Rozhledy matematicko-fyzikální

Jakub Řada

Matematická hra: Kurýr

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 96 (2021), No. 2, 16–23

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/149124

Matematická hra: Kurýr

Jakub Řada, Matematický ústav UK, Praha

Existuje mnoho matematických her, konkrétní příklady můžeme najít v [1, 2]. V tomto časopise byla například nedávno představena hra *marienbad* [5]. Významným autorem těchto her je například Sid Sackson [4]. Klasickou matematickou úlohou v matematickém oboru teorie her je najít výherní strategii hry [3]. V tomto článku také jednu takovou hru představujeme včetně popisu jednotlivých pravidel a výherní strategie. Inspirací pro ni byl novinový článek z USA ([6, 7]) rozebírající novou metodu doručování zásilek.

Úvod do hry

Hra se odehrává v americkém městě. Vzhledem k tomu, jak města vznikala, tak ulice tvoří v principu čtvercovou síť. Tamní dopravní předpisy umožňují vozidlům na křižovatce odbočit vpravo i na červenou, pokud neohrozí a neomezí žádné rovně jedoucí vozidlo. Tyto okolnosti zapříčinily, že auta kurýrů odbočovala zásadně a pouze vpravo. Ukázalo se, že kurýři ušetří čas a vede to k menší ekologické zátěži, neboť nespotřebují tolik paliva. Další nespornou výhodou byl pokles nehod kurýrních aut, protože odbočení vlevo je považováno za jeden z nejnebezpečnějších manévrů ve městě. Na základě těchto principů vznikla základní myšlenka hry včetně pravidel.

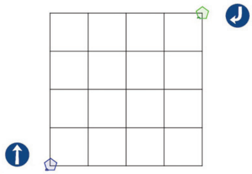
Pravidla hry

V jednom nejmenovaném americkém městě soupeří kurýrní služby o vládu nad městem. Jejich cílem je odbavit více ulic než konkurenční společnost. Jelikož chtějí být co nejrychlejší, poučili se z jiných měst a dodávky na křižovatkách jezdí buď rovně, případně odbočují vpravo. Vyhrává ta společnost, která odbaví více ulic než její konkurence.

1. Hra je určena pro 2 nebo 4 hráče.
2. Hraje se na čtvercové síti (2×2, 3×3, 4×4, 5×5, ...).
3. Každý hráč začíná ze svého pohledu v levém dolním rohu hrací desky.

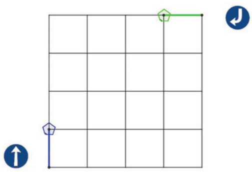
4. Každý hráč si podle svého uvážení v každém tahu vybere jednu kartičku směru pohybu tak, aby ji soupeři neviděli.

5. Poté, co budou mít všichni hráči vybranou kartičku pohybu, současně je odkryjí.



Obr. 1: Začátek hry s vybraným prvním pohybem

6. Pokud je to možné, hráči současně obarví hranu ve směru pohybu. Nemůže-li hráč tah provést (obarvit hranu, viz sekce Pohyb), hra pro něj končí. Vyhrává poslední hráč ve hře.



Obr. 2: Situace po prvním pohybu

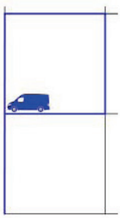
7. Body 4–6 opakujeme stále dokola, dokud nezůstane poslední hráč ve hře, či nenastane remíza.

Pohyb

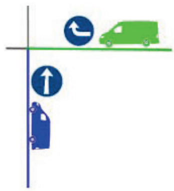
Dodávka každého hráče projede vybranou ulicí, kterou obslouží zásilkami. Na konci každé ulice se řidič dodávky vždy rozhoduje, jestli zahne doprava, nebo bude pokračovat rovně do další ulice (vyjma okraje herní desky).

- Žádná ulice nesmí být obsloužena vícekrát.
- Pokud z křižovatky, na které se řidič rozhoduje, není možné pokračovat rovně ani odbočit vpravo, hra pro hráče končí.

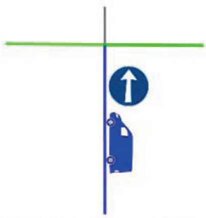
- Pokud chtějí řidiči dvou dopravních společností vjet současně do jedné ulice, má přednost vozidlo jedoucí rovně. Druhé odbočující vozidlo tedy nemá kam vjet (ulici obsluhuje již konkurence), hra pro něj končí.
- Vjedou-li dvě dopravní společnosti proti sobě do jedné ulice, srazí se, tím pro ně hra končí.



