prahy, kterému tímto děkuji, stránky `http://home.pf.jcu.cz/~vanicek/cabri/` (viz str. 76 v minulém čísle) byly přesunuty na adresu

`http://www.pf.jcu.cz/cabri/`.

Na této adrese je možno nalézt také demoverzi a české prostředí pro Cabri (vše je volně ke stažení). Budeme proto dále pracovat s českou verzí (viz obrázky 1, 2). Pokud je někdo zvyklý pracovat s anglickým menu nebo by si naopak chtěl přeložit názvy nástrojů z minulého čísla do češtiny, najde přehled ikon s odpovídajícím názvem v češtině, angličtině i němčině na stránce `http://www.math.muni.cz/~mlc/geom/cabri/ikony.html`.

V příkladech 1 – 3 (uvedených v první části) sloužilo Cabri pouze jako jakési „chytré“ pravítko a kružítko. I když byla prezentována řada výhod spočívajících v modifikaci konstrukcí, odstranění pojmu nepřesnost rýsování atd., poznali jste zatím jen malou část všech možností, které Cabri nabízí. V této části bude ukázáno, jak v Cabri pracovat se systémem souřadnic.

Část 2. Nejen analytická geometrie

Propojení úloh rovinné analytické geometrie se znázorněním odpovídajících geometrických objektů považuji za velice důležité. Předcházíme tím tomu, aby žáci „bezduše" počítali s rovnicemi, aniž by za nimi viděli patřičný geometrický význam. To lze pochopitelně zvládnout i náčrtkem na tabuli, Cabri nám však dává možnost vytvořit rychlé a přesné grafické řešení, které můžeme snadno modifikovat, což v neposlední řadě podněcuje další diskuzi nad úlohami.

S nástrojem *Vzdálenost a délka* (D2) pro měření vzdálenosti či délky jste se seznámili už v první části. Také jste využívali nástroj *Obsah* (D2) pro určení obsahu (viz příklad 2). Pod stejnou ikonou najdete v roletovém menu mimo jiné funkci *Souřadnice a rovnice*, která slouží ke zjištění souřadnic bodu, popřípadě rovnice přímky, kružnice nebo kuželosečky.

Vyzkoušejte: Sestrojte kružnici k se středem S. Doplňte osy pomocí funkce *Zobrazit osy* (E2). Aktivujte ikonu *Souřadnice a rovnice* (D2) a klikněte myší nejdříve na kružnici — zobrazí se rovnice kružnice, potom na bod S — zobrazí se souřadnice bodu S. Uchopte bod S a pohybujte kružnicí. Sledujte souřadnice bodu S a rovnici kružnice. Oba údaje se budou měnit podle aktuální polohy kružnice.

Otevřete si nový soubor, opět zobrazte osy a sestrojte kružnici k se středem S. Nyní zobrazte libovolné další osy pomocí funkce *Nové osy* (E2) – kliknutím zadáte střed souřadného systému a další dva body určující po řadě osu x a osu y. Aktivujte ikonu *Souřadnice a rovnice* (D2) a klikněte myší na kružnici. Na rozdíl od předchozího případu se ihned nezobrazí rovnice kružnice, protože ještě musíte určit, vzhledem ke které soustavě souřadnic se má rovnice vztahovat. To učiníte kliknutím na patřičné osy. Nyní se zobrazí odpovídající rovnice.

Zobrazte také rovnici kružnice vzhledem k druhé soustavě souřadnic. Zobrazte souřadnice bodu S. Opět uchopte bod S a pohybujte kružnicí. Sledujte souřadnice bodu S a rovnice kružnice.

Poznámka: V menu *Nastavit* můžete nastavit v jakém tvaru se budou rovnice zobrazovat. V dialogovém okně menu *Nastavit / Nastavit prostředí* zvolte *Souřadnice a rovnice* a nastavte vaši volbu. Zkuste sami experimentovat také s ostatními možnostmi dialogového okna *Nastavit prostředí.*

Zatím umíte zobrazovat souřadnice existujících bodů a rovnice geometrických objektů. Můžete však i obráceně vytvářet body a objekty dané souřadnicemi a rovnicemi.

Příklad 4: Zobrazte bod $A = [4{,}31; -2{,}45]$.

Zobrazte osy a pomocí *Čísla* (E1) kdekoliv na nákresně zobrazte čísla 4,31 a −2,45. Na osu x naneste vzdálenost 4,31 (aktivujte *Nanést délku* (C1), klikněte na číslo 4,31 a pak na osu x).

