Učitel matematiky

Dušan Šveda; Viera Švedová; Stanislav Lukáč; Jozef Sekerák

Ako využiť digitálne technológie pri vyučovaní logaritmickej funkcie

Učitel matematiky, Vol. 21 (2013), No. 2, 92–106

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/149498`

AKO VYUŽIŤ DIGITÁLNE TECHNOLÓGIE PRI VYUČOVANÍ LOGARITMICKEJ FUNKCIE

DUŠAN ŠVEDA, VIERA ŠVEDOVÁ,
STANISLAV LUKÁČ, JOZEF SEKERÁK

1. Úvod

Jedným z problémov vyučovania matematiky je vytváranie správnych predstáv o pojmoch. Žiacke vedomosti sú často deformované formálnym osvojením definície pojmu bez správnej predstavy, ktorá nemusí byť vyjadrená presným matematickým jazykom. Vo vyučovaní je oveľa dôležitejšie vybudovať správne predstavy o pojme oproti jeho korektnej definícii bez hlbokého porozumenia. Ako v tomto smere účelne využiť digitálne technológie (DT)? Hľadanie odpovede na uvedenú otázku v širšom kontexte súvisí aj s cieľmi národných projektov v rámci operačného programu Vzdelávanie pod názvom *Modernizácia vzdelávacieho procesu na základných a stredných školách*, ktoré sa aktuálne realizujú v Slovenskej republike (autori sú účastníci týchto projektov).

Z pohľadu modernizácie matematického vzdelávania sú národné projekty orientované predovšetkým na aplikáciu moderných vyučovacích metód do vyučovania v súčinnosti s DT, a to hlavne v úvodných etapách poznávacieho procesu zameraných na motiváciu a prvotné osvojovanie poznatkov. Medzi základné výstupy projektov patria tzv. metodiky – učebné materiály pre učiteľov, ktoré okrem známeho prístupu „Ako efektívne využiť daný moderný digitálny nástroj pre uľahčenie niektorých učebných činností" prinášajú aj nový prístup: „Mám konkrétny didaktický problém. Ako ho vyriešiť s podporou existujúcich digitálnych nástrojov?"

Náš prístup k vyučovaniu matematiky s podporou DT opíšeme v metodike vyučovania témy Logaritmická funkcia. Využili sme pritom dva digitálne nástroje – GeoGebra a Derive 6.

2. Postup pri vyučovaní logaritmickej funkcie s podporou DT

Pre vyučovanie témy „Logaritmická funkcia – definícia a vlastnosti“ sme stanovili tieto ciele (z pohľadu žiaka):

- Vedieť vysvetliť pojem inverzná funkcia k danej funkcii.
- K daným funkciám vytvárať inverzné funkcie (ak existujú).
- Načrtnúť graf logaritmickej funkcie.
- Definovať logaritmickú funkciu.
- Vymenovať a vysvetliť vlastnosti logaritmickej funkcie v závislosti od hodnoty základu.

Aký je didaktický problém, čo je potrebné pri osvojovaní tohto učiva riešiť:

- Logaritmická funkcia sa zavádza cez pojem inverzná funkcia ku exponenciálnej funkcii.
- Samotný pojem inverzná funkcia je pomocný pojem a pri jeho osvojení je potrebné vytvoriť u žiakov predovšetkým správnu predstavu:
  - geometrickú – graf inverznej funkcie k danej funkcii je súmerný podľa osi 1. a 3. kvadrantu,
  - algebraickú – inverznú funkciu k danej funkcii získame tak, že najprv vymeníme premenné x a y v rovnici danej funkcie a následne vyjadríme y.
- Zároveň je potrebné uvedomiť si, že inverzná funkcia existuje len k prostej funkcií. Aj tento pojem je v danom prípade vhodné osvojiť si len na úrovni správnej predstavy.

Úvod k navrhovanej metodike

V prírodovednej a v technickej praxi sa logaritmická funkcia veľmi často používa na opis rôznych fyzikálnych javov a procesov. Preto táto elementárna funkcia patrí ku základným funkciám, ktoré sa učia v druhom ročníku na stredných školách.

Z metodického hľadiska je logaritmická funkcia zaujímavá tým, že jej zavedenie je oproti iným elementárnym funkciám rozdielne – najprv sa zavádza graficky ako inverzná funkcia k exponenciálnej funkcii, skúmajú sa jej vlastnosti (čítaním jej grafu) a až potom sa dostávame k vyjadreniu funkcie rovnicou. Samozrejme je to možné urobiť aj ináč – zaviesť pojem logaritmus čísla pri danom základe (v nedávnej dobe logaritmických pravítok to bol najprv dekadický logaritmus), pojem logaritmická funkcia ako priraďovanie hodnôt logaritmov k daným číslam a následne náčrt grafu funkcie na základe výpočtu funkčných hodnôt pre niektoré zvolené reálne čísla (logaritmy daných čísel pri zvolenom základe).