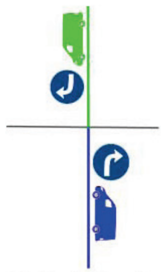
(a) Modrý nemá již jak hrát



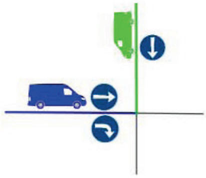
(b) Modrý i zelený mají jenom jednu možnost pohybu. Modrý však vyhrává a ulice je jeho, neboť jede rovně. Pro zeleného zde hra končí



(c) Modrý může na této křižovatce pokračovat pouze rovně



(d) Oba hráči mohou pouze odbočit vpravo



(e) Zelený hráč může pokračovat pouze rovně. Modrý hráč může odbočit vpravo, nebo jet rovně. Avšak pro modrého hráče je výhodnější jet rovně, neboť odbočení by pro něj znamenalo prohru.

Obr. 3: Ilustrace pravidel

Konec hry

- Vypadává hráč, který nemá jak hrát.
- Pokud všichni zbylí hráči ve hře nemají jak hrát, nastává remíza.
- Vyhrává poslední hráč ve hře.

Rozbor jednotlivých pravidel

Pravidlo 1: *„Hra je určena pro 2 nebo 4 hráče.“*
Nanejvýše pro 4, neboť hrací deska nemá více rohů. Ve třech hráčích by měl vždy hráč, který nemá hráče po pravici výhodu. Získal by tak dostatek manévrovacího prostoru pro výhru. V jednom hráči by hra postrádala smysl. Pro další rozbor se budu věnovat pouze hře dvou hráčů.

Pravidlo 2: *„Hraje se na čtvercové síti (2×2, 3×3, 4×4, 5×5, …).“*
Pro hru volíme čtvercovou síť, aby hra byla rovnocenná pro všechny hráče. Při vymýšlení hry byla na stole i varianta ve více dimenzionálním prostoru. Vždy by bylo povolené jen jedno odbočení ze dvou (například v prostoru: rovně, doprava, nahoru). Maximální počet hráčů by ovlivnila dimenze a tedy počet rohů n-dimenzionální kostky.

Pravidlo 3: *„Každý hráč začíná ze svého pohledu v levém dolním rohu hrací desky.“*
Pokud by existovala varianta hry, kdy mohou hráči začínat libovolně, hráč pokládající figurku později by měl výhodu nad hráčem pokládajícím figurku dříve. Hra musí začínat symetricky, aby nebyl žádný hráč ve výhodě.

Pravidlo 4–7: *„Každý hráč si podle svého uvážení v každém tahu vybere jednu kartičku směru pohybu tak, aby ji soupeři neviděli.“* a *„Hráči hrají současně.“*
Pokud by se hráči v tazích střídali, pak by druhý hráč měl nespornou výhodu. Stačilo by, aby opakoval tahy prvního hráče. První hráč by byl první, který by neměl jak hrát.

Pravidla pohybu: *„Žádná ulice nesmí být obsloužena vícekrát.“* a *„Pokud z křižovatky, na které se řidič rozhoduje, není možné pokračovat rovně ani odbočit vpravo, hra pro hráče končí.“*
Do ulice, která již byla jednou ze společností obsloužena, se nesmí vjet. Stálo by to benzín i drahocenný čas. Navíc by hra bez tohoto pravidla postrádala smysl a neměla by téměř nikdy konec. Z toho důvodu je potřeba každou projetou ulici označit.

Pravidlo pohybu: *Pokud chtějí řidiči dvou dopravních společností vjet současně do jedné ulice, má přednost vozidlo jedoucí rovně. Druhé odbočující vozidlo tedy nemá kam jet (ulici obsluhuje již konkurence), pro něj zde jízda končí.*
V první verzi hry toto pravidlo chybělo, auta se srazila a byl konec. Jenže hra se snaží být co nejvíce reálná, proto bylo toto pravidlo podle pravidel silničního zákona přidáno. Hru je možné hrát i bez něj, jenom dochází k častější remíze. Na obr. 4 toto pravidlo několikrát rozhoduje o vítězi.

