

Rozhledy matematicko-fyzikální

Zbyněk Šír

Středoevropská matematická olympiáda MEMO 2019

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 94 (2019), No. 4, 46–51

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/148016>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2019

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Středoevropská matematická olympiáda MEMO 2019

Zbyněk Šír, MFF UK, Praha

Česká republika byla pověřena uspořádáním již třináctého ročníku Středoevropské matematické olympiády (MEMO 2019). Tato prestižní mezinárodní soutěž se konala v Pardubicích ve dnech 26. srpna až 1. září. Soutěžilo v ní celkem šedesát středoškolských studentů z deseti zemí, kteří byli doprovázeni dvaceti vedoucími. Hladký průběh celé soutěže zajišťovalo na dvacet českých organizátorů a koordinátorů, přičemž zodpovědnost za celou akci nesla v roli hlavního organizátora Jednota českých matematiků a fyziků.

V tomto příspěvku chceme čtenáře krátce seznámit s historií a tradicí Středoevropských matematických olympiád, s organizací a průběhem letošního ročníku a v neposlední řadě s výsledky soutěže. Pro dokreslení rovněž uvedeme jednu ze soutěžních úloh a její řešení. Další informace lze nalézt na oficiálních stránkách soutěže `memo2019.karlin.mff.cuni.cz`.

Historie MEMO

Středoevropská matematická olympiáda je mezinárodní soutěž každoročně pořádaná od roku 2007. Do určité míry navazuje na předchozí rakousko–polskou matematickou soutěž, která se konala pravidelně v letech 1978–2006. Jedná se ovšem o akci mnohem rozsáhlejší a ambicióznější. Právo účasti mají soutěžící z deseti řádných členských zemí, totiž z České republiky, Chorvatska, Litvy, Maďarska, Německa, Polska, Rakouska, Slovenska, Slovinska a Švýcarska.

Delegace každé země je tvořena šesti soutěžícími studenty a dvoučlenným doprovodem zkušených matematiků. Průběh soutěže řídí mezinárodní jury, kterou tvoří uvedený doprovod soutěžících a předseda z pořadatelské země. Celá akce trvá 7 dnů (6 nocí), vlastní soutěž dva půldny. První půlden je soutěží jednotlivců v řešení 4 úloh a trvá 5 hodin. Druhý půlden je soutěží družstev jednotlivých zemí v kolektivním řešení 8 úloh a trvá rovněž 5 hodin. Podaná písemná řešení hodnotí mezinárodní jury a na základě výsledků jsou nejlepším jednotlivcům (přibližně polovinu celkového počtu) uděleny zlaté, stříbrné a bronzové medalie v poměru 1 : 2 : 3. Jednotlivcům bez medailí jsou udělována čestná uznání, pokud

podají úplné řešení aspoň jedné ze čtyř zadaných úloh. V soutěži družstev jsou uděleny medaile třem zemím s nejvyšším sumárním počtem bodů za podaná řešení osmi zadaných úloh.

Do určité míry se MEMO podobá Mezinárodní matematické olympiádě (IMO). Úlohy jsou srovnatelné obtížnosti a jsou vybírány tak, aby tematicky pokryly čtyři hlavní disciplíny, kterými jsou algebra, kombinatorika, geometrie a teorie čísel. Je však třeba zdůraznit dvě specifika. Prvním je zařazení již zmíněné týmové soutěže, která není na podobných akcích obvyklá a z hlediska národní soudržnosti i práce s matematickými problémy je velmi přínosná. Druhým aspektem je explicitní cíl MEMO umožnit účast poněkud mladším soutěžícím, kteří ještě nemají takové zkušenosti. Soutěže by se neměli účastnit studenti, kteří v daném roce již reprezentují svoji zemi na IMO. Navíc by neměli být v nejvyšším ročníku, aby se v roce následujícím mohli na IMO kvalifikovat a vytěžit tak zkušenosti získané na MEMO.

Organizace MEMO 2019

Účast České republiky je v současnosti zakotvena v Organizačním řádu Matematické olympiády ČR, neboť její pojetí je v souladu s touto předmětovou soutěží a reprezentanti ČR pro MEMO se vybírají z úspěšných řešitelů ústředního kola MO kategorie A. V České republice byl uspořádán 2. ročník MEMO v roce 2008, podle principu periodického střídání hostitelství připadla na Českou republiku organizace 13. ročníku v roce 2019.