Pri zavadzaní pojmu a objavovaní vlastnosti funkcie je potrebné u žiakov vytvárať predovšetkým správne predstavy, čo je spojené s grafickým znázorňovaním, s množstvom obrázkov a teda aj s časovo náročnou činnosťou žiakov. Pri „ručnom" zostrojovaní grafov majú žiaci (hlavne slabší a priemerní) ťažkosti s výpočtami, so znázorňovaním bodov v súradnicovej sústave, s kreslením, náčrtmi grafov. Tieto ťažkosti ich odvádzajú od hlavného problému – obsahu skúmania, osvojovania si nového učiva. Práve tu vidíme hlavný prínos softvérových systémov GeoGebra a Derive 6, ktoré je účelné využiť pri osvojovaní daného učiva. Uvedené nástroje sú k dispozícii na škole pre učiteľa i žiakov.

Pri opise navrhovanej metodiky je hlavnou líniou metodický postup na vyučovacej jednotke bez využitia DT s poukázaním na možnosť efektívne využiť uvedené systémy. Poznatky a skúsenosti, ktoré sme získali z praktickej aplikácie systému výučby v jednej triede s 20 žiakmi na SOŠ železničnej v Košiciach, vyznačíme ako komentár (*kurzívou*).

Motivácia

V úvode vyučovacej jednotky sme sa rozhodli predložiť žiakom na riešenie tri exponenciálne rovnice:

Úloha 1. Riešte exponenciálne rovnice s neznámou x:

a) $2^x = 8$ b) $3 \cdot 2^x = 2 \cdot 3^x$, c) $2^x = 18$

Prvé dve rovnice by mali žiaci vedieť riešiť doterajším spôsobom –

úpravou na spoločný základ, resp. spoločný exponent. Koreň tretej rovnice je možné nájsť len pomocou logaritmu. Práve tu vidíme motivačný náboj – matematický problém, ktorý nevieme vyriešiť na základe doterajších poznatkov. Preto je potrebné (a snáď aj zaujímavé) objaviť nové poznatky, ktoré umožnia vyriešiť aj doteraz (pre žiakov) neriešiteľné úlohy.

Komentár: *Prvú rovnicu vyriešili žiaci bez problémov, pri riešení druhej rovnice sme museli viacerým žiakom pomáhať. Pri tretej rovnici tak, ako sme predpokladali, žiaci po úprave „hlásili", že rovnica sa nedá riešiť. Oznámili sme im však, že matematici vedia aj takéto rovnice riešiť a že aj oni, ak budú chcieť, objavia postup riešenia. K tomu však budeme potrebovať nové poznatky.*

Aktualizácia

Nasledujúcimi úlohami chceme žiakom pripomenúť a zopakovať poznatky, ktoré sú potrebné k zavedeniu pojmu inverzná funkcia – zobrazovanie útvarov v osovej súmernosti, určovanie súradníc navzájom súmerných bodov, určenie predpisu – rovnice funkcie, ak sú známe jej body. Pri ich riešení je účelné využiť systém GeoGebra. Podstatne je, aby žiaci najprv slovne opísali postup riešenia a následne ho vykonali (overili správnosť) v systéme.

Úloha 2. V osovej súmernosti zobrazte ľubovoľný bod, úsečku, trojuholník.

Komentár: *Žiaci pracovali po dvojiciach pri jednom počítači. Upozornili sme ich, aby si volili útvary približne tak, ako to robíme na učiteľskom počítači. S riešením úlohy nebol problém. Žiaci správne charakterizovali postup zostrojovania útvarov v osovej súmernosti.*

Úloha 3. Určte súradnice bodov M' a M'', ktorý sú osovo súmerné s bodom $M(1,-3)$ podľa osi x, resp. y.

