Jitka Panáčová

Apolloniova úloha v cyklografické metodě

Učitel matematiky, Vol. 27 (2019), No. 4, 205–222

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/148617

APOLLONIOVA ÚLOHA V CYKLOGRAFICKÉ METODĚ

Jitka Panáčová

Úvod

Cyklografie nebo cyklografické zobrazení je příkladem nelineární zobrazovací metody. Pod pojmem zobrazovací metody rozumíme bijektivní zobrazení všech bodů rozšířeného trojrozměrného euklidovského prostoru $\bar{E}_3$ na určité objekty vlastní roviny π, kterou nazýváme průmětna. V případě cyklografického zobazení je obrazem bodu rozšířeného euklidovského prostoru $\bar{E}_3$ cyklus v průmětně, přičemž střed cyklu je ortogonální průmět daného bodu do průmětny.

Základní principy cyklografického zobrazení

V následujícím textu se předpokládá znalost základních pojmů elementární geometrie euklidovské roviny E_2, dále pak znalost pojmů geometrie orientovaných útvarů: orientace přímky (orientovaná přímka), orientace roviny (orientovaná rovina) a orientovaný úhel.

Poznámka 1. Pod pojmem úhel se v celém textu bude rozumět příslušný orientovaný úhel (např. $\angle AOB$ nebo $\angle\vec{u}\vec{v}$). Jestliže úhel $\angle\vec{u}\vec{v}$ patří do zvolené (kladné) orientace roviny, budeme říkat, že tento úhel určuje orientaci roviny nebo orientace roviny je tímto úhlem určená.

Definice 1. Buď $k = (O, r)$ libovolná kružnice o středu O a poloměru r orientované euklidovské roviny E_2 (úhlem $\angle\vec{u}\vec{v}$) a K, L

libovolná uspořádaná dvojice navzájem různých bodů na k. Řekneme, že kružnice k je dvojicí bodů K, L *orientovaná kladně*, resp. *záporně*, jestliže orientovaný úhel $\angle KOL$ patří, resp. nepatří do zvolené orientace roviny (tj. jestliže úhly $\angle\vec{u}\vec{v}$ a $\angle KOL$ jsou orientované souhlasně, resp. nesouhlasně). Orientovanou kružnici nazýváme *cyklus*, původní kružnici k pak nazýváme *nositelkou cyklu.* V případě, že kružnice k je orientovaná kladně, resp. záporně, hovoříme o *kladném*, resp. *záporném cyklu.* Poloměrem kladného, resp. záporného cyklu budeme nazývat reálné číslo r, resp. $-r$, kde r je poloměr nositelky cyklu. *Kladnou stranou kladného*, resp. *záporného cyklu* nazýváme vnitřek, resp. vnějšek nositelky cyklu; vnějšek, resp. vnitřek této nositelky cyklu se nazývá jeho *zápornou stranou.*

Poznámka 2. Orientovanou přímku nazýváme *paprskem*, původní přímku *nositelkou paprsku.*

Definice 2. *Kladnou polorovinou* orientované eukleidovské roviny ϱ vzhledem k danému paprsku určeného polopřímkou $\overrightarrow{KL}$ nazýváme polorovinu (s hraniční přímkou danou body K, L) incidentní s bodem X, pro který orientovaný úhel $\angle LKX$ patří do zvolené orientace roviny ϱ. Opačnou polorovinu k této polorovině nazýváme *zápornou polorovinou* orientované roviny ϱ vzhledem k danému paprsku.

Definice 3. Buď v orientované euklidovské rovině ϱ dána přímka t a kružnice k. Řekneme, že paprsek s nositelkou t *se dotýká cyklu* s nositelkou k, jestliže nastane právě jedna z následujících dvou možností:

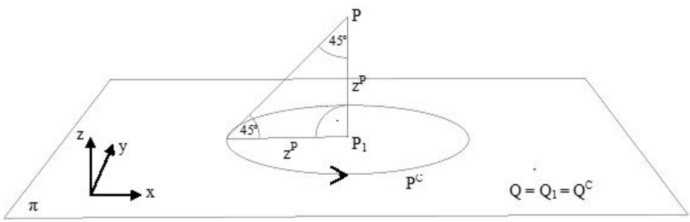
1. Přímka t je tečnou kružnice k a kladná polorovina roviny ϱ vzhledem k danému paprsku je částí kladné strany cyklu.
2. Přímka t je tečnou kružnice k a kladná strana cyklu je podmnožinou kladné poloroviny roviny ϱ vzhledem k danému paprsku.

Jestliže mají dva cykly ve společném bodě společný dotykový paprsek, řekneme, že se oba *cykly* ve společném bodě *dotýkají.*

Obraz bodu v cyklografickém zobrazení

Základním prostorem bude rozšířený euklidovský prostor $\bar{E}_3$ nad polem reálných čísel. Principem cyklografické zobrazovací metody je kolmé promítání do jedné (vlastní) roviny. Buď $\pi \subset \bar{E}_3$ libovolná vlastní rovina (průmětna). Orientujme oba poloprostory prostoru $\bar{E}_3$ s hranicí π (tj. prohlašme libovolný z nich za kladný) a orientujme rovněž průmětnu π, např. orientovaným úhlem $\angle\vec{u}\vec{v}$. Dále zaveďme obvyklý pravoúhlý souřadný systém prostoru E_3, tak, aby osy x, y ležely v průmětně π a kladná polopřímka souřadné osy z ležela v kladném poloprostoru s hranicí π.