Organizační příprava soutěže započala asi s ročním předstihem. Jistě není třeba zdůrazňovat, že týdenní akce, která má celkem na sto účastníků, vyžaduje nemalé finanční prostředky. Chceme zde poděkovat všem národním týmům za to, že včas zaslaly svůj účastnický příspěvek. Takto vybraná částka by však pokryla asi jen třetinu reálných nákladů. Velkorysým finančním příspěvkem MEMO 2019 podpořilo MŠMT ČR, Nadace RSJ, Unicorn College, město Pardubice a Pardubický kraj. Všem těmto subjektům patří náš velký dík. Rád bych rovněž vyjádřil poděkování pracovníkům JČMF, kteří úspěšně komunikovali se všemi sponzory a rovněž sledovali finanční aspekt celé soutěže. Jsou to předsedkyně JČMF doc. Alena Šolcová, hospodář dr. Jaroslav Dittrich a předseda Ústřední komise MO doc. Jaromír Šimša.

Důležitým rozhodnutím bylo umístění akce do Pardubic, které mají výbornou dopravní polohu, bohatou infrastrukturu a ideální velikost. Uspořádat zde mezinárodní akci bylo možno zejména díky velmi aktivní

a vřelé podpoře dvou místních spoluorganizátorů. Gymnázium Dašická 1083 poskytlo své prostory a pedagogický dozor pro oba dny vlastní studentské soutěže. Za tuto zásadní podporu patří dík současnému řediteli gymnázia Mgr. Ludkovi Burianovi, paní profesorce Mgr. Soně Křišťanové, která je předsedkyní krajské komise MO pro Pardubický kraj, a mnoha současným i emeritním profesorům, kteří se podíleli na pedagogickém dozoru. Především však musíme poděkovat emeritnímu předsedovi JČMF a dlouholetému řediteli pardubického gymnázia dr. Josefu Kubátovi. Právě jeho nadšení, velké organizační úsilí a četné osobní kontakty velmi usnadnily organizaci celé soutěže.

Druhým pardubickým spoluorganizátorem se stala Fakulta elektrotechniky a informatiky Univerzity Pardubice zastoupená jejím děkanem dr. Zdeňkem Němcem a jejím proděkanem dr. Lukášem Čeganem. Tato fakulta poskytla velkorysé zázemí pro čtyřdenní zasedání jury, velkou aulu pro slavnostní zahájení a zakončení a rovněž velmi pružně reagovala na měnící se potřeby kancelářského a administrativního zajištění akce.

Průběh letošního ročníku

V pondělí 26. srpna všechny týmy úspěšně dorazily do pardubického hotelu Labe, kde je očekávali nejen organizátoři, ale i bohaté občerstvení. Jako drobné rozptýlení měli všichni za úkol pořídit fotografii se sochou inženýra Jana Pernera, která je umístěna před budovou pardubického nádraží. Tento úkol pobavil zejména tým Německa, jehož jeden člen se rovněž jmenoval Perner. V hotelu Labe byli po celý týden ubytováni nejen členové týmů, ale i všichni organizátoři a koordinátoři.

V úterý 27. srpna v 9.00 se v aule Fakulty elektrotechniky a informatiky konalo slavnostní zahájení, po kterém se soutěžící a jejich vedoucí rozdělili. Zatímco se vedoucí, kteří jsou podle regulí členy jury, věnovali výběru a přípravě soutěžních úloh, pro studenty byl připraven výlet lodí a autobusem na Kunětickou horu a do blízkého Hradce Králové. Zajištění kvalitního programu a pedagogického dozoru pro dny, kdy soutěžící nejsou pod dohledem svých národních vedoucích, se ukázal jedním z organizačně nejobtížnějších prvků celé soutěže. S úterním výletem nám velmi pomohli členové Katedry cizích jazyků Filozofické fakulty Univerzity Pardubice pod vedením dr. Heleny Jaklové.

Bez osobní zkušenosti není snadné pochopit, jak náročná a pracná je příprava soutěžních úloh. Již několik měsíců před začátkem celé akce byly účastnické země vyzvány, aby zasílaly v anglickém jazyce své ná-

vrhy. Celkem jich bylo podáno 72, ze kterých český koordinační tým vybral shortlist 33 nejlepších problémů. Je třeba vysoce ocenit práci kolegů zodpovědných za jednotlivé tematické okruhy: doc. Tomáš Bárta (kombinatorika), dr. Pavel Calábek (algebra), doc. Jaromír Šimša (teorie čísel) a dr. Jaroslav Švrček (geometrie).

