

Rozhledy matematicko-fyzikální

60. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií E a F

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 93 (2018), No. 4, 39–44

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/147576>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2018

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

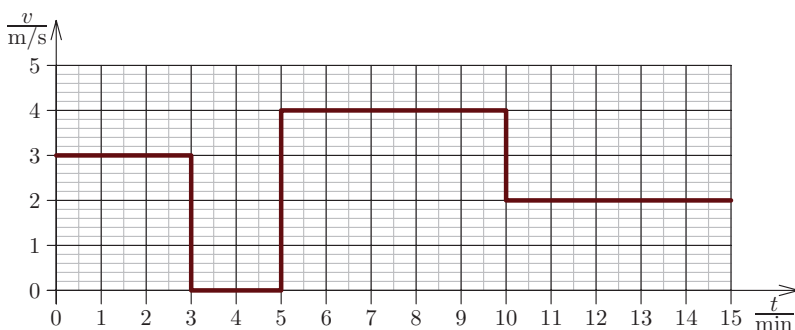
60. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií E a F

(Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ a hustotou vody $1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$.)

FO60EF1–1: Grafy pohybu

Na grafu je znázorněna závislost rychlosti v na čase t při jízdě na koloběžce.

- Nakreslete graf závislosti dráhy s , kterou urazil koloběžkář, na čase t a graf závislosti rychlosti v koloběžkáře na uražené dráze s .
- Jakou vzdálenost urazil koloběžkář za prvních 9 minut?



FO60EF1–2: Vlak na mostě

Přes most dlouhý $l = 240 \text{ m}$ přejezdí vlak stálou rychlostí za dobu $t_1 = 21 \text{ s}$. Kolem semaforu na kraji mostu projede vlak stejnou rychlostí za dobu $t_2 = 9 \text{ s}$.

- Jakou rychlostí v jel vlak?
- Jak dlouho trvala cesta přes most strojvůdci ve vlaku?
- Jaká je délka L vlaku?
- Jak dlouho bude trvat, než vlak předjede jiný vlak, který jede stejným směrem, má stejnou délku, ale poloviční rychlost?
- Jak dlouho bude trvat, než vlak mine jiný vlak, který jede opačným směrem, má stejnou délku, ale poloviční rychlost?



SOUTĚŽE

FO60EF1–3: Vodní elektrárna Orlík

Vodní elektrárnu Orlík vybudovanou v letech 1954 až 1961 tvoří čtyři Kaplanovy turbíny. Ke každé z nich je potrubím se spádem $h = 70,5$ m při plném výkonu přiváděna voda s objemovým průtokem $Q = 150 \text{ m}^3/\text{s}$.



- Jaký je celkový instalovaný výkon elektrárny při účinnosti $\eta = 87 \%$?
- K rychlému nabití elektromobilů přes noc je zapotřebí příkon až $P_0 = 11 \text{ kW}$. Kolik současně nabíjených elektromobilů by pokryl výkon elektrárny?
- Kolika dnům provozu na plný výkon odpovídá energie $E = 398 \text{ GWh}$ dodaná průměrně elektrárnou do sítě za jeden rok?

FO60EF1–4: Zahřívání bezbarvé kapaliny

Bezbarvá kapalina o hmotnosti $m = 200 \text{ g}$ je za stálého míchání zahřívána na vařiči o příkonu $P_0 = 600 \text{ W}$, na zahřívání kapaliny se z dodané energie využije 80% . Vybrané naměřené hodnoty teploty kapaliny v závislosti na čase jsou zaznamenány v tabulce.



τ/s	0	10	20	30	40	50	60
$t/^\circ\text{C}$	18,0	23,7	29,4	35,1	40,8	46,5	52,2

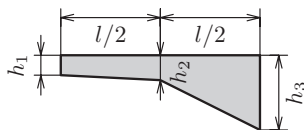
- Nakreslete graf závislosti teploty kapaliny na čase a z grafu určete, kdy bude mít kapalina teplotu 30°C .
- Jaká bude teplota kapaliny po 70 s ?
- Do stejného grafu zaznamenejte závislost teploty na čase, zvětšíme-li množství kapaliny 1,5krát.
- Jaká je měrná tepelná kapacita kapaliny?

Během zahřívání se kapalina nevypařuje ani nedojde k jejímu varu.

FO60EF1–5: Padesátimetrový bazén

Bazén o délce $l = 50 \text{ m}$ a šířce $s = 15 \text{ m}$ má u stěny v nejmělké části hloubku $h_1 = 1,2 \text{ m}$. Hloubka se pak plynule zvětšuje do hloubky $h_2 = 1,5 \text{ m}$ uprostřed bazénu a dál se opět plynule zvětšuje do hloubky $h_3 = 4,5 \text{ m}$ u stěny v nejhlubší části bazénu. Uvažujte měrnou tepelnou kapacitu vody $c = 4200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$.