Nechť P je libovolný vlastní bod $\bar{E}_3$. Sestrojme jeho kolmý průmět P_1 do roviny π. Každému vlastnímu bodu P přiřadíme cyklus P^C v průmětně π s poloměrem z^P (z^P je orientovaná vzdálenost vlastního bodu P od průmětny π) a středem P_1. Cyklus P^C je tedy kladný, resp. záporný, jestliže orientovaná vzdálenost bodu P od průmětny je kladná, resp. záporná (obr. 1). Pro bod $Q \in \pi$ platí: $Q = Q_1$ a $z^Q = 0$. Bod Q nazýváme *nulovým cyklem.*

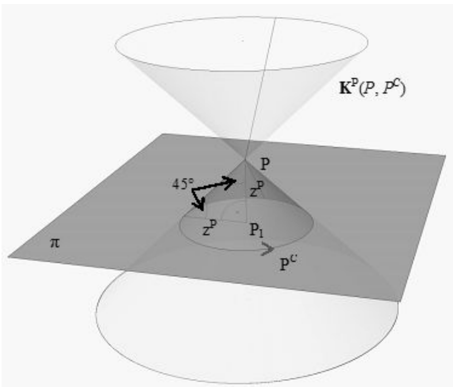


Obr. 1

Věta 1. Zobrazení $\varphi\colon \bar{E}_3 \to C_\pi$ množiny všech vlastních bodů prostoru $\bar{E}_3$ na množinu všech cyklů C_π průmětny π, které vlastnímu bodu $P \in \bar{E}_3$ přiřadí výše popsaným způsobem cyklus P^C, je bijekce.

Definice 4. Zobrazení $\varphi\colon \bar{E}_3 \to C_\pi$ množiny všech vlastních bodů prostoru na množinu všech cyklů C_π průmětny π z předchozí věty je zobrazovací metoda a nazývá se *cyklografické zobrazení.* Množina C_π všech cyklů v rovině π se nazývá *prostor cyklů.*

Poznámka 3. Nositelka cyklu $P^C \subset \bar{E}_3$ je průnikem rotační kuželové plochy v $\bar{E}_3$ dané vrcholem P, jejíž tvořící přímky mají odchylku 45° od průmětny π. Tato kuželová plocha protíná rovněž nevlastní rovinu $\Omega \subset \bar{E}_3$ v kuželosečce C (tzv. *základní kuželosečka*). Kuželosečka C leží na analogických kuželových plochách pro všechny vlastní body prostoru $\bar{E}_3$ a její střed je nevlastním bodem přímek kolmých na průmětnu π. Tento přístup umožňuje jiný pohled na nositelky cyklů v průmětně; každou kružnici – nositelku cyklu P^C – lze vyjádřit jako průnik kuželové plochy s vrcholem P a určující kuželosečkou $C \subset \Omega$ s průmětnou π. Tuto kuželovou plochu značíme symbolem $\mathbf{K}^P(P, P^C)$[1] (obr. 2).

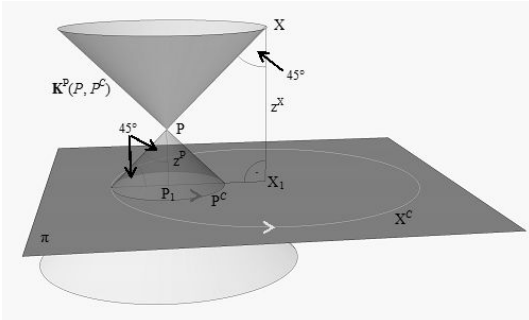


Obr. 2

Definice 5. Rotační kuželovou plochu, jejíž tvořící přímky svírají s průmětnou π odchylku 45°, nazýváme *C-kuželová plocha.*

Věta 2. Množinou všech dotykových cyklů k pevnému cyklu P^C v průmětně π jsou cyklografické obrazy všech bodů X náležejících C-kuželové ploše ($X \in \mathbf{K}^P(P, P^C)$), jejíž určující kružnice je nositelka cyklu P^C (obr. 3).

[1]Pokud nemůže dojít k záměně, budeme používat zkráceného zápisu kuželové plochy $\mathbf{K}^P$.



Obr. 3

Poznámka 4. Množinou cyklů, které incidují se společným bodem $Q \in \pi$, jsou cyklografické obrazy všech bodů C-kuželové plochy s vrcholem Q. V dalším textu by bylo možné ukázat, jakým způsobem se cyklograficky zobrazuje přímka nebo rovina. Touto problematikou se však již dále nebudeme zabývat, neboť momentálně zbudovaný aparát je postačující pro ilustraci využití cyklografie na vybrané planimetrické úloze.