Komentár: *Postup bol analogický ako pri riešení predchádzajúcej úlohy. Žiaci vyriešili úlohu bez problémov. Objavili, že v oboch prípadoch sa vždy mení iba znamienko jednej zo súradníc.*

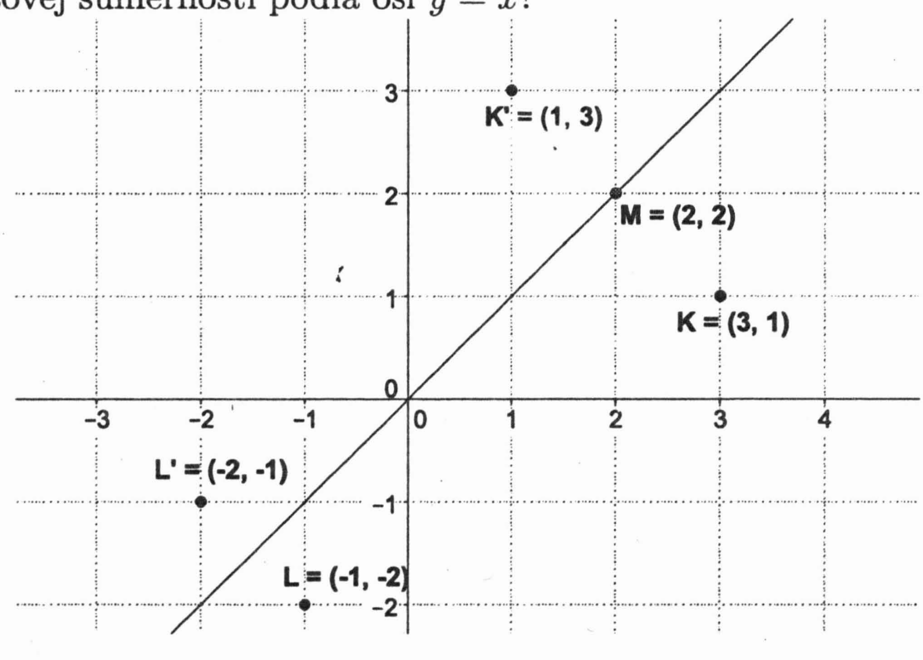
Úloha 4. Nájdite lineárnu funkciu, ktorej patria body $A(0,4)$, $B(-1,2)$.

Komentár: *Žiaci vyriešili úlohu pomocou softvéru bez problémov. S odpoveďou na otázku „Ako to vypočítať?“ však bol problém. Museli sme im pripomenúť, že to súvisí s riešením sústav rovníc a zároveň je potrebné si uvedomiť, čo znamená, že bod patrí danej funkcii. V krátkej diskusii vznikol návrh postupu. Úlohu sme vyriešili za pomoci žiakov spoločne na tabuli. Riešenie pomocou GeoGebry je síce podstatne rýchlejšie, presné a názorné, neukazuje však spôsob výpočtu, iba výsledok.*

Príprava k zavedeniu pojmu inverzná funkcia k danej funkcii.

Ďalšie úlohy už majú poznávací charakter. Chceme, aby žiaci skúmali funkcie, ktorých grafy sú súmerné podľa osi 1. a 3. kvadrantu a objavili vzťah medzi predpismi navzájom inverzných funkcií. Od zobrazovania bodov prejdeme k zobrazovaniu grafov funkcií v osovej súmernosti (pri týchto úlohách budeme uvádzať aj ich riešenie).

Úloha 5. Určte súradnice bodov, ktoré sú obrazmi bodov $K(3,1)$, $L(-1,-2)$, $M(2,2)$ v osovej súmernosti podľa osi $y = x$. Zovšeobecnite: Aké súradnice má bod X', ktorý je obrazom bodu $X(x, y)$ v osovej súmernosti podľa osi $y = x$?



Obr. 1: Určovanie súradníc bodov súmerných podľa osi $y = x$

Riešenie: Po zostrojení obrazov bodov pomocou GeoGebry je možné vidieť a porovnávať súradnice bodov, hľadané súradnice sú zobrazené na obrázku 1.

Komentár: *Žiaci správne formulovali vzťah medzi súradnicami príslušných konkrétnych dvojíc bodov a vzťah vedeli aj zovšeobecniť.*

Úloha 6. K lineárnej funkcii f určenej dvoma bodmi $A(1,0)$ a $B(3,4)$ nájdite lineárnu funkciu f', ktorej graf je osovo súmerný s grafom funkcie f podľa priamky $y = x$ (os 1. a 3. kvadrantu). Funkciu f' nájdite dvoma spôsobmi:

a) Zobrazením bodov A, B v osovej súmernosti a určením rovnice funkcie f'.

b) Preskúmaním možnosti využitia riešenia predchádzajúcej úlohy.

Porovnajte ich a zovšeobecnite.

