František Kuřina

Chvála "biflování"

Učitel matematiky, Vol. 18 (2010), No. 1, 49–52

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/150502

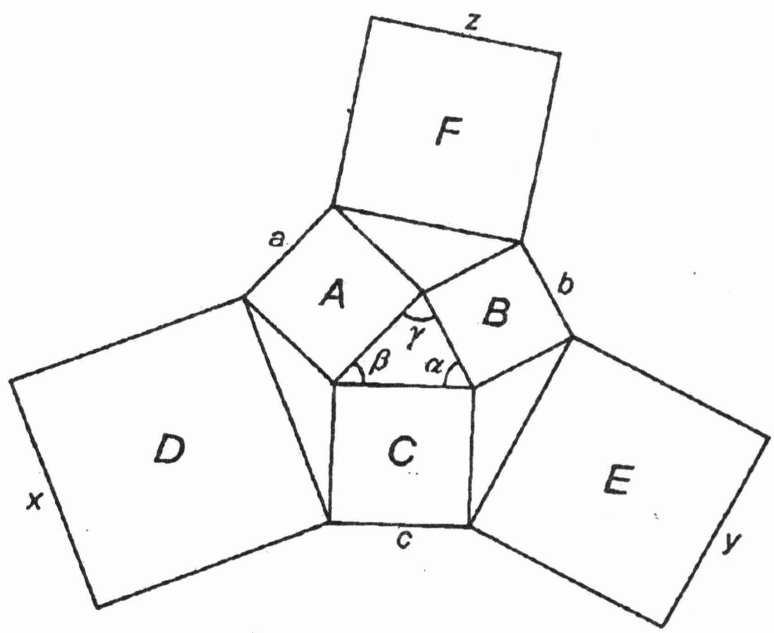
CHVÁLA „BIFLOVÁNÍ"

FRANTIŠEK KUŘINA

Na konferenci *Ani jeden matematický talent nazmar* konané v roce 2005 v Hradci Králové jsem v referátu *Úlohy, talent a matematika* ([1], s. 15–26) mimo jiné uvedl úlohu z nizozemské olympiády s tímto textem:

Na obr. 1 jsou sestrojeny čtverce s obsahy A, B, C a E, F, D, „nad stranami" trojúhelníků. Dokažte, že platí

$$E + F + D = 3(A + B + C) \tag{1}$$



Obr. 1

Úlohu jsem komentoval slovy: „Přirozená otázka „Jak spolu souvisejí délky stran nakreslených čtverců?“ vede k nápadu použít kosinovou větu a řešení je již jen otázkou výpočtu.“

Na tento můj text reaguje Vlastimil Dlab v článku [2] slovy: „Ano, použití kosinové věty vede k cíli. Je to však trochu jako vzetí kanónu na zajíčka. Navíc to bohužel ponechává výsledek jako izolovanou záhadu a nevysvětluje podstatu problému. Je to řešení, které rádi kritizujeme. Opět použití nějakého vzorce! **Biflování!** A věřím, že těm z nás, kdo jsme byli vychováváni a zkoušeni z předvádění vzorečků, je těžké si odvykat a nenechat se svést.“

Dovolím si zde uvést řešení naší úlohy, abych objasnil ono „biflování“.

V označení podle obr. 1 platí podle kosinové věty

$$
\begin{aligned}
x^2 &= a^2 + c^2 - 2ac\cos(180^\circ - \beta) = a^2 + c^2 + 2ac\cos\beta, \\
y^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos(180^\circ - \alpha) = b^2 + c^2 + 2bc\cos\alpha, \\
z^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos(180^\circ - \gamma) = a^2 + b^2 + 2ab\cos\gamma.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Protože podle kosinové věty pro původní trojúhelník se stranami a, b, c platí

$$
\begin{aligned}
2bc\cos\alpha &= b^2 + c^2 - a^2, \\
2ac\cos\beta &= a^2 + c^2 - b^2, \\
2ab\cos\gamma &= a^2 + b^2 - c^2,
\end{aligned}
\tag{3}
$$

dostaneme po dosazení vztahů (3) do rovností (2) a sečtením rovnic (2) po úpravě

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3\left(a^2 + b^2 + c^2\right), \tag{4}$$

čímž je rovnost (1) dokázána.

Podle mého názoru je zde uvedené řešení jednoduchou aplikací kosinové věty, které můžeme chápat jako ilustraci myšlenky, že matematická „teorie“ (kosinová věta) pomáhá řešit úlohu. Řešení úlohy je tak vlastně „vykalkulováno“.

Smysl formulování definic, odvozování vět a vzorců tkví mimo jiné právě v možnosti jejich aplikací. Znalost vzorců a jejich aplikace snad nelze považovat za biflování, nebo jinak: takovéto „biflování“ lze spíše uvítat než odsoudit.

Termíny bychom měli užívat v jejich „pravém“ významu. Slovo biflování se snad běžně používá ve smyslu formální „nadření“ teorie, zpravidla bez porozumění, a o to přece při řešení úlohy vůbec nešlo.

Dlab navrhuje použít místo běžného učiva (kosinové věty) „známý“ vztah

$$u^2 + v^2 = 2\left(a^2 + b^2\right) \tag{5}$$

mezi úhlopříčkami u, v a stranami a, b rovnoběžníku, který z kosinové věty bezprostředně plyne a který považuje za látku „rozhodně patřící do základních škol.“

Dlabova argumentace pro Addendum (s. 180) „že zaslechl hlasy, že užití kosinové věty je ten nejlepší, nejpřijatelnější, a tedy nejelementárnější způsob, jak naši úlohu řešit“ se mi jeví poněkud podivná. Dlab dále pokračuje: „Znovu tvrdím, že správný (a z hlediska důkladného porozumění úloze velmi rozumný) přístup je užití vztahu (5).“ Je snad přístup pomocí kosinové věty nesprávný?

Uznávám, že Dlabovo řešení úlohy je hlubší, neboť je elegantnější a vede k objevu nových souvislostí. Je ovšem dosti umělé (jak přijít na aplikaci vztahu (5)?).

Zadal jsem úlohu, bez jakéhokoli komentáře, šikovnému studentu gymnázia, který přišel rovněž „jen“ na řešení s užitím kosinové věty. Toto řešení uvádí i H. Pawlowski v publikaci [3].

Mít pevné základní znalosti a umět je použít je podle mého názoru základ matematické gramotnosti a není to žádné odsouzeníhodné biflování.

Literatura

[1] Kuřina, F., Úlohy, talent a matematika, In: *Ani jeden matematický talent nazmar.* Sborník příspěvků 2. ročníku konference, Hradec Králové, 2005

[2] Dlab, V., Důkladné porozumění elementární matematice, *Učitel matematiky* **71**(2009), str. 169–182

[3] Pawlowski, H., *Zadania z olimpiad matematycznych z celego asiata. Planimetria i stereometria*, Tutor, Toru, 2004

Prof. RNDr. František Kuřina, CSc.
Katedra matematiky
Pedagogická fakulta Univerzity Hradec Králové
Náměstí Svobody 301, 500 03 Hradec Králové 3
e-mail: frantisek.kurina@uhk.cz