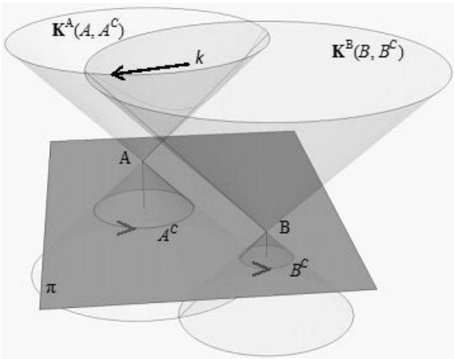
Praktické využití cyklografie při Apolloniově úloze

Možností využití cyklografického zobrazení je celá řada, nejzajímavější je však řešení planimetrických úloh pomocí cyklografie. Pro jeho ilustraci je v následujícím textu vybrána jedna z Apolloniových úloh.

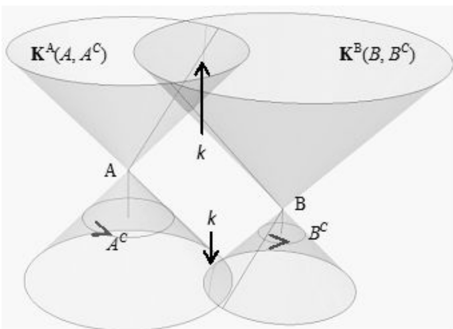
Původní Apolloniova úloha se zabývá konstrukcí kružnice, která se dotýká daných tří kružnic. Obecnou Apolloniovou úlohou rozumíme úlohu o konstrukci kružnice dotýkající se daných tří geometrických útvarů (body, přímky, kružnice). Její řešení metodou cyklografického zobrazení je velmi elegantní. Před samotnou ukázkou řešení původní Apolloniovy úlohy užitím této metody se budeme nejdříve zabývat otázkou průniku dvou C-kuželových ploch.

Pomocná úloha. Jsou dány dvě různé C-kuželové plochy $\mathbf{K}^A(A, A^C)$, $\mathbf{K}^B(B, B^C)$, přičemž určující kružnice plochy $\mathbf{K}^A$, resp. $\mathbf{K}^B$ obsahuje cyklus $A^C \subset \pi$, resp. $B^C \subset \pi$. Určete průnik $\mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^B$.

Rozbor. Průnikem dvou kvadrik je obecně křivka 4. stupně. Protože kuželové plochy $\mathbf{K}^A$, $\mathbf{K}^B$ obsahují základní kuželosečku C, je druhou částí průniku ploch $\mathbf{K}^A$, $\mathbf{K}^B$ kuželosečka k, tj. $k \subset \mathbf{K}^A \cap \cap \mathbf{K}^B$ (obr. 4, obr. 5).

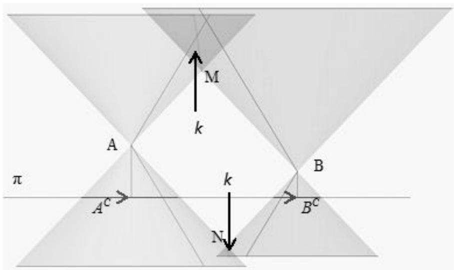


Obr. 4

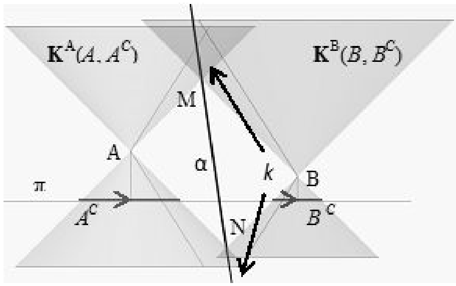


Obr. 5

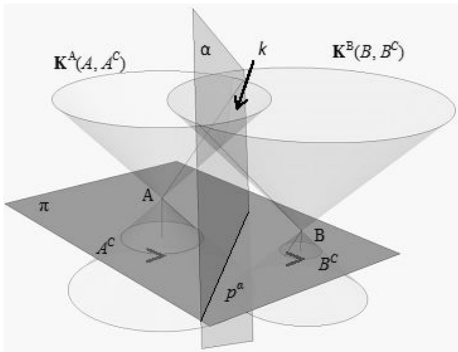
Kuželosečka k leží v rovině α, kde p^α je její stopa v průmětně π. Body M, N jsou vrcholy kuželosečky k (obr. 6, obr. 7, obr. 8).



Obr. 6

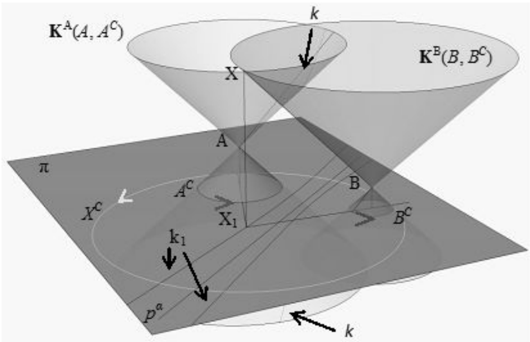


Obr. 7



Obr. 8

Označme X_1 kolmý průmět libovolného bodu X kuželosečky k do průmětny π. Z výše uvedené věty vyplývá, že bod X_1 je středem cyklu X^C dotýkajícího se cyklů A^C, B^C. Kolmý průmět kuželosečky k do průmětny π je tedy množina k_1 středů všech cyklů dotýkajících se cyklů A^C, B^C. V našem konkrétním případě je touto množinou hyperbola k_1 (obr. 9).

