

Rozhledy matematicko-fyzikální

František Jáchim
Regiomontanus (1436–1476)

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 92 (2017), No. 1, 23–31

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146734>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2017

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Regiomontanus (1436–1476)

František Jáchim, VOŠ a SPŠ Volyně

Abstract. The article deals with the life and work of a medieval mathematician and astronomer Johannes Miller – Regiomontanus. It describes his work on the compilation of astronomical tables and the methodology of planetary angle measurement. The relation of the work of Regiomontanus to classical ancient mathematical and astronomical knowledge is described. The importance of his work for the creation of the heliocentric model of the universe by Nicolaus Copernicus is also mentioned.

Během středověku nenajdeme příliš osobností, které přispěly k rozvoji matematiky a astronomie. Celé období působí dojem intelektuálního klidu a poznatkové spokojenosti, bez inspirace. Pokud budeme hovořit o astronomii, je středověk určitou pomlkou mezi dvěma vrcholnými koncepcemi, starověkou geocentrickou, představovanou dílem Ptolemaiovým, a na přelomu středověku a novověku vzniknuvší heliocentrickou Mikuláše Koperníka. Přesto v této časové mezeře nalezneme dva muže, kteří pomohli vytvořit předpoklady pro vytvoření novověkého obrazu světa, čímž chápeme především definitivní zakotvení sluncestředného modelu světa jako jediné možné alternativy uspořádání planet. Jsou jimi Georg Peurbach (1423–1461) a Johannes Müller (1436–1476), obecněji známý pod jménem Regiomontanus (obr. 1). Oba svým dílem završují vývoj středověké astronomie.



Obr. 1: Johannes Müller – Regiomontanus (1436–1476)

Astronomové ve středověku neměli žádná pozorovací privilegia. Na obloze viděli to, co mohl pozorovat každý, to znamená obraz poskytnutý optikou neozbrojenému oku. Pokud chtěli na obloze něco měřit, měli možnosti také velmi omezené: Jedinou měřenou veličinou byly velikosti úhlů. Pro tato měření byla z dřívějších známá Jakubova hůl, ale také vynikající a důmyslná pomůcka – astroláb. Chtěl-li astronom přijít na kloub chodu a uspořádání vesmíru, o němž převládal v tuto dobu názor, že je geocentrický, musel být znalý geometrie, resp. trigonometrie, ať již rovinné nebo sférické, a současně šikovný při zacházení s jednoduchými měřičskými pomůckami. Podívejme se, jakou přípravu pro práci astronoma měl Koperníkem později velmi ceněný Regiomontanus a čím k obohacení astronomie přispěl.

Johannes Müller se narodil roku 1436 v Königsbergu v Německu jako syn mlynáře. Latinská verze názvu města je Regio Monte, odtud pozměněné příjmení astronoma na Regiomontanus. Od 12 let studoval na univerzitě v Lipsku. Již tehdy vypočetl polohy planet po jednotlivých dnech a zanesl je do tabulek. Motiv k tomu získal patrně vycházejícím Gutenbergovým kalendářem, v němž byly polohy planet uváděny od roku 1448 pro patnáctidenní intervaly. Když Regiomontanus přešel na univerzitu do Vídně, měl štěstí na vynikajícího učitele, astronoma a matematika Georga Peurbacha. Jejich vztah, zpočátku v rovině učitel–žák, se brzy změnil na rovnocenný vztah, v němž nakonec Regiomontanus se stal dominantní osobností a po Peurbachově smrti v roce 1461 v díle pokračoval. Součástí jeho studií byla také stará řečtina, jejíž znalost mu přišla velmi vhod při četbě původních děl starověkých astronomů a matematiků. Jen jako samozřejmost poznamenejme, že z univerzity vyšel s kvalitním matematickým vzděláním. Když získal titul magistra, začal na univerzitě přednášet o optice a literatuře. Svoji mimořádnou zručnost a znalosti astronomie uplatnil při stavbě astrolábů, zpočátku určených do laických rukou uherského krále, papeže i kardinálů, z nichž jeden, Besillios Bessarion, přiměl Regiomontana, aby přeložil nejvýznamnější astronomické dílo starověku, Ptolemaiovův *Almagest*. Regiomontanus dílo prostudoval velice pečlivě a detailně mu porozuměl, natolik, že se dokázal kriticky postavit k jeho jinému překladateli – Georgiovi z Trapezuntu (1396–1486), jehož překlad byl i věcně velmi nedokonalý a Ptolemaiovo dílo deformoval.