Na osu y naneste vzdálenost −2,45, přesněji řečeno vzdálenost 2,45 na zápornou poloosu (klikněte myší na číslo −2,45 a pak na osu y — nezáleží na tom, na kterou z poloos kliknete). Bodem $[4{,}31; 0]$ na ose x veďte rovnoběžku s osou y, obdobně bodem $[0; -$ $-2{,}45]$ veďte rovnoběžku s osou x. V průsečíku rovnoběžek leží hledaný bod. Ikona *Názvy* (E1) umožňuje přidat mu popisku A. Zobrazte jeho souřadnice a přesvědčte se, že souhlasí s danými čísly.

Vyplatí se vytvořit si makrokonstrukci, která má za vstupní objekty dvě čísla a jako výstupní objekt bod o souřadnicích odpovídajících dvěma vstupním číslům. Zkuste si tuto makrokonstrukci vytvořit pomocí *Název, nápověda* (C3) - viz příklad 3. Program ohlásí, že zadané vstupní parametry neurčují výstupní parametry - je totiž třeba jako vstupní parametr zadat i souřadnou soustavu klepnutím na osu (pro případ, že bychom měli na nákresně více soustav). Zvolte tedy znovu položku *Vstupní objekty* (C3). Objekty, které jste původně zadali jako vstupní, se na nákresně označí a stále platí, přidáte jen třetí parametr klepnutím na osu. Teď už můžete makrokonstrukci uložit - v roletovém menu pod ikonou (C3) se vaše makrokonstrukce objevila jako nový nastroj. Nyní můžete rychle konstruovat body zadané souřadnicemi - napíšete na nákresnu souřadnice hledaného bodu a užitím právě vytvořené makrokonstrukce vytvoříte bod (nezapomeňte, že vstupním objektem nejsou jen dvě čísla, ale také osy!). Vyzkoušejte.

Příklad 5: Určete průsečíky přímky p, která prochází body $K = [0,1]$, $L = [3,4]$, s kružnicí k se středem $S = [1,0]$ a poloměrem $r = 2$.

Nejdříve nechte žáky úlohu spočítat. K řešení je možno dojít více způsoby. Například lze vyjádřit rovnici kružnice k a obecnou rovnici přímky p:

$$(x-1)^2 + y^2 = 4, \tag{1}$$
$$x - y + 1 = 0. \tag{2}$$

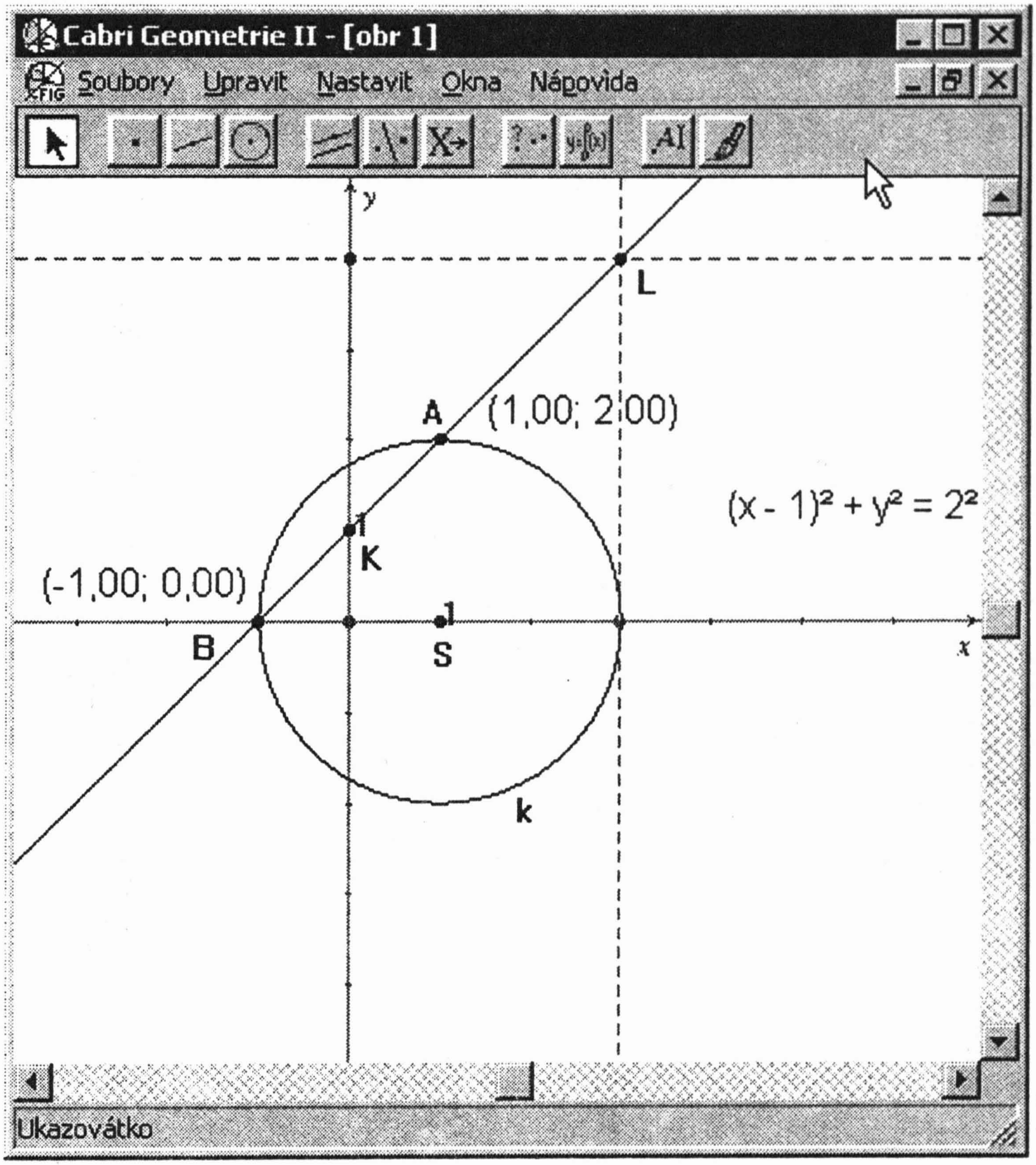
Tato soustava dvou rovnic o dvou neznámých má dvě řešení