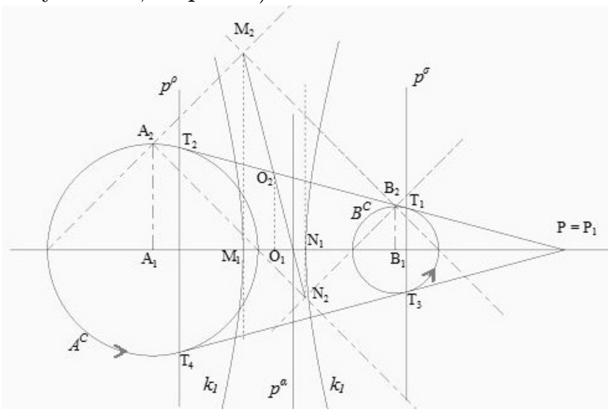


Obr. 9

Řešení. Rovina λ ($AB \subset \lambda$, $\lambda \perp \pi$) obsahující osy AA_1, BB_1 obou kuželových ploch (body A_1, B_1 jsou středy nositelek cyklů A^C, B^C a zároveň kolmé průměty bodů A, B do roviny π) je jejich rovinou souměrnosti, tj. i vlastní částí jejich průniku. Rovina α kuželosečky k je kolmá na rovinu λ a osa kuželosečky k je průsečnicí rovin α a λ. Volíme rovinu λ za druhou průmětnu a kuželosečku k pravoúhle promítneme do roviny λ. Sklopením roviny λ do nákresny π se úloha prakticky dořeší v Mongeově zobrazení, kdy sklopené útvary označíme indexem $_2$ (obr. 10).

Vlastní body průniku $\mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^B \cap \lambda = (\mathbf{K}^A \cap \lambda) \cap (\mathbf{K}^B \cap \lambda)$ jsou vrcholy M, N kuželosečky k, které se ve sklopení zobrazí jako M_2, N_2. V tomto sklopení je průmětem roviny α do roviny λ přímka procházející body M_2, N_2, jejíž část je zároveň průmětem k_2 kuželosečky k. Střed O_2 úsečky M_2N_2 je průmětem středu O kuželosečky k.

Vzhledem ke vzájemné poloze C-kuželových ploch $\mathbf{K}^A$, $\mathbf{K}^B$ je k hyperbola (v našem případě) nebo elipsa, její rovina α je určená ($MN \subset \alpha \wedge \alpha \perp \lambda$); její stopa p^α v průmětně π je chordála nositelek cyklů A^C, B^C. Vrcholové roviny ϱ, resp. σ prochází body A, resp. B a jsou rovnoběžné s rovinou α. Jejich stopy p^ϱ, p^σ v průmětně π jsou poláry stopníku P přímky AB vzhledem k cyklům A^C, B^C. Kolmý průmět k_1 kuželosečky k do roviny π je tedy dán jejím středem O_1, vrcholy M_1, N_1 a ohnisky A_1, B_1 (body T_1, T_3, resp. T_2, T_4 jsou průsečíky polár p^ϱ, resp. p^σ s nositelkami cyklů A^C, resp. B^C).



Obr. 10

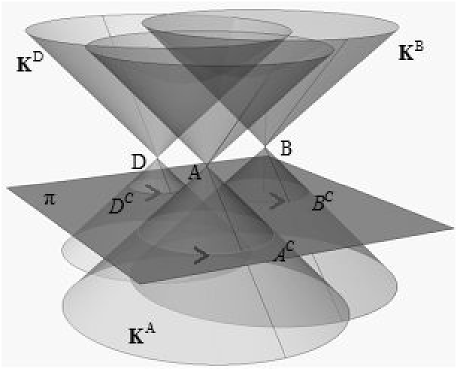
Poznámka 5. Cyklografickým obrazem všech bodů kuželosečky k v průmětně π je množina všech cyklů dotýkajících se cyklů A^C, B^C. Kolmým průmětem všech bodů kuželosečky k v průmětně π je množina k_1 středů všech cyklů dotýkajících se cyklů A^C, B^C.

Apolloniova úloha. Sestrojte kružnici, která se dotýká daných tří kružnic a, b, d v rovině π.

Rozbor. Orientujme dané kružnice a, b, d v rovině π a příslušné cykly označme A^C, B^C, D^C (obr. 11). Buď $\mathbf{Z}$ cyklografické zobrazení v prostoru $\bar{E}_3$ s průmětnou π, tj.