Při úvodním úterním zasedání jury z nich bylo po diskuzi vybráno celkem 12 úloh (4 úlohy pro individuální soutěž a 8 úloh pro soutěž týmovou). V debatě, kterou řídil předseda jury prof. Jan Kratochvíl, jeden z bývalých nejlepších českých olympioniků a současný děkan MFF UK, bylo třeba úlohy posoudit z hlediska jejich obtížnosti, matematické krásy, tematické vyváženosti a rovněž bylo třeba se ujistit o jejich originalnosti. Někdy se totiž u některé z navrhovaných úloh stane, že jí podobná byla zadána v národní soutěži či přípravném soustředění jiné země a podobně.

Kromě výběru úloh bylo úkolem jury zpřesnit a zdokonalit jejich anglická znění, připravit jejich překlad do devíti národních jazyků a odsouhlasit schéma pro bodové hodnocení různých alternativních řešení. Během první hodiny každého soutěžního dne odpovídají členové jury na dotazy, které mohou soutěžící podat výhradně písemně. Později se pak členové jury podílejí na opravě úloh (každý ve svém jazyce) a na závěr hlasují o bodových hranicích pro zlatou, stříbrnou a bronzovou medaili.

Významnou úlohu během celé soutěže plní tým koordinátorů. Jejich úkolem je připravit schémata pro bodová hodnocení jednotlivých úloh a nezávisle opravit všechna řešení ve všech národních jazycích. Rovněž se v individuálních koordinačních setkáních s vedoucími národních týmů musí ujednotit na konečném bodovém hodnocení. V letošním ročníku MEMO pracoval koordinační tým v tomto složení: *algebra*: Pavel Calábek, Mirek Olšák, Pavel Šalom, *kombinatorika*: Tomáš Bárta, David Hruška, Jakub Löwit, *teorie čísel*: Jaromír Šimša, Pavel Hudec, Pavel Turek a *geometrie*: Jaroslav Švrček, Martin Raška, Radovan Švarc.

Vlastní soutěž probíhala ve středu 28. srpna a ve čtvrtek 29. srpna vždy v čase 9.00–14.00. Po obědě a krátkém odpočinku byla pro soutěžící připravena prohlídka města Pardubic a jejich okolí za dozoru pedagogů pardubického gymnázia. V pátek 30. srpna, kdy jury a koordinátoři ještě celý den pilně pracovali, byl pro studenty připraven celodenní zážitkový program pod vedením instruktorů Prázdninové školy Lipnice. V sobotu byl uspořádán celodenní výlet do historické Kutné Hory a slavného hřebčince Kladruby, kterého se zúčastnili všichni soutěžící, vedoucí i koordinátoři. S výletem i celou řadou dalších organizačních úkolů před soutěží i při ní vynikajícím způsobem pomáhali Jakub Löwit a Zdeňka Crkalová.

Jako hlavní organizátor bych rád vyjádřil svůj velký dík předsedovi jury, koordinátorům i všem organizátorům a pomocníkům za vynikající zajištění svěřeného aspektu celé akce. Měl jsem ze spolupráce upřímnou radost. Rovněž jsem osobně velice rád, že na akci s velkým množstvím nezletilých účastníků nedošlo kromě několika nevolností a jednoho zánětu očních spojivek k žádným nepředvídaným událostem.

Úlohy a výsledky

V individuální soutěži se absolutním vítězem stal se ziskem 21 bodů Krešimir Nežmah (Chorvatsko). Na druhém místě se umístil Kosma Kasprzak (Polsko) se ziskem 20 bodů a třetí místo si se ziskem 19 rozdělili Viktor Csaplár (Slovensko), Lucia Krajčoviechová (Slovensko) a Máté Weisz (Maďarsko). Všichni zmínění soutěžící se rozhodnutím jury stali jedinými zlatými medailisty.

V týmové soutěži zvítězil a zlaté medaile získal tým Polska se ziskem 63 bodů (z celkové 64 možných). Stříbrnými medailisty se stalo Maďarsko se ziskem 58 bodů a bronz získal tým Německa s 53 body.

Děkan MFF UK prof. Jan Kratochvíl udělil zvláštní cenu Jozefu Fülöpovi za originální řešení úlohy I-1.