Riešenie: Najprv určíme funkciu f výpočtom alebo použitím GeoGebry (ako vúlohe 4).

Výpočet:

$$\begin{aligned} f\colon y &= ax + b \\ 0 &= 1a + b \\ 4 &= 3a + b \end{aligned}$$

Riešením je $a = 2$, $b = -2$, hľadaná funkcia je $f\colon y = 2x - 2$.

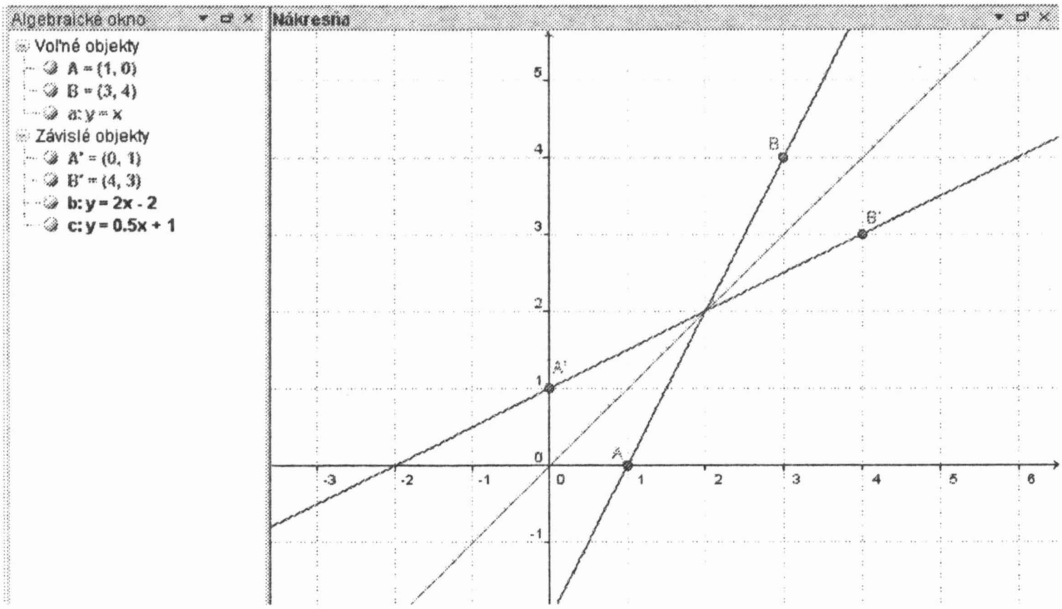
Porovnanie dvoch spôsobov nájdenia funkcie f' a zovšeobecnenie sú v súlade s našou predpokladanou poznávacou schémou v danej etape poznávania:

a) K bodom A a B určíme ich obrazy A' a B' podľa osi $y = x$ a nájdeme funkciu f', na grafe ktorej ležia body A', B' (postup podľa úlohy 4):
$A'(0,1)$, $B'(4,3)$, f' určená bodmi A' a B'. Predpis na výpočet hodnôt funkcie f' určíme výpočtom:

$$\begin{aligned} 1 &= 0a + b \\ 3 &= 4a + b \end{aligned}$$

Riešením sústavy je $a = 0{,}5$; $b = 1$. Alebo pomocou GeoGebry nájdeme funkciu:

$$f'\colon y = \tfrac{1}{2}x + 1$$



Obr. 2: Zostrojenie grafu inverznej funkcie

b) Vymeníme súradnice (premenné x, y) vo funkcii f a vyjadríme y (postup ako v úlohe 5): $f\colon y = 2x - 2$, vymeníme x s y a dostaneme $x = 2y - 2$ odkiaľ vyjadríme y: $f'\colon y = \frac{1}{2}x + 1$.

Porovnaním zistíme, že oba postupy vedú k rovnakej funkcii f'. Jednoduchší a rýchlejší je druhý spôsob. Zovšeobecnenie zistení možno sformulovať do hypotézy: K lineárnej funkcii nájdeme funkciu, ktorá je s ňou súmerná podľa osi $y = x$ tak, že vymeníme premenné a vyjadríme y.