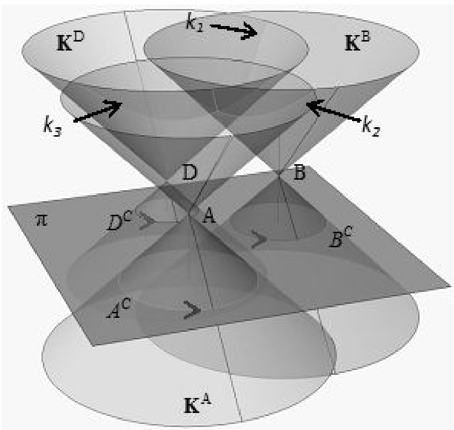
$$\mathbf{Z}^{-1}\colon A^C, B^C, D^C \to A, B, D.$$

Jestliže v π existuje cyklus X^C, který se dotýká cyklů A^C, B^C, D^C, tak pro bod $X = \mathbf{Z}^{-1}(X^C)$ platí: $X \in \mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^B \cap \mathbf{K}^D$, kde $\mathbf{K}^A$, $\mathbf{K}^B$, $\mathbf{K}^D$ jsou po řadě C-kuželové plochy, jejichž určující kružnice v rovině π obsahují po řadě cykly A^C, B^C, D^C.

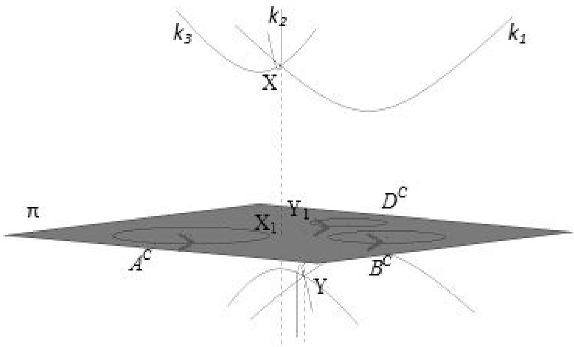


Obr. 11

Obráceně pro každý bod $Y \in \mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^B \cap \mathbf{K}^D$ platí, že cyklus $Y^C \subset \pi$ se dotýká cyklů A^C, B^C, D^C. Planimetrická Apolloniova úloha je tak převedena s využitím principů cyklografického zobrazení na prostorovou úlohu: nalézt průnik tří C-kuželových ploch a k němu určit jeho cyklografický obraz. Nositelky cyklografických obrazů bodů průniku jsou pak částí řešení zadané úlohy. Následně tedy budeme hledat průnik tří C-kuželových ploch $\mathbf{K}^A$, $\mathbf{K}^B$, $\mathbf{K}^D$, tzn. hledáme průnik tří kuželoseček k_1, k_2, k_3, kde $k_1 \subset \mathbf{K}^D \cap \mathbf{K}^B$, $k_2 \subset \mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^B$, $k_3 \subset \mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^D$ (obr. 12, obr. 13).

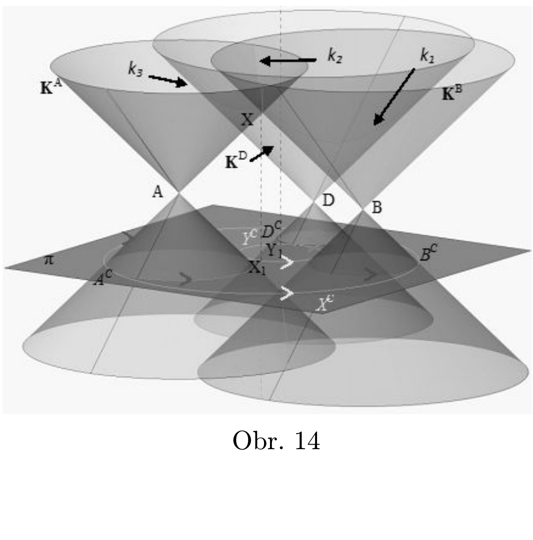


Obr. 12



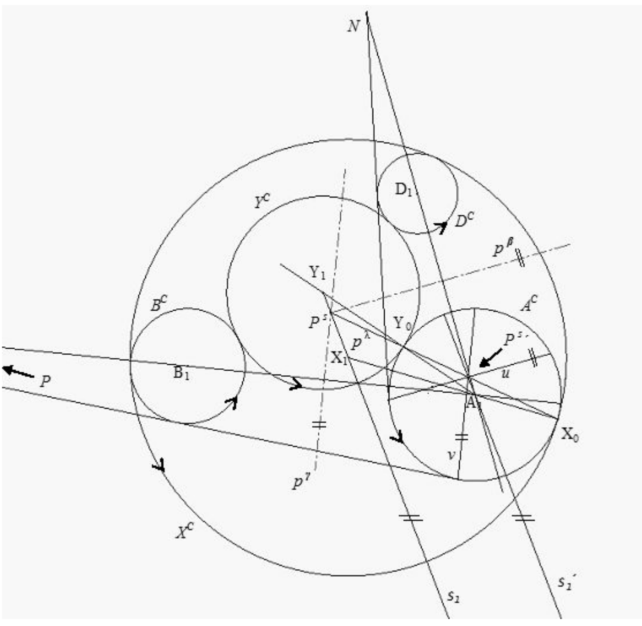
Obr. 13

Průnikem $\mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^B \cap \mathbf{K}^D$ získáváme body X, Y. Kolmými průměty bodů X, Y do průmětny π získáme body X_1, Y_1. Cyklografickými obrazy bodů X, Y, které leží v průniku tří rotačních C-kuželových ploch $\mathbf{K}^A$, $\mathbf{K}^B$, $\mathbf{K}^D$ rozšířeného euklidovského prostoru $\bar{E}_3$, jsou cykly X^C, Y^C v rovině π se středy X_1, Y_1 (kolmé průměty bodů X, Y do průmětny π). Cykly X^C, Y^C se dotýkají tří daných cyklů A^C, B^C, D^C (obr. 14).