Když byla v roce 1467 z podnětu ostříhonského arcibiskupa Vitesia založena králem Matyášem Korvínem v Bratislavě univerzita Academia Istropolitana, začal Regiomontanus na její artistické fakultě vyučovat.

Místo mu zprostředkoval patrně krakovský učenec Martin Bylica, s nímž Regiomontanus vedl disputaci o spisu Gerharda z Cremony *Teorie planet*. Za krátkého působení v Bratislavě Regiomontanus vytvořil *Tabulky směrů*, což byly hodnoty tangent úhlů s krokem 1° . Podpůrným dílem pro astronomy měly být *Tabulky první pohyblivé sféry* (*Tabulae primi mobilis*), mající usnadnit astronomické výpočty. Tím jeho produkce v Uhrách končí.

V roce 1471 odešel do Norimberku, kde jeho žák Bernhard Walther pro něj vybudoval hvězdárnu, tiskárnu a vybavil mu dílny pro výrobu astronomických přístrojů. Hlavní pozorovatelské sídlo měl právě v domě patricia Bernharda Walthera, dnes bychom řekli nadšeného amatérského astronoma. Tato observatoř byla patrně první svého druhu v Německu. Regiomontanus zde vydával pravidelné efemeridy planet a obecné čtivo – kalendáře. Jeho hlavním vydavatelským cílem bylo znovu redigovat významné matematické spisy starověku. To se Regiomontanovi nepodařilo, a tak jeho nejvýznamnějším počinem v tomto období je vydání Peurbachovy *Nové teorie planet* (1474) a vlastních efemerid čítajících 896 stran s 30 000 údaji – polohami nebeských těles den po dni od roku 1475 do 1506. Nešlo o nějaký akademický spis – tabulky doprovázely na dalekých plavbách Kryštofa Kolumba, Vasco de Gama i Ameriga Vespucciho, a byly využívány pro určování poloh lodí.

Regiomontanův norimberský pobyt ukončilo v roce 1476 pozvání od papeže Sixta IV. k účasti na připravované reformě kalendáře,¹⁾ což znamenalo pro Regiomontana odchod do Říma, nikoli však další práci, neboť v Římě krátce nato v létě téhož roku zemřel. Pravděpodobně na mor, ale existují také domněnky, že byl otráven syny Jiřího Trapezuntského, k jehož nedokonalému překladu *Almagestu* měl tolik výhrad.

Matematik

K výbavě každého astronoma patří dobrá znalost matematiky. Ve středověké astronomii, která popisovala především polohy těles na obloze, byla základem rovinná i sférická geometrie. Výsledky antické matematiky si Regiomontanus osvojil nejpodrobnějším možným studiem původních děl, a to jejich překladem. Šlo především o spisy Heróna Alexandrijského, Apollónia z Pergy a Archimeda ze Syrakús. Z arabské literatury využil latinských překladů děl matematiků a astronomů al-Battáního

¹⁾ Reforma byla vyhlášena až v roce 1582 nařízením papeže Řehoře XIII. Odtud název nového kalendáře – gregoriánský.

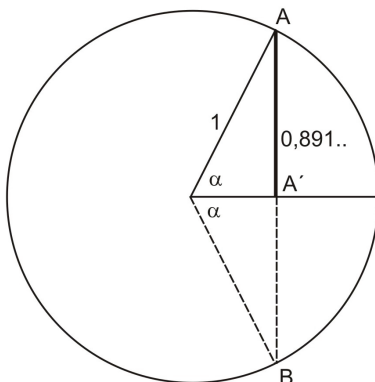
(Albategnia) a al-Fargháního. Regiomontanovým hlavním dílem v oblasti geometrie je spis *O trojúhelnících všelikých knih patero (De triangulis omnimodus libri V)* sepsaný patrně roku 1464 za italského pobytu u kardinála Beessariona, kompletně vytištěný až v roce 1533. Je první souhrnnou samostatnou učebnicí trigonometrie s řadou důležitých vět, v té době vyjádřených výhradně slovně, bez matematické symboliky. Ve druhé knize uvádí např. větu sinovou pro rovinný trojúhelník a za ní následuje řada úloh požadujících řešení popř. sestavení trojúhelníku, např. je-li dáno: dva vnitřní úhly a součet protilehlých stran, dva vnitřní úhly a obvod, poměr tří stran a jedna z výšek, strana, součet dvou zbývajících stran a úhel jimi sevřený. Na nejednoznačný způsob konstrukce upozornil v případě, že jsou dány dvě strany trojúhelníka a úhel ležící proti jedné z nich. Celý problém této úlohy diskutoval později François Viète. Z Albategniova díla převzal do své trigonometrie kosinovou větu.