Komentár: *V našej triede sme sa rozhodli pri hľadaní funkcie f a f' spôsobom a) využiť GeoGebru v spojení s úpravou vyjadrenia daných funkcií z implicitného tvaru do explicitného. Túto časť riešenia úlohy zvládli žiaci bez väčších problémov (niektorí mali problém s vyjadrením y z rovnice). V spôsobe b) žiaci na začiatku nevideli súvislosť s riešením úlohy – výmena premenných x a y. Museli sme im pomôcť pomocnými otázkami: Čo znamená, že nejaký bod je bodom funkcie f? Čo platí pre súradnice bodu, ktorý je jeho obrazom podľa $y = x$? Platí to pre všetky body danej* *funkcie? Ako teda vyjadriť vzťah medzi súradnicami bodov, ktoré sú bodmi funkcie f'? Vyjadrenie y z rovnice vzhľadom na predchádzajúce skúsenosti nerobilo problém.*

Ďalšia úloha je zameraná na preskúmanie existencie a predpisov rôznych typov funkcií, ktorých grafy sú súmerné podľa osi $y = x$.

Úloha 7. K daným funkciám nájdite funkcie, ktoré sú s nimi súmerné podľa osi $y = x$. Úlohu riešte výpočtom a graficky (pomocou softvéru). Zovšeobecnite.

a) $f\colon y = 4x - 1$ b) $g\colon y = 2$

c) $h\colon y = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$ c) $i\colon y = x^2$

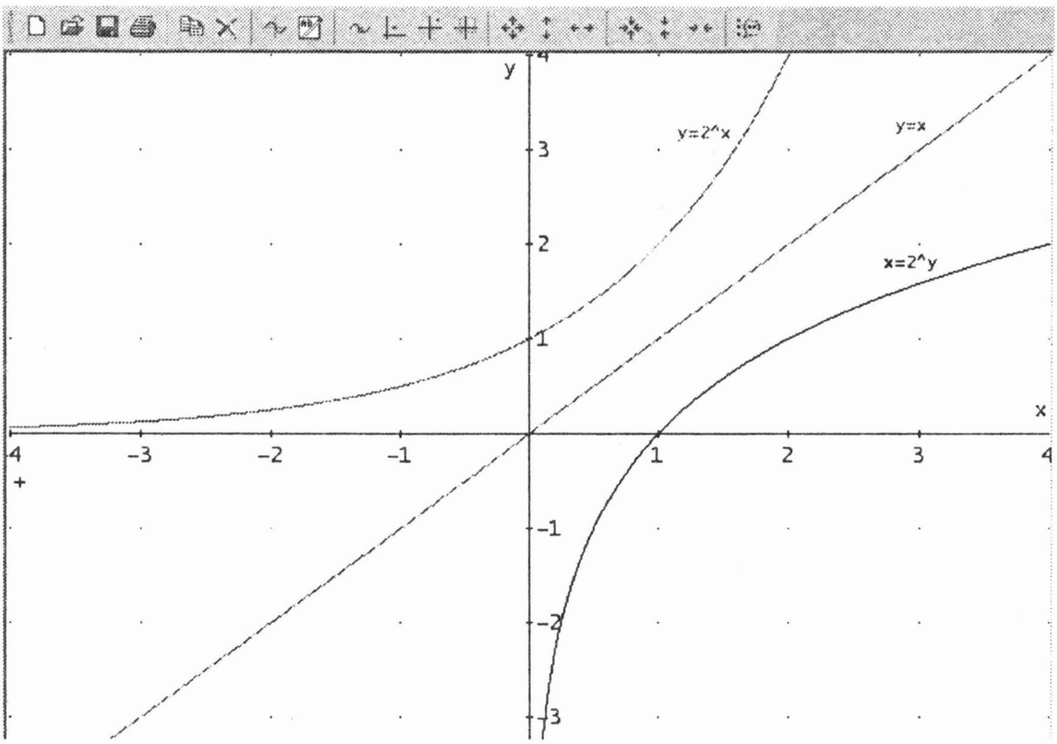
d) $j\colon y = x^3$ f) $k\colon y = 2^x$

l) $l\colon y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

Riešenie: Riešenia úloh a)–e) vzhľadom na rozsah nebudeme podrobne uvádzať. Pri ich riešení v systéme GeoGebra zostrojíme priamku $y = x$ a graf danej funkcie, ktorý zobrazíme v osovej súmernosti podľa priamky $y = x$. Ako závislý objekt sa nám objaví explicitné vyjadrenie funkcie f' v algebraickom okne. Zmeníme štýl grafu na čiarkovaný. Rovnaký graf získame aj tak, že zadáme rovnicu vyjadrujúcu f' v implicitnom tvare, v ktorom sú vymenené premenné x a y (napr. pri funkcii $f : y = x^3$ zadáme po výmene premenných funkciu $f'\colon x = y^3$).

Podrobnejšie uvedieme riešenie úlohy f), pričom podobne sa rieši aj úloha g).