Obr. 14

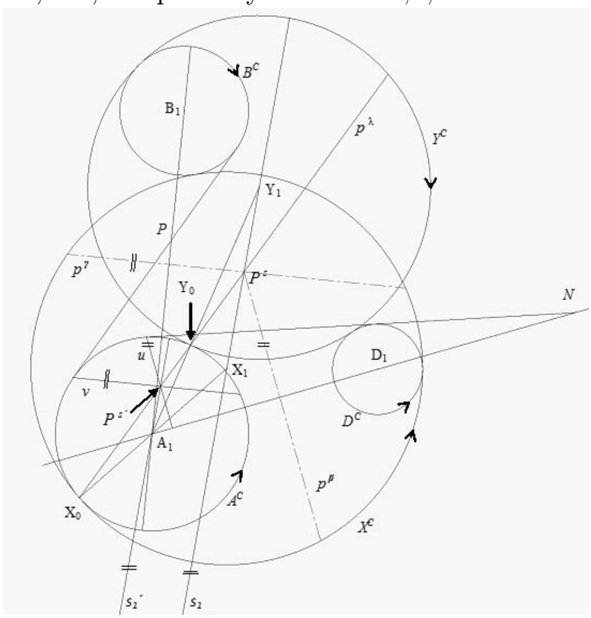
Konstrukce. Bod X průniku C-kuželových ploch $\mathbf{K}^A$, $\mathbf{K}^B$, $\mathbf{K}^D$ leží v rovině γ vlastní kuželosečky $k_2 \subset \mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^B$ a analogicky v rovině β kuželosečky $k_3 \subset \mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^D$ (konstrukce rovin γ, β podle předcházející pomocné úlohy; p^γ, resp. p^β jsou chordály příslušných dvojic kružnic určujících cykly A^C, B^C, resp. A^C, D^C). Označme $\gamma \cap \beta = s$. Pak pro hledaný průsečík $X \in \mathbf{K}^A \cap \mathbf{K}^B \cap \cap \mathbf{K}^D$ zároveň platí: $X \in \mathbf{K}^A \cap s$. Zřejmá je konstrukce stopníku $P^s \in p^\beta \cap p^\gamma$ přímky s v průmětně π; kromě toho je přímka s rovnoběžná s přímkou s' ($s' \subset \gamma' \cap \beta'$), kde $A \in \beta' \wedge \beta' \parallel \beta$, $A \in \gamma' \wedge \gamma' \parallel \gamma$ (tj. γ', β' jsou vrcholové roviny kuželové plochy $\mathbf{K}^A$ rovnoběžné s rovinami β, γ v daném pořadí). Nechť u je polára středu podobnosti N nositelek cyklů A^C, D^C vzhledem k cyklu A^C a nechť v je polára středu podobnosti P nositelek cyklů A^C, B^C vzhledem k cyklu A^C. Roviny γ', resp. β' jsou tak určeny vrcholem A kuželové plochy $\mathbf{K}^A$ a polárami v, resp. u. Zřejmě platí: $P^{s'} \in u \cap v$, kde $P^{s'}$ je stopník přímky s' v průmětně π.



Obr. 15

Průsečíky $\mathbf{K}^A \cap s$ se sestrojí v Mongeově promítání pomocí roviny λ dané rovnoběžkami s, s'. Stopa p^λ roviny λ v průmětně π je tedy dána stopníky P^s, $P^{s'}$. Platí: $\mathbf{K}^A \cap s = s \cap (\lambda \cap \mathbf{K}^A) = s \cap \cap \{AX_0, AY_0\}$, kde $\{X_0, Y_0\} = p^\lambda \cap A^C$. Pak přímka daná body A, X_0, resp. A, Y_0 protíná přímku s v bodě X, resp. Y a jejich kolmé průměty X_1, Y_1 do roviny π jsou středy cyklů X^C, Y^C, které se dotýkají tří daných cyklů A^C, B^C, D^C. Kružnice, které jsou nositelkami cyklů X^C, Y^C, jsou částí řešení úlohy (0 až 2 řešení). Celá situace je vyřešena na obr. 15 (orientace všech tří daných cyklů A^C, B^C, D^C je kladná).