Pravidlo pohybu: *Vjedou-li dvě dopravní společnosti proti sobě do jedné ulice, srazí se, tím pro ně hra končí.*
Toto pravidlo je pro potřeby větší hrací plochy. Dá se vypustit, neboť by po projetí obou vozidel byla ulice obsloužena dvakrát, což je v rozporu s výše zmíněným pravidlem.

Rozbor výherní strategie v závislosti na velikosti hrací plochy

Herní pole 2×2
Žádná strategie pro tuto hru neexistuje. Hra vždy skončí remízou. Na obr. 4.1 jsou znázorněny všechny možné partie.

Herní pole 3×3
Pokud by hráč začal hru pohybem doprava, po dvou tazích by pro něj hra skončila. Protihráč hrající první tah rovně by měl výhodu, protože má více možností, jak hrát. Navíc může jít do kličky. To znamená, že první tah musí být rovně (toto pravidlo platí pro libovolně velké hřiště). Pokud protihráčův druhý tah bude opět rovně, získává tím ještě větší operační prostor. Z toho důvodu je nejlepší sled tahů pro hrací desku 3×3 (pokud je volba) rovně, rovně, doprava, doprava, doprava (viz obr. 4.3). S popsaným sledem je nemožné prohrát.

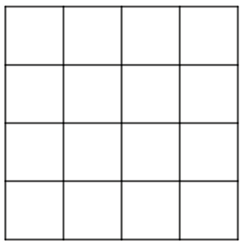
Herní pole 4×4
Z pravidla, že auto jedoucí rovně má přednost před autem odbočujícím, vyplývá, že u menších hřišť je nejvýhodnější jet vždy co nejvíce rovně a na poslední chvíli odbočit vpravo (viz. nejlepší sled pro hrací desku 4×4 na obr. 4.5). Nastává otázka, při jak velkém plánu je výhodnější zahrát kličku znázorněnou na obr. 4.6 Pro pole 4×4 to výhodné není.

Herní pole 5×5
Pro takto velký hrací plán je již výhodnější provést kličku. Klička však nesmí být moc velká, jinak by soupeř mohl využít přednosti pro rovně projíždějící vozidla (obr. 4.8). I když by se větší klička zvládla uzavřít,

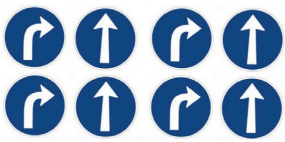
není vyhráno, pokud soupeř zahraje menší kličku, protože pak by soupeř mohl jednoduše zabrat prostor pro vyjetí z kličky (obr. 4.9). Z toho důvodu vzniká předpoklad hrát co nejmenší kličku. Nejlepší sled tahů s úzkou smyčkou je znázorněn na obrázku 4.10. Pokud však soupeř odhalí velikost námi zamýšlené kličky, může nám rychle a jednoduše zabránit z ní vyjet (obr. 4.11). Touto metodou je možné porazit každou úzkou smyčku. Není tedy lepší zahájit partii sledem: rovně, rovně, doprava? Pro rozebrání všech rozumných variant hry s touto širší kličkou (obr. 4.12) dostáváme nejlepší sled (obr. 4.13 a 4.15). Na obr. 4.14 je ještě znázorněna situace hry, kdy oba hráči budou hrát nejlepší sled. Tato situace pak vede k remíze.

Herní materiál:

Hrací deska:



