Jaroslav Švrček; Jaroslav Zhouf
Šestý ročník Evropské dívčí MO (EGMO)

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 92 (2017), No. 3, 44–47

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146890

Šestý ročník Evropské dívčí MO (EGMO)

Jaroslav Švrček, PřF UP Olomouc – Jaroslav Zhouf, FIT ČVUT Praha

Počátkem dubna letošního roku se ve švýcarském Zürichu konal již 6. ročník Evropské dívčí matematické olympiády (EGMO). České reprezentační družstvo středoškolaček se však této soutěže zúčastnilo teprve podruhé. Soutěže se letos zúčastnilo celkově 168 soutěžících ze 44 týmů, mezi nimiž (jako hosté) nechyběla ani silná mimoevropská družstva USA, Japonska, Brazílie, Mexika, Indie a další.

Podobně jako v předešlém roce bylo nutno (s ohledem na termín ústředního kola MO v kategorii A) vybrat dívky do reprezentačního týmu pro 6. EGMO již na základě jejich výsledků po centrální koordinaci úloh II. (krajského) kola v nejvyšší věkové kategorii – tedy ještě před ústředním kolem v kategorii A. Místa v reprezentačním týmu si tak vybojovala následující čtveřice dívek *Veronika Hladíková* (8/8 G, Mikulášské nám., Plzeň), *Lenka Kopfová* (2/4 Mendelovo G, Opava), *Jana Pallová* (6/8 GJŠ, Přerov) a *Bára Tížková* (7/8 GMK, Bílovec). Vedoucími naší delegace byli *doc. Jaroslav Zhouf* (FIT ČVUT Praha) a *dr. Jaroslav Švrček* (PřF UP Olomouc).

Obr. 1: Zleva: Jaroslav Švrček, Lenka Kopfová, Veronika Hladíková, švýcarská průvodkyně českého týmu, Jana Pallová, Bára Tížková, Jaroslav Zhouf

Nutno podotknout, že naše mladé družstvo si v silné mezinárodní konkurenci soutěži vedlo nad očekávání dobře. Jana Kopfová získala v silné konkurenci *stříbrnou medaili* za zisk 24 bodů, Veronika Hladíková si domů odvezla *bronzovou medaili* za zisk 19 bodů a ani dvě zbylé reprezentantky neodjely domů s prázdnou, když obdržely tzv. *čestné uznání* za bezchybné vyřešení aspoň jedné soutěžní úlohy. V celkovém pořadí skončilo naše družstvo na pěkném 15. místě, což představuje výrazné zlepšení ve srovnání s výsledkem našeho týmu při jeho premiéře v minulém roce.

Obr. 2: Lenka Kopfová, držitelka stříbrné medaile

Vlastní organizace soutěže odpovídala švýcarské preciznosti. Patronát nad soutěží převzala známá Technická univerzita v Zürichu (ETH). V objektech její přírodovědecké fakulty proběhlo slavnostní zahájení, vlastní soutěž, koordinace soutěžních úloh i závěrečné vyhlášení výsledků. Ubytování a stravování všech soutěžících a pedagogických vedoucích bylo organizátory zajištěno v příjemném prostředí studentského domova v Zürichu, vedoucí týmů byli ubytováni v jednom z blízkých hotelů.

Švýcarští organizátoři měli velmi dobře zajištěn rovněž doprovodný program pro soutěžící a vedoucí týmů – projížďka po jezeře na řece Limatt v Zürichu a dále den před odjezdem celodenní výlet pro všechny účastníky zubačkou k vrcholu legendární hory Rigi poblíž Luzernu.

V další části uvádíme texty všech soutěžních úloh zadaných na 6. ročníku Evropské dívčí matematické olympiády.

1. soutěžní den (7. 4. 2017)

Úloha 1

Nechť $ABCD$ je konvexní čtyřúhelník, v němž $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle BCD| = 90°$ a $|\sphericalangle ABC| > |\sphericalangle ADC|$. Nechť Q a R jsou body postupně na úsečkách BC a CD takové, že přímka QR protíná přímky AB a AD postupně v bodech P a S a platí $|PQ| = |RS|$. Dokažte, že střed M úsečky BD, střed N úsečky QR a body A a C leží na společné kružnici.