Diskuse. Úplné řešení získáme, když budeme uvažovat všechny možné kombinace orientací kružnic a, b, d. Jejich počet je 2^3. Vždy dvě dvojice (pro navzájem opačné cykly) dají jedno řešení. Úloha má celkem 0–8 řešení; jejich počet závisí na vzájemné poloze kružnic a, b, d. Na obr. 16 je situace vyřešena pro odlišnou orientaci cyklů A^C, B^C, D^C příslušných kružnic a, b, d.



Obr. 16

Poznámky k historii cyklografie

Výše uvedený princip cyklografické zobrazovací metody zavedl do deskriptivní geometrie Emil Müller (1861–1927) v díle (Müller, Krames, 1929). Samotná myšlenka cyklografie – vzájemně jednoznačného zobrazení bodů v prostoru na cykly v rovině – se však v různých souvislostech objevila mnohem dříve.

Se základní myšlenkou cyklografie se setkáváme v díle Cousineriho (1790–1851), (Cousinery, 1828), ve kterém je jí využito při řešení některých Apolloniových úloh.

Nikolaus Druckenmüller (1806–1883) – žák Julia Plückera (1801–1868) – zkonstruoval v díle (Druckenmüller, 1842) prostředky analytické geometrie zobrazení, které bylo později nazváno *isotropní projekce*: Po zavedení pevného kartézského souřadného reperu prostoru se souřadnými osami x, y, z přiřadil každému vlastnímu bodu $X = [x', y', z']$ prostoru $\bar{E}_3$ v tzv. *základní rovině isotropní projekce* $\pi \equiv z = 0$ orientovanou kružnici se středem v bodě $X_1 = [x', y', 0]$ a poloměrem $|z'|$. Orientace této kružnice spočívala v „přiřazení pozitivního poloměru $|z'|$ kružnici pro body X ležící nad rovinou π a negativního poloměru $-|z'|$ pro body ležící pod rovinou π“.

Za první soustavně zpracované dílo o cyklografii jako o zobrazovací metodě deskriptivní geometrie je považováno dílo (Fiedler, 1882) Wilhelma Fiedlera (1832–1912). Tato kniha má čistě konstruktivní charakter, věnuje svou pozornost konstrukčním úlohám o kružnici a kouli. Fiedlerovo pojetí cyklografie je následující: Při zobrazení vlastního bodu P prostoru $\bar{E}_3$ Fiedler sestrojil nejdříve jeho pravoúhlý průmět P_1 do libovolné vlastní roviny π prostoru $\bar{E}_3$. Každému vlastnímu bodu P ležícímu mimo rovinu π poté přiřadil v π kružnici p se středem v bodě P_1 a poloměrem $|PP_1|$. Bod $P \in \pi$ zůstal samodružný. Obráceně pak kružnici $p \subset \pi$ se středem P_1 a poloměrem $r > 0$ uvažoval jako průnik dvou různých rotačních kuželových ploch $[P]$, $[P^\star]$ s rovinou π, které jsou dány po řadě vrcholy $P \neq P^\star$, kde $v(P, \pi) = |PP_1| = v(P^\star, \pi) = |P^\star P_1| = r$, a površky ploch $[P]$, $[P^\star]$ svírají s jejich osou úhel o velikosti $45°$.

Z uvedeného je patrno, že Fiedlerovo pojetí zobrazení splňuje principielně parametry kruhového zobrazení, nelze ho proto označovat za cyklografii v pravém slova smyslu, přestože jeho publikace paradoxně ve svém názvu slovo cyklografie nese. V jeho knize sice narazíme na zmínku o tom, že kružnici v rovině lze orientovat, aby se zabránilo dvojznačnosti, ale autor této možnosti nevyužil a operoval výhradně s elementy neorientovanými. Představa takto zkonstruovaného zobrazení byla aplikována na řadu planimetrických úloh, přičemž pomocná prostorová řešení různých konstrukcí byla provedena užitím metody centrální projekce.

Nejnovější podobu cyklografie jako zobrazovací metody deskriptivní geometrie přineslo systematické dílo (Müller, Krames, 1929), které vyšlo jako druhý díl přednášek Emila Müllera (1861–1927) na Technické univerzitě Vídeň. Bylo zpracováno po Müllerově smrti jeho asistentem Josefem Leopoldem Kramesem (1897–1986). Z hlediska cyklografie se jedná o praktickou aplikaci myšlenky isotropní projekce v deskriptivní geometrii a tím zároveň za plod mnohých úvah Felixe Kleina (1849–1925) a Maria Sophuse Lieho (1842–1899), které se vztahovaly v té době k modernímu výzkumu deskriptivní geometrie. Toto Müllerovo dílo přineslo mnoho poznatků z jeho dřívějších publikací o cyklografii, z díla W. Fiedlera a ze studií například Wilhelma Blaschkeho (1885–1962) a Erwina Wilhelma Kruppy (1885–1967). Samotné konstruktivní provedení různých úloh však Müller na rozdíl od Fiedlera prováděl pomocí kótovaného promítání a operoval zásadně s orientovanými elementy. Obě pojetí se dále odlišovala v tom, že v Müllerově díle plnila velmi důležitou funkci nevlastní základní kuželosečka, se kterou Fiedler vůbec nepracoval.