Český tým ve složení Vojtěch David, Jana Bušová, Adéla Heroudková, Jan Vavřín, Magdaléna Mišinová, Viktor Fukala pod vedením Filipa Bilalase a Danila Koževnikova vybojoval 3 bronzové medaile v soutěži jednotlivců a 5. místo v soutěži týmů.

V přátelské atmosféře soutěžící svedli náročný a intenzivní boj. Soutěžící středoškoláci se zdokonalili v matematické teorii i řešení náročných úloh „olympijského kalibru“. U mnohých z nich to nepochybně přispěje k jejich úspěšným výkonům příští rok na celosvětové Mezinárodní matematické olympiádě v Rusku. Pro všechny zúčastněné měl pobyt na soutěži i značný význam z hlediska sociálních kontaktů ve vytvořené mezinárodní komunitě. Pro vedoucí delegaci, kteří jsou ve svých zemích učitelé pečující o matematicky nadané žáky, přineslo setkání možnost výměny osobních zkušeností z forem zmíněné přípravy talentů.

Na závěr pro ilustraci uvádíme čtvrtou soutěžní úlohu z individuální soutěže spolu s jejím řešením.

Příklad I-4

Najděte nejmenší přirozené n takové, že z libovolných n po sobě jdoucích celých čísel lze vybrat neprázdnou množinu po sobě jdoucích čísel se součtem prvků dělitelným číslem 2019.

Vzorové řešení

Prvočíselný rozklad čísla 2019 je $3 \cdot 673$, označme $p = 673$.

Pro libovolné celé číslo k obarvíme tři čísla $kp - 1$, kp , $kp + 1$ červenou barvou a 6 čísel $kp + \frac{p-5}{2}$, $kp + \frac{p-3}{2}$, $kp + \frac{p-1}{2}$, $kp + \frac{p+1}{2}$, $kp + \frac{p+3}{2}$, $kp + \frac{p+5}{2}$ modrou barvou. Získáme tím periodické obarvení. V posloupnosti čísel dlouhé $p = 673$ jsou vždy 3 červená čísla, pak 332 neobarvených čísel, dále 6 modrých čísel a konečně dalších 332 neobarvených čísel. Součet tří po sobě následujících červených čísel je $3kp = 2019 \cdot k$ a součet šesti po sobě následujících modrých čísel je

$$6 \left(kp + \frac{p}{2} \right) = 2019 \cdot (2k + 1).$$

Obě tyto množiny jsou tedy vhodnými volbami splňujícími znění úlohy.

Snadno nahlédneme, že libovolných $340 = 332 + (6 - 1) + (3 - 1) + 1$ po sobě jdoucích celých čísel musí obsahovat červený nebo modrý interval. Hledané nejmenší n tedy bude splňovat $n \leq 340$. Nyní ukážeme, že z množiny $A = \{335, 336, \dots, 673\}$ nelze vybrat po sobě jdoucí čísla, jejichž součet je dělitelný 2019. Protože $|A| = 339$, bude platit $n \geq 340$, a tedy $n = 340$ bude řešením úlohy.

Předpokládejme tedy, že existují čísla $\{a, a + 1, \dots, b\} \subseteq A$ taková, že

$$2019 \mid a + (a + 1) + \dots + b = \frac{(b - a + 1)(a + b)}{2}.$$

To znamená, že $673 \mid b - a + 1$, nebo $673 \mid a + b$. Protože ale

$$0 < 1 \leq b - a + 1 \leq 339 < 673,$$

673 musí dělit $a + b$. Protože však navíc platí

$$671 = 335 + 336 \leq a + b \leq 673 + 673 = 2 \cdot 673,$$

je jasné, že $a + b$ musí být rovno 673 nebo $2 \cdot 673$. Tedy buď $a = 335$ a $b = 338$, nebo $a = 336$ a $b = 337$ nebo $a = b = 673$. Ale

$$2019 \nmid 335 + 336 + 337 + 338 = 1346, \quad 2019 \nmid 336 + 337 = 673$$

$$\text{a } 2019 \nmid 673,$$

což je spor.

Na závěr poznamenejme, že podobný důkaz bude platit pro každé liché číslo tvaru $m = p \cdot q$, kde p je dostatečně velký prvočíselný dělitel m . Přesněji je třeba, aby $p > \sqrt{3m}$. Pak hledané číslo bude $n = \frac{p+3q}{2} - 1$.