(*Izrael*)

Úloha 2

Určete nejmenší kladné celé číslo k, pro které existuje obarvení kladných celých čísel $\mathbb{Z}_{>0}$ pomocí k barev, a funkci $f\colon \mathbb{Z}_{>0} \to \mathbb{Z}_{>0}$ s následujícími vlastnostmi:

(i) Pro všechna kladná celá čísla m, n stejné barvy platí $f(m+n) = f(m) + f(n)$.

(ii) Existují kladná celá čísla m, n taková, že $f(m+n) \neq f(m) + f(n)$.

Při obarvování množiny $\mathbb{Z}_{>0}$ pomocí k barev je každé číslo obarveno právě jednou z těchto barev. V obou případech (i) a (ii) kladná celá čísla m, n nejsou nutně různá.

(*Nizozemsko*)

Úloha 3

V rovině je dáno 2017 přímek takových, že žádné tři z nich neprochází jedním bodem. Hlemýžď Turbo se nachází v nějakém bodě právě jedné z daných přímek a začíná se pohybovat po těchto přímkách podle následujícího pravidla: Pohybuje se po dané přímce do doby, dokud nedorazí do průsečíku dvou daných přímek. Od tohoto průsečíku pokračuje v pohybu po jiné přímce, přičemž se vydá doprava, nebo doleva, a to střídavě v po sobě následujících průsečících přímek. Směr může měnit jedině v průsečících daných přímek. Existuje nějaká úsečka na některé z daných přímek, po které se pohybuje v obou směrech během své cesty?

(*Maďarsko*)

2. soutěžní den (8. 4. 2017)

Úloha 4

Nechť $n \geq 1$ je přirozené číslo a nechť $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$ jsou kladná celá čísla. Ve skupině $t_n + 1$ lidí jsou hrány šachové partie. Dva lidé mohou sehrát partii nejvýše jednou. Dokažte, že je možné, aby platily zároveň tyto dvě podmínky:

(i) Počet her sehraných každou osobou je roven některému z čísel $t_1, t_2, \ldots, t_n$.

(ii) Pro každé i, $1 \leq i \leq n$, existuje některá z osob, která sehraje právě t_i her.

($Lucembursko$)

Úloha 5

Nechť $n \geq 2$ je přirozené číslo. Uspořádaná n-tice $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ ne nutně různých kladných celých čísel se nazve *egmotická*, jestliže existuje kladné celé číslo k takové, že

$$(a_1 + a_2)(a_2 + a_3) \cdot \cdots \cdot (a_{n-1} + a_n)(a_n + a_1) = 2^{2k-1}.$$

a) Určete všechna přirozená čísla $n \geq 2$, pro která existuje egmotická n-tice.

b) Dokažte, že pro každé liché přirozené číslo m existuje přirozené číslo $n \geq 2$ takové, že m patří do egmotické n-tice.

V levé straně rovnosti výše je právě n činitelů.

($Bosna\ a\ Hercegovina$)

Úloha 6

Nechť ABC je ostroúhlý trojúhelník, jehož každé dvě strany mají různou délku. Obraz jeho těžiště G a středu O jeho kružnice opsané v osových souměrnostech podle stran BC, CA, AB označíme postupně G_1, G_2, G_3 a O_1, O_2, O_3. Dokažte, že kružnice opsané trojúhelníkům G_1G_2C, G_1G_3B, G_2G_3A, O_1O_2C, O_1O_3B, O_2O_3A a ABC mají společný bod.

($Lucembursko$)

Podrobnější informace o letošním ročníku soutěže můžete najít na oficiálních stránkách EGMO (https://www.egmo.org).

Dodejme ještě, že následující – 7. ročník EGMO se uskuteční počátkem dubna 2018 v italské Florencii.

Poděkování

Vedení českého týmu si dovoluje touto cestou poděkovat za účinnou sponzorskou pomoc spojenou se zajištěním jednotného oblečení pro celé české družstvo na 6. EGMO brněnské firmě NEOGENIA s. r. o.