Cyklografie v Čechách

Jedinou knižní publikací u nás, která se podrobně a uceleně problematikou cyklografického zobrazení zabývala, je monografie L. Seiferta (1883–1956), (Seifert, 1949). Tato kniha byla napsána v Müllerově pojetí – jedná se o přeložené a zkrácené dílo (Müller, Krames, 1929). Autor v ní uvedl základními principy cyklografie, vysvětlil pojmy a vlastnosti tzv. cyklografické koule a cyklického zobrazení bodových transformací, popsal konstrukci cyklického obrazu křivky a plochy v $\bar{E}_3$ a v závěru zkoumal užití cyklické projekce a Laguerrových transformací. Na příkladech různých planimetrických úloh ilustroval praktické využití cyklografie.

Monografie (Seifert, 1949) byla určena především pro kandidáty středoškolského učitelství. L. Seifert usiloval o zavedení cyklografie do výuky deskriptivní geometrie na českých vysokých školách pro budoucí středoškolské učitele a přednášel ji na Přírodovědecké fakultě MU v Brně. Po jeho smrti zde cyklografii přednášel jeho žák prof. Karel Svoboda. Tato metoda však nebyla zavedena do výuky deskriptivní geometrie na všech ostatních českých vysokých školách a vyučovala se jen zřídka. V hodinách deskriptivní geometrie byl dán prostor jiným metodám.

Kromě monografie (Seifert, 1949) v české odborné literatuře nalezneme v různých souvislostech občasné zmínky o cyklografii, většinou ve spojení s řešením planimetrických úloh. Z celé této nevelké řady knižních publikací zmiňujících se o cyklografii je možno uvést učebnici deskriptivní geometrie Jana Sobotky (1862–1931), (Sobotka, 1906), která je však napsána ještě ve Fiedlerově pojetí. Další zmínku o této zobrazovací metodě v „modernějším“ Müllerově pojetí nalezneme v monografiích Josefa Holubáře (1895–1970), (Holubář, 1940, 1948), ve kterých mimo jiné autor ilustroval prostřednictvím cyklografie řešení Apolloniových úloh.

Závěr

Využití cyklografie v oblastech matematiky a geometrie je široké, bohužel se dnes již v rámci výuky deskriptivní geometrie s touto zajímavou metodou setkáme jen zřídka. Její aplikace na řešení klasických úloh z elementární geometrie je elegantní a názorná a mohla by tudíž vzbudit opětovný zájem. V současné době na tuto metodu narazíme v některých pracích a materiálech Zity Sklenárikové (Sklenáriková, 2001a, 2001b). Inspirativní je dále novější pojednání o cyklografii (Juklová, 2013).

Literatura

[1] Seifert, L. (1949). *Cyklografie*. Praha: JČMF.

[2] Müller, E. & Krames, J. L. (1929). *Vorlesungen űber darstellende Geometrie, 2.* Band: Die Zyklographie. Wien und Leipzig: F. Deuticke.

[3] Fiedler, W. (1882). *Cyklographie oder Construktion der Aufgaben uber Kreise und Kugeln und elementare Geometrie der Kreis- und Kugelsysteme*. Leipzig.

[4] Sobotka, J. (1906). *Deskriptivní geometrie promítání parallelního*. Praha: JČMF.

[5] Holubář, J. (1940). *O metodách rovinných konstrukcí*. Praha: JČMF.

[6] Holubář, J. (1948). *O rovinných konstrukcích odvozených z prostorových útvarů*. Praha: JČMF.

[7] Cousinery, B. E. (1928). *Géometrie perspéctive ou Principes de projection polaire appliqués à la description des corps*. Paříž.

[8] Druckenmüller, N. (1842). *Die Übertragungsprinzipien der analytischen Geometrie*.

[9] Sklenáriková, Z. (2004). K metódam riešenia Apolloniovej úlohy. In J. Bečvář & E. Fuchs (Eds.), *Matematika v proměnách věků III* (s. 45–55). Praha: Prometheus.

[10] Sklenáriková, Z. (2001a). Z dejín deskriptívnej geometrie v Rakúsko-Uhorsku. In J. Bečvář & E. Fuchs (Eds.), *Matematika v proměnách věků II* (14–45). Praha: Prometheus.

[11] Sklenáriková, Z. (2001b). Emil Müller a modernizačné tendencie vo vyučovaní deskriptívne geometrie na začiatku 20. storoči. In O. Šedivý & D. Vallo, et al., *Nové trendy vo výučbe matematiky* (56–64). SPU Nitra.

[12] Juklová, L. (2013). *Aplikace deskriptivní geometrie: základy kartografie a cyklografie*. Olomouc: Univerzita Palackého.

Abstract

In the paper, there are briefly described basic problems of cyclography (one–to–one mapping of the set of all points to the set of all oriented circles – cycles – of the projection plane of the $\bar{E}_3$. The article summarizes principles and applications of cyclography method and in the end introduces its historical development.

Jitka Panáčová
Katedra matematiky PedF MU
Poříčí 31
603 00 Brno
e-mail: panacova@ped.muni.cz