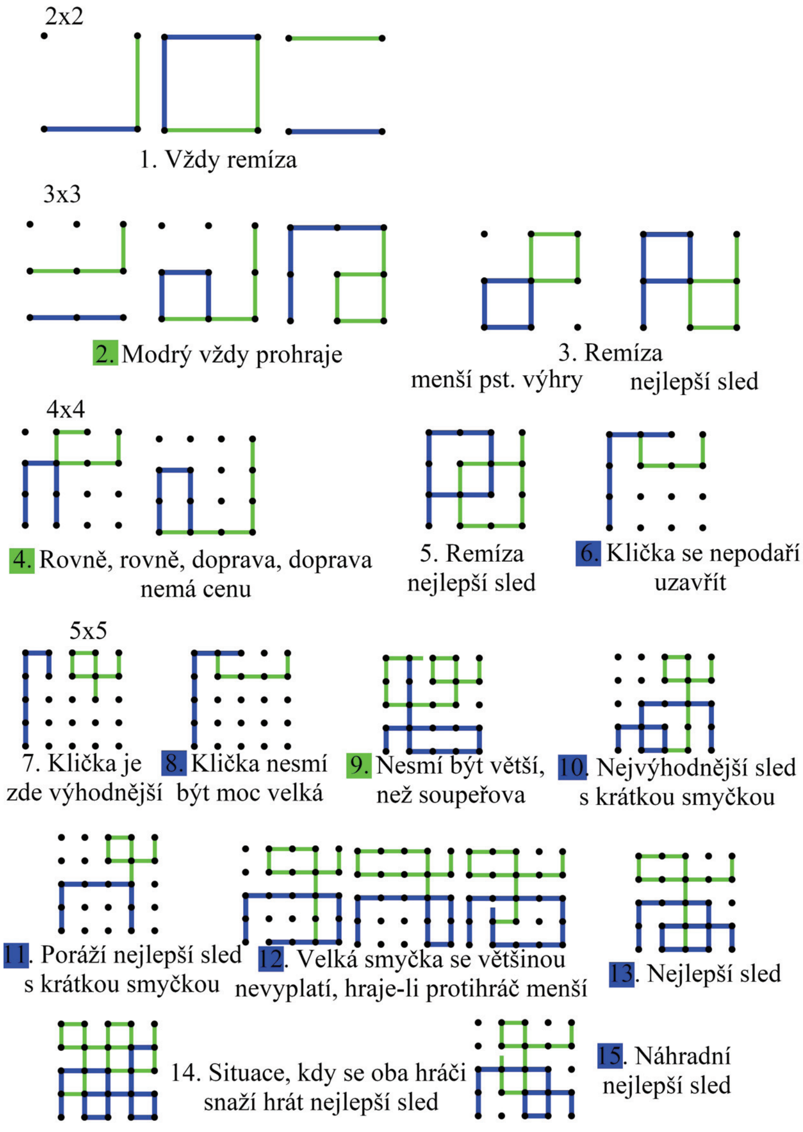
Hrací kameny:



20 barevných proužků v každé ze 4 barev.

Závěr

Na hrací desce do velikosti 5×5 je podle rozboru s dobrým soupeřem poměrně těžké vyhrát. Důležité je však neprohrát. S nejlepší sledem pro každou herní plochu je jistá minimálně remíza. Když se podíváme na kurýrní služby, které brázdí naše ulice, také nejsme schopni určit vítěze. Pouze vidíme, když nějaký prohraje (zkrachuje).



Obr. 4: Jednotlivé rozbory

Tento článek vznikl za podpory projektu SVV č. 260580.

Literatura

[1] Burjan, V., Burjanová, Ľ.: *Matematické hry*. Pytagoras, 1991.

[2] Jančařík, A.: *Hry v matematice*. Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, Praha, 2007.

[3] Michalik, J.: A Winning Strategy for Hold That Line. The Mathematical Intelligencer, roč. 42 (2020), č. 4, s. 71–77.

[4] Sackson, S.: *A Gamut of Games*. Dover Publications, 1992.

[5] Tomsa, J.: Nehrajte si se sirkami I. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, roč. 92 (2017), č. 1, s. 1–9.

[6] Kurýři UPS neodbočují vlevo: Šetří tím palivo, čas i životní prostředí, *100+1*, https://www.stoplusjednicka.cz/kuryri-ups-neodbocuji-vlevo-setri-tim-palivo-cas-i-zivotni-prostredi.

[7] Reichman, M.: *Zajímavost – odbočování: Nikdy neodbočuj vlevo!*, `https://kiosek.epublishing.cz/1001/5-2017/nikdy-neodbocuj-vlevo`.

Knots, knots. Who's there?

Francesco Dolce, Czech Technical University, Prague

1. Introduction and definitions

When Alexander the Great entered the city of Gordion, the oracle told him of the ancient prophecy: whoever would first untie the sacred knot would became the ruler of all Asia. Many people before struggled to unravel the knot, all without success. Alexander stopped to think for a moment. Then he drew his sword and with a single stroke cut the knot in half. Later, the great Macedonian king went on to conquer Asia as far as the Indus and the Oxus, thus fulfilling the prophecy. From a mathematical point of view, Alexander cheated and his solution cannot be considered a valid one. But myth and math do not always go hand in hand.