- a) Jaký je objem vody v bazénu?
 b) Jak dlouho trvá napouštění bazénu dvěma přívody, jestliže přitéká každým $A = 5 \text{ litrů/s}$?
 c) Kolik GJ tepla je zapotřebí na ohřátí vody v bazénu o $\Delta t = 10^\circ\text{C}$?
 d) Při prvním napouštění bazénu požadujeme, aby voda měla teplotu $t = 25^\circ\text{C}$. Kolik teplé a kolik studené vody na to budeme potřebovat, je-li teplota studené vody $t_1 = 10^\circ\text{C}$ a teplé vody $t_2 = 60^\circ\text{C}$?



FO60EF1–6: Dvacet tisíc mil pod mořem

Ve slavném románu Julese Verne „Dvacet tisíc mil pod mořem“ zažijí tři hrdinové – profesor Aronnax se svým sluhou Conseilem a harpunářem Nedem Landem – cestu ponorkou Nautilus pod vedením kapitána Nema. Předpokládejme, že průměrná hustota mořské vody po celou cestu byla $\rho_m = 1,028 \text{ g/cm}^3$.



- a) Jakou vzdálenost d měl Verne na mysli, když originální francouzské „lieues“ odpovídalo místo míli tzv. „pěší hodině“, tj. vzdálenosti 4 km?
 b) Ponorka Nautilus měla podle popisu v knize objem $V = 1500 \text{ m}^3$. Jaká musí být hmotnost m ponorky zcela ponořená pod hladinou, aby neklesala ke dnu ani nestoupala k hladině?
 c) Jaká byla hmotnost m_1 ponorky s prázdnými vyrovnávacími nádržemi, jestliže po vynoření byla nad hladinou 1/10 objemu ponorky?
 d) V jedné části knihy se Nautilus ponořil do hloubky $h = 16000 \text{ m}$. O kolik větší tlak než na hladině by při tom naměřily manometry ponorky? Mohla se ponořit tak hluboko?
 e) Krátce nato se Nautilus vynořil z hloubky $h_1 = 13000 \text{ m}$ na hladinu za čas $t = 4 \text{ minuty}$. Jakou průměrnou rychlostí v by se musel pohybovat? Je to pravděpodobné?

SOUTĚŽE

FO60EF1–7: Nerovnoramenné váhy

Na konci jednoho ramena nerovnoramenných vah, které jsou v rovnováze, je na vzduchu zavěšené olovené těleso o objemu V_1 , na konci druhého ramena hliníkové těleso o objemu V_2 . Ramena vah mají velikost l_1 a l_2 , hustota olova $\rho_1 = 11\,340 \text{ kg/m}^3$, hustota hliníku $\rho_2 = 2\,700 \text{ kg/m}^3$. Zaměníme-li polohu těles a ponoříme je do vody, nastane opět rovnováha. Vztakovou sílu vzduchu neuvažujte.

- Jaký je poměr velikostí ramen vah $l_1 : l_2$?
- Jaký je poměr objemů těles $V_2 : V_1$?

FO60EF1–8: Atletický trénink

Trenér obchází po atletické dráze stadiónu rychlostí $v_1 = 1 \text{ m/s}$ ve stejném směru, ve kterém běhá po atletické dráze sportovec stálou rychlostí $v_2 = 3 \text{ m/s}$. Délka atletického oválu $L = 400 \text{ m}$. Když sportovec vyběhává z místa startu, je trenér už ve čtvrtině oválu, tedy ve vzdálenosti $d = 100 \text{ m}$ od místa startu.



- Za jak dlouho po odstartování sportovce atlet doběhne k trenérovi? V jaké vzdálenosti od místa startu a cíle to bude?
- Kdy atlet doběhne k trenérovi podruhé a kde to bude? Kde se bude nacházet atlet v okamžiku, kdy trenér poprvé prochází cílem?
- Jeden den udělal trenér změnu. Atlet se po doběhnutí k trenérovi otočí a běží bez prodlení zpět k místu startu stejnou rychlostí. V místě startu se obrátí a běží zase k trenérovi, kde se obrátí a běží zpět k místu startu. Tak trénuje do chvíle, kdy se oba setkají v místě startu a cíle. Kdy se tak stane a kolik metrů každý z nich urazí?

FO60EF1–9: Led ve sklenici

Sklenice má tvar válce s vnějším poloměrem $r = 32,0 \text{ mm}$. Tloušťka skla stěn i dna je $d = 1,0 \text{ mm}$. Výška sklenice (včetně dna) je $v = 10,5 \text{ cm}$. V nádobě je objem $V_v = 150 \text{ ml}$ vody, jejíž teplota je stejná jako teplota sklenice $t = 21 \text{ }^\circ\text{C}$. Do sklenice vhodíme led o teplotě $t_0 = 0,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Sklenice je pak po okraj plná, část ledu při tom vyčnívá nad hladinu.



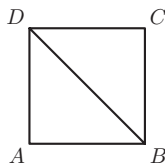
- Jaká je hmotnost sklenice?
- Kolik gramů ledu jsme do sklenice vhodili?
- Jaká bude výsledná teplota vody ve sklenici? Zbude ve sklenici nějaký led? Pokud ano, kolik gramů ho bude? Nezapomeňte, že led ochladí nejen vodu, ale i sklenici.