$$x_1 = 1, \qquad x_2 = -1,$$
$$y_1 = 2, \qquad y_2 = 0,$$

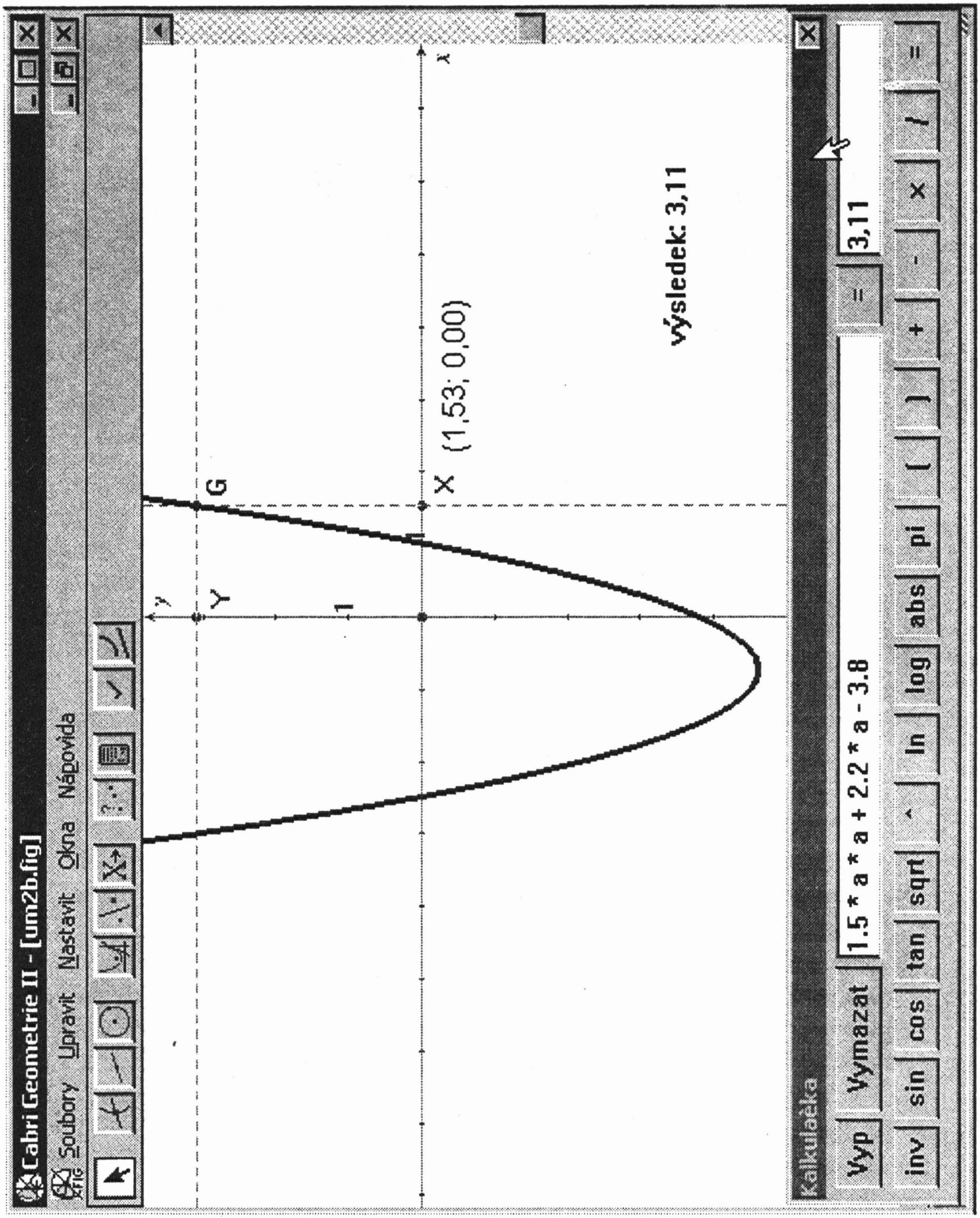
tj. hledané průsečíky kružnice k s přímkou p jsou body $A = [1,2]$, $B = [-1,0]$.

