

# Rozhledy matematicko-fyzikální

---

Úlohy domácí části 1. kola 68. ročníku Matematické olympiády pro žáky středních škol – oprava úlohy 2 v kategorii C

*Rozhledy matematicko-fyzikální*, Vol. 93 (2018), No. 3, 41–41

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/147465>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2018

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Úlohy domácí části 1. kola 68. ročníku  
Matematické olympiády pro žáky středních škol –  
oprava úlohy 2 v kategorii C

**Kategorie C**

1. Neznámé číslo je dělitelné právě čtyřmi čísly z množiny  $\{6, 15, 20, 21, 70\}$ . Určete, kterými. *(Michal Rolínek)*
  
2. Uvnitř strany  $AB$  trojúhelníku  $ABC$  jsou dány body  $D$  a  $E$  tak, že  $|AD| = |DE| = |EB|$ . Body  $A$  a  $B$  jsou po řadě středy úseček  $CF$  a  $CG$ . Přímka  $CD$  protíná přímku  $FB$  v bodě  $I$  a přímka  $CE$  protíná přímku  $AG$  v bodě  $J$ . Dokažte, že průsečík přímek  $AI$  a  $BJ$  leží na přímce  $FG$ . *(Pavel Calábek)*
  
3. Nechť  $a, b, c$  jsou kladná reálná čísla, jejichž součet je 3, a každé z nich je nejvýše 2. Dokažte, že platí nerovnost  $a^2 + b^2 + c^2 + 3abc < 9$ . *(Patrik Bak)*
  
4. Každé pole tabulky  $2 \times 13$  obarvíme právě jednou ze čtyř barev. Kolika způsoby to lze provést tak, aby žádná dvě sousední pole nebyla obarvena stejnou barvou? (Za sousední považujeme právě ta pole tabulky, která mají společnou stranu.) *(Jaroslav Švrček)*
  
5. Nechť  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \varphi, \psi, \omega$  značí po řadě velikosti vnitřních úhlů při vrcholech  $A, B, C, D, E, F, G, H$  konvexního osmiúhelníku  $ABCDEFGH$ , v němž platí  $\alpha + \beta = \gamma + \delta = \varepsilon + \varphi = \psi + \omega$ . Označme dále  $K, L, M, N$  po řadě středy úhlopříček  $AD, CF, EH, GB$ . Dokažte, že přímky  $KM$  a  $LN$  jsou navzájem kolmé. *(Josef Tkadlec)*
  
6. Najděte všechna trojmístná čísla  $n$  s třemi různými nenulovými číslicemi, která jsou dělitelná součtem všech tří dvojmístných čísel, jež dostaneme, když v původním čísle vyškrtáme vždy jednu číslici. *(Jaromír Šimša)*