- výpočtom: $k\colon y = 2^x$; $x \longleftrightarrow y$; $k'\colon x = 2^y$, zo zápisu nevieme vyjadriť y.
- graficky pomocou Derive (v tomto systéme sa oproti GeoGebre dajú zobraziť aj grafy implicitne zadaných logaritmických funkcií, napr. $x = 2^y$):



Obr. 3: Určovanie funkcie s grafom súmerným podľa osi $y = x$

Z grafov na obrázku 3 je evidentné, že aj predpis $x = 2^y$ vyjadruje funkciu, ktorú však zatiaľ nevieme vyjadriť explicitne.

Zovšeobecnenie:

1. V úlohách a), c), e) vieme nájsť k daným funkciam funkcie, ktorých grafy sú súmerné podľa osi $y = x$.
2. V b) a d) vieme nájsť priamku, resp. parabolu, ktorá je osovo súmerná s pôvodnou priamkou, resp. parabolou (funkciou) podľa osi $y = x$, ale nie je funkciou.
3. V f), g) vieme zostrojiť grafy funkcií, ktoré sú súmerné s grafmi daných funkcií, nevieme ich však vyjadriť rovnicou.
4. Z grafov vyplýva, že pri funkciách, ktoré sú navzájom súmerné podľa $y = x$ sa vzájomne vymenia definičné obory a obory hodnôt.

Komentár: *Riešenie tejto úlohy bolo časovo náročné. Žiaci pracovali v dvojiciach pri jednom počítači, jeden striedavo robil výpočet, druhý pracoval so softvérom. Sledovali sme činnosť žiakov a podľa potreby sme korigovali ich poznávaciu činnosť.*

Problémy boli predovšetkým v prípadoch b) a d), keď daná funkcia nie je prostá, a teda k nej neexistuje inverzná funkcia. Tento „poznatok“ bolo ťažké terminologický vyjadriť. V diskusii spontánne vznikol problém, akú požiadavku musí spĺňať funkcia, aby k nej zobrazený súmerný útvar bol tiež grafom funkcie. Žiakom sme poskytli priamy podnet – pomocnú úlohu:

Skúmajte prieniky grafov funkcií a ich osovo súmerných obrazov s priamkami, ktoré sú rovnobežné so súradnicovými osami.

Túto úlohu riešili žiaci pomocou systému GeoGebra. Väčšina žiakov objavila vlastnosť: ***Obraz grafu funkcie podľa osi $y = x$ je grafom funkcie vtedy, ak ľubovoľná rovnobežka s osou x má s grafom danej funkcie spoločný maximálne jeden bod*** *(pojem „prostá funkcia“ sme explicitne nezaviedli, za podstatné sme považovali vytvoriť správnu predstavu).*

Zároveň sme uviedli „definíciu“ (v určitom zmysle môžeme hovoriť o kontextuálnej definícii) inverznej funkcie a jej vlastnosti:

- Takéto funkcie nazývame navzájom inverzné funkcie.
- Inverzná funkcia k danej funkcii je súmerná podľa priamky $y = x$ a jej rovnicu získame tak, že vrovnici pôvodnej funkcie vymeníme x za y a vyjadríme y.
- Definičné obory a obory hodnôt sú v inverzných funkciách navzájom vymenené.

Precvičovanie a upevňovanie učiva
Nasledujúcou úlohou chceme dotvoriť a precvičiť správnu predstavu o existencii inverzných funkcií len ku funkciám, ktoré sú prosté.

Úloha 8. Uveďte príklady funkcií, pre ktoré platí:

a) obraz grafu funkcie podľa osi $y = x$ je grafom funkcie

b) obraz grafu funkcie podľa osi $y = x$ nie je grafom funkcie

Správnosť riešenia overte pomocou GeoGebry alebo Derive.

Riešenie:
a) napr.: $f\colon y = 3^x$, $g\colon y = x^5$ b) napr.: $k\colon y = x^4$, $l\colon y = -2$