Nyní vyřešte úlohu graficky v Cabri. Zobrazte osy a sestrojte střed S kružnice k. Střed je třeba sestrojit přesně, tj. například nanesením délky 1 na osu x (viz příklad 4). Sestrojte kružnici k pomocí nástroje *Kružnice* (`B3`) – poloměr kružnice je opět nutno sestrojit přesně, tj. například nanesením délky 3 na osu x (viz obr. 1). Pro kontrolu si nechte pomocí funkce *Souřadnice a rovnice* (`D2`) vypsat rovnici kružnice. Obdobně sestrojte body K, L a přímku p (využijte makrokonstrukce z příkladu 4). Aktivujte ikonu *Průsečíky* (`B1`), klikněte na kružnici k a přímku p, vytvořené průsečíky označte A, B pomocí *Názvy* (`E1`). Znovu aktivujeme ikonu *Souřadnice a rovnice* (`D2`) a zjistěte hledané souřadnice průsečíků.

V úloze lze dále pokračovat např. hledáním průsečíků kružnice k', která je s danou kružnicí k osově souměrná podle osy y atd. Pokud pracujete s pokročilejšími žáky nebo studenty učitelství na VŠ, můžete právě popsané nástroje Cabri využít také k úlohám na transformace souřadnic v rovině.



Obrázek 1. Příklad 5.



Obrázek 2. Příklad 6

Příklad 6: Vykreslete graf funkce $y = f(x)$, kde

$$f(x) = 1{,}5x^2 + 2{,}2x - 3{,}8.$$

Zobrazte osy, na ose x zvolte libovolně bod $X = [x, 0]$ a zobrazte jeho souřadnice. Aktivujte kalkulátor (*Výpočty* (D2) – viz příklad 2). Vypočtěte hodnotu funkce pro vámi zvolené x (tj. dosazujte x-ovou souřadnici bodu X za x do výrazu $1{,}5x^2+2{,}2x-3{,}8$ tak, že na ni kliknete myší, druhou mocninu počítejte jako součin). Výsledek vytáhněte na nákresnu (viz obr. 2). Kalkulátor vypněte a výsledek zobrazený na nákresně naneste na osu y – dostanete tak bod $Y = [0, f(x)]$. Pomocí bodů $X = [x, 0]$ a $Y = [0, f(x)]$ sestrojte bod $G = [x, f(x)]$ (viz příklad 4) – to je jeden bod grafu hledané funkce. Nyní nechte bod G vykreslovat stopu – aktivujte ikonu *Stopu ano / ne* (E1) a klikněte na bod G, potom zvolte *Ukazovátko* (A), uchopte myší bod X a sledujte dráhu bodu G.

Graf lze vykreslit i rovnoměrným pohybem pomocí nástroje *Pohyb objektu* (E1). Aktivujte tuto ikonu, přidržte stlačenou myš na bodě X a se stisknutým tlačítkem myši natáhněte malou pružinu, která se u bodu X zobrazí. Jakmile myš pustíte, bod se začne rovnoměrně pohybovat a s ním i všechny objekty zkonstruované „v závislosti na něm“, tj. zejména bod G. Čím delší bude pružina, tím rychlejší bude pohyb bodu. Animaci lze zastavit klávesou Esc.

Graf můžete zobrazit také pomocí nástroje *Množina objektů* (C1). V tomto případě se vykreslí naráz celý obraz paraboly. Klikněte myší nejdříve na bod G (bod vytvářející hledanou množinu bodů) a potom na bod X (bod generující hledanou množinu bodů).

Podrobněji se ikonám *Pohyb objektu* (E1) a *Množina objektů* (C1) budeme věnovat v příštím čísle.

Mgr. Lenka Čechová
Katedra matematiky PřF MU
Janáčkovo nám. 2a, 662 95 Brno
e-mail: mlc@math.muni.cz