Hustota vody $\varrho_V = 1\,000\text{ kg/m}^3$, hustota skla $\varrho_S = 2\,500\text{ kg/m}^3$, hustota ledu $\varrho_L = 920\text{ kg/m}^3$. Měrná tepelná kapacita vody $c_V = 4,2\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, měrná tepelná kapacita skla je $c_S = 1,0\text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$, skupenské teplo tání ledu $l_t = 332\text{ kJ/kg}$. Tepelné ztráty do okolí zanedbejte.

FO60EF1–10: Odporový drát

Petr a Pavel zkoumali odpory. Po obvodu desky stolu tvaru čtverce $ABCD$ o straně délky $a = 108\text{ cm}$ natáhli odporový drát a poté stejným drátem vodivě spojili dvojici protilehlých vrcholů BD po úhlopříčce. Ohmmetrem změřili, že odporový drát délky právě 108 cm má odpor $R_a = 12\ \Omega$.

- Vypočtete odpor R_{AC} útvaru mezi body AC .
- Vypočtete odpor R_{BD} útvaru mezi body BD .
- Vypočtete odpor R_{AB} útvaru mezi body AB .



FO60EF1–11: Experimentální úloha: hustota

Určete hustotu kamene, polystyrenu a oleje na vaření. Navrhněte vhodný způsob měření, zvolte vhodné pomůcky, запиšte postup měření, naměřené hodnoty a výslednou vypočtenou hustotu. Získané hodnoty hustoty porovnejte s tabulkovými hodnotami daného materiálu. Popište případné nepřesnosti, které mohly být výsledkem měření ovlivnit.

FO60EF1–12: Experimentální úloha: radioaktivita

Některé druhy atomových jader jsou nestabilní a samovolně se přeměňují na jádra jiná, přičemž vyzařují částice alfa, nebo částice beta. Tomuto ději říkáme radioaktivita. Jde o pravděpodobnostní proces, to znamená, že nemůžeme předpovědět, kdy k přeměně daného jádra dojde, ale můžeme změřit dobu, za níž se ve vzorku radioaktivní látky přemění právě polovina jader. Tuto dobu nazýváme poločas přeměny (rozpadu) a značíme T . Ze zbylého počtu jader se poté za stejnou dobu přemění opět polovina, to znamená, že od počátku procesu za dobu $2T$ zůstane pouze čtvrtina jader z původního počtu, za dobu $3T$ pak budeme mít už jen osminu původního počtu jader atd.

SOUTĚŽE

a) Rychlost přeměny jader budeme simulovat pomocí házení mincí. Na počátku máme 64 mincí, které představují 64 jader. Mince vložíme do širší nádoby, protřepeme a obsah vysypeme na stůl nebo např. do víka velké krabice z kartonu. Spočteme ty mince, které dopadly např. lícovou stranou nahoru a ostatní odložíme. Provedený vrh mincí představuje jeden poločas přeměny a počet mincí dopadnuvších lícovou stranou nahoru znamená počet nepřeměněných jader po uplynutí tohoto poločasu přeměny. Mince s lícovou stranou nahoře opět vložíme do nádoby, protřepeme, mince vysypeme a spočteme mince s lícovou stranou nahoře. Celý pokus opakujeme do okamžiku, kdy nemáme k dispozici žádnou minci, která dopadla lícovou stranou nahoru. Takovou popsanou sérií vrhů provedeme aspoň 5krát a výsledky запиšeme do tabulky:

	1. série	2. série	3. série	4. série	5. série	Aritmetický průměr	Teoretický předpoklad
0	64	64	64	64	64	64,0	64
T	30						
$2T$	18						
$3T$	8						
$4T$	7						
$5T$	5						
$6T$	1						
$7T$	1						
$8T$	0						
$9T$	–						
$10T$	–						

V tabulce je pro ukázkou vyplněn výsledek jedné série hodů. V případě, že v některé sérii nestačí deset hodů, je možné buď další řádky přidat, nebo v házení nepokračovat. Po provedení všech pěti sérií vypočtete s přesností na desetiny aritmetický průměr. V posledním sloupci vyplňte příslušný předpokládaný teoretický počet mincí dopadnutých lícem nahoru po každém hodů, tedy teoretický počet zbývajících nepřeměněných jader. Porovnejte výsledky v posledních dvou sloupcích tabulky.

b) Máme 4 vzorky obsahující radioaktivní látky. První obsahuje aktinium ${}_{89}^{225}\text{Ac}$ s poločasem přeměny 10 dní, druhý plynný radon ${}_{86}^{222}\text{Rn}$ s poločasem přeměny 3,8 dne, třetí polonium ${}_{84}^{218}\text{Po}$ s poločasem přeměny 3 minuty a čtvrtý radium ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ s poločasem přeměny 1 600 roků. Kolik poločasů přeměny proběhne u jednotlivých radioaktivních látek za dobu 30 dnů? Spočtete nebo odhadnete, kolik přibližně procent jader za dobu 30 dnů zůstalo nepřeměněných.