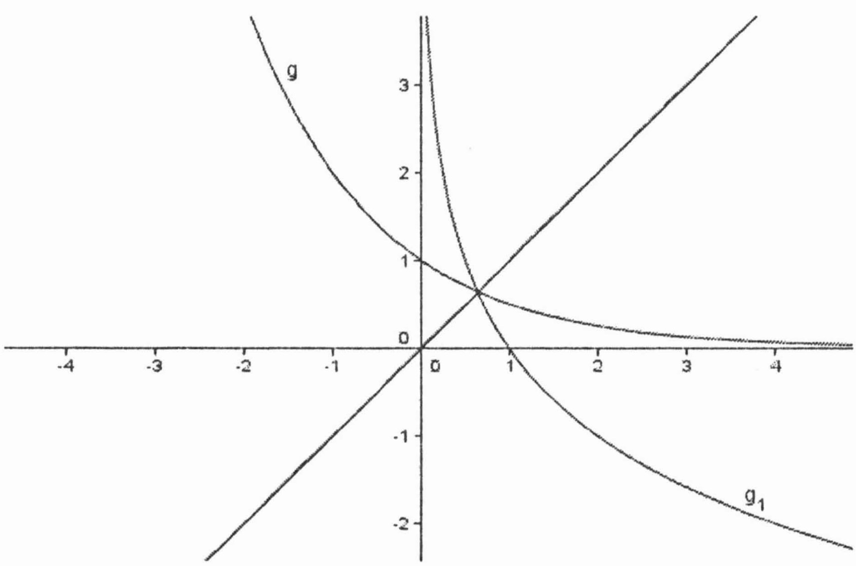
Komentár: *Túto úlohu sme riešili spoločne. Na základe návrhov žiakov sme na učiteľskom počítači v Derive zobrazili grafy uvedených funkcii a ich obrazy v osovej súmernosti.*

Príprava k zavedeniu pojmu logaritmická funkcia a objaveniu jej vlastností.

Poznatky získané pri riešení predchádzajúcich úloh sa využijú v nasledujúcej poznávacej úlohe.

Úloha 9.
Skúmajte inverzné funkcie k funkciám: f: $y = 2^2$, g: $y = (\frac{1}{2})^x$.

Riešenie: Pomocou Derive alebo Geogebry zostrojíme grafy funkcií f a ga k nim aj grafy inverzných funkcií rovnako ako v predchádzajúcej úlohe. Na obrázku 4 je zobrazený graf funkcie g a graf funkcie inverznej k funkcii g.



Obr. 4: Graf exponenciálnej a k nej inverznej logaritmickej funkcie

Z grafov funkcií f, g a k nim inverzných funkcií vyplýva:

1. $\mathrm{D}(f) = \mathbb{R}$, $\mathrm{H}(f) = \mathbb{R}^+$, $\mathrm{D}(f') = \mathbb{R}^+$, $\mathrm{H}(f') = \mathbb{R}$
2. f' rovnako ako f je rastúca, g' rovnako ako g je klesajúca
3. pre $0 < x < 1$ je $f'(x)$ z intervalu $(-\infty, 0)$, $g'(x)$ z intervalu $(0, \infty)$

4. pre $x > 1$ je $f'(x)$ z intervalu $(0, \infty)$, $g'(x)$ z intervalu $(-\infty, 0)$.

Komentár: *Čítanie grafov funkcií, ktoré boli zobrazené na učiteľskom počítači, sme realizovali frontálne. Žiaci s malou pomocou formulovali očakávané poznatky, ktoré sme zapisovali na tabuľu. Nakoniec sme sformulovali a zapísali definíciu a vlastnosti logaritmickej funkcie:*

Definícia: Logaritmickou funkciou, definovanou na intervale $(0, \infty)$***, nazývame inverznú funkciu k exponenciálnej funkcii.***

Skôr, ako napíšeme vetu o vlastnostiach logaritmickej funkcie, ostáva vyriešiť posledný „poznávací problém" – Aký je predpis (rovnica) logaritmickej funkcie?

Dopracovali sme sa k vzťahu $x = y^a$. Problém je vyjadriť z tohto vzťahu y. Žiakom sme povedali, že v matematike platí takýto vzťah (konvencia):

$$x = a^y \iff y = log_a x,$$

ktorý čítame: „y rovná sa logaritmus x pri základe a". Logaritmická funkcia je teda daná predpisom:

$$y = log_a x, \quad x \in \mathbb{R}^+$$

Veta (vlastnosti logaritmickej funkcie):

1. Oborom hodnôt logaritmickej funkcie je $\mathbb{R}$.
2. Pre $a > 1$ je logaritmická funkcia rastúca, pre $0 < a < 1$ je klesajúca.
3. Pre $a > 1$ platí: Ak $x < 1$, tak $log_a x < 0$; ak $x > 1$, tak $log_a x > 0$.
4. Pre $0 < a < 1$ platí: Ak $x < 1$, tak $log_a x > 0$; ak $x > 1$, tak $log_a x < 0$.
5. Hodnota funkcie $y = log_a x$ priradená číslu 1 sa rovná 0, teda $log_a 1 = 0$.

Vyučovaciu jednotku sme ukončili riešením úloh z učebnice na precvičovanie a zadaním domácej úlohy.

3. Záver

Naše poznatky a skúsenosti z praktickej realizácie vyučovania danej témy nám dovoľujú vysloviť záver, že navrhnutý systém výučby je prínosom pre vytváranie správnych predstáv žiakov o obsahu osvojovaných pojmov a o ich vlastnostiach. Napriek počiatočným problémom s ovládaním softvéru žiaci v prevažnej väčšine vedeli využiť dané i vytvárať nové modely v súlade s našou plánovanou poznávacou štruktúrou.

Uvedený postup vyučovania danej témy bol determinovaný špecifickými reálnymi podmienkami (malé skúsenosti žiakov s používanými digitálnymi nástrojmi, relatívne nízka úroveň matematických schopností žiakov, slabý záujem o matematiku a vzdelávanie vôbec). Pre jeho použitie v iných reálnych podmienkach je vhodné zvážiť nasledujúce úpravy:

– Ak žiaci majú potrebné poznatky o osovej súmernosti, tak je možné úlohu 1 vynechať.

– Pojem prostá funkcia je možné na danom mieste explicitne definovať alebo tento pojem pre zavedenie logaritmickej funkcie aj úplne vynechať (v úlohe 7 vynechať prípady b, c, d, e).

– Obmedziť sa len na jeden digitálny nástroj – Geogebru.

Využitie DT zlepšuje pracovnú atmosféru a vytvára motivačné prostredie pre učenie sa matematiky a pre zlepšovanie vzťahu žiakov k matematike (naši žiaci boli evidentne viac aktívni a chtiví poznávania ako na hodinách bez použitia DT). Z pohľadu učiteľa je však dôležité organizovať vyučovanie tak, aby používané nástroje cielene podporovali poznávaciu činnosť žiakov. V tomto smere treba byť veľmi kritický k množstvu „metodík“, ktoré sú prístupné na rôznych portáloch, resp. sú komerčne ponúkané školskej praxi.

Sme presvedčení, že matematiku je možné a aj účelné vyučovať s podporou DT. Je to v súlade s potrebami žiakov a s trendmi spoločenského rozvoja.

Poďakovanie
Tento článok vznikol aj s podporou grantu VEGA 1/1331/12.

Literatúra

[1] Hohenwarter, M., Preiner, J., Dynamic Mathematics with GeoGebra, *The Journal of Online Mathematics and Its Applications* **7**(March), 2007.

[2] Kurliandčik, L., Švrček, J., Metoda souřadnic při řešení algebraických úloh, *Matematika-fyzika-informatika* **1**(15), 2005.

[3] Kuřina, F., Matematika je řešení úloh, *Matematika-fyzika-informatika* **3**(13) 2003.

[4] Kutzler, B., Kokol-Voljc, V., *Úvod do Derive 6*, M-servis, 2003.

[5] Molnár, J., *Matematika pro střední odborné školy – Planimetrie*, Prometheus, Praha, 2011.

[6] Odvárko, O. – Řepová, J., *Matematika pre študijné odbory SOŠ a SOU, 3. časť*, SPN, Bratislava, 2003.

[7] Švedová, V., *Vyučovanie logaritmických funkcií s podporou IKT*, Záverečná práca v rámci národného projektu Modernizácia vzdelávacieho procesu na stredných školách, UIPŠ, 2011.

doc. RNDr. Dušan Šveda, CSc.
Prírodovedecká fakulta UPJŠ
Jesenná 5
040 01 Košice
e-mail: dusan.sveda@upjs.sk

RNDr. Viera Švedová
SOŠ Železničná
Palackého 14
040 01 Košice
e-mail: svedovav@gmail.com

doc. RNDr. Stanislav Lukáč, Ph.D.
Prírodovedecká fakulta UPJŠ
Jesenná 5
040 01 Košice
e-mail: stanislav.lukac@upjs.sk

RNDr. Jozef Sekerák, PhD.
Prírodovedecká fakulta UPJŠ
Jesenná 5
040 01 Košice
e-mail: jozef.sekerak@upjs.sk

ABSTRACT

The article deals with the introduction of logarithmic function with the help of GeoGebra and Derive 6. A teaching experiment is described in which pupils reached the concept of logarithmic function by solving a carefully selected series of problems. Each problem is complemented by a solution and comments about the way it was solved by pupils with the help of software. The whole process ended with the definition of logarithmic function and a series of problems in which pupils were to discover its properties.