Ve čtvrté knize je pak řešen pravouhlý trojúhelník sférický, opět je zde připojeno několik úloh na jeho řešení. Pátá kniha obsahuje úlohy početní, s využitím hodnot sinů a tangent. K řešení takových úloh byly samozřejmě nezbytné tabulky hodnot příslušných funkcí. Slovo *funkce* tehdy do slovníku matematiky ještě zdaleka nepatřilo a uspořádané dvojice úhel–sinus byly pouze tabelovány.

Nejrůznější geometrické úlohy předkládal svým přátelům v dopisech. Tak např. italskému astronomovi Giovannimu Bianchinimu předložil úlohu vypočítat obsah tětívového čtyřúhelníka v kruhu o poloměru 60, jestliže jeho strany jsou v poměru 4 : 7 : 13 : 17.

V matematice se hodnota sinu příslušnému úhlu zavádí jako ypsilónová souřadnice bodu A ležícího na jednotkové kružnici. Je-li na obr. 2 úhel $\alpha = 63^\circ$ a poloměr kružnice $r = 1$, pak je délka $|AA'| = 0,891\,006 \dots$ a tuto hodnotu označujeme dnes jako $\sin \alpha$. Označení *sinus* se ale v 15. století neužívalo. V dílech matematiků a astronomů nalézáme pojem *poloviční tětivy dvojnásobných úhlů*. Na obr. 2 je $\sin \alpha$ vyjádřen délkou poloviny tětivy AB ve vztahu k úhlu 2α , je-li poloměr kružnice jednotkový. Protože ve středověku nebyla zavedena desetinná čísla, volil se vhodně počet dílů pro poloměr „jednotkové“ kružnice. Čím více dílů měl poloměr základní kružnice, tím přesněji bylo možné tabelovat hodnotu sinu. Regiomontanus sestavil roku 1475 tabulky s hodnotami vycházejícími z poloměru 100 000 dílů; pak hodnota $\sin 63^\circ$ byla zapsána číslem 89 100. Později pro tabelování použil hodnotu poloměru 6 000 000, při níž je $\sin 63^\circ = 5\,346\,036$. V roce 1467 sepsal první trigonometrické tabulky, a to pro hodnoty tangens vyjádřených celými čísly ve

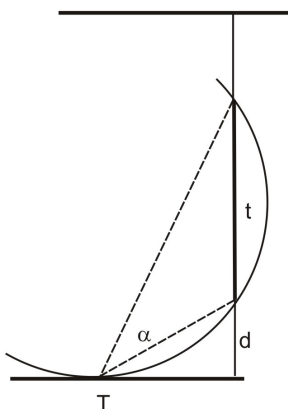
formátu $10^5 \cdot \operatorname{tg} \alpha$, resp. při poloměru jednotkové kružnice 100 000 dílů.



Obr. 2: Poloviční tětiva AA' vyjadřuje sinus úhlu α

Spolu s Peurbachem začal používat název *sinus complementi* (sinus doplňkového úhlu), z čehož se vyvinulo označení *kosinus* užití poprvé anglickým astronomem E. Gunterem (1581–1626) roku 1620.

Zajímavý je i Regiomontanem formulovaný problém: Ve výšce 4 stopy nad zemí je dolní konec svisle zavěšené 10 stop dlouhé tyče (obr. 3). Na zemi se má nalézt takový bod, z něhož je tyč vidět pod největším úhlem a určit vzdálenost tohoto bodu od dolního okraje tyče. Uvádí, že hledaný bod je dotykový bod kružnice s vodorovnou rovinou a procházející konci tyče. Nechť čtenář ověří.

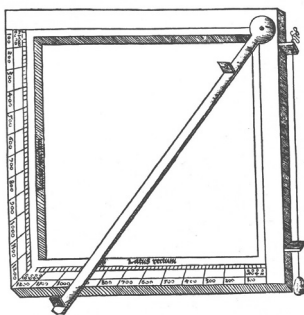


Obr. 3: K jedné z Regiomontanových úloh

Astronom

Spolu s Georgem Peurbachem je Regiomontanus nejvýznamnějším astronomem středověké předkoperníkovské éry. Byl zřejmě posledním významným astronomem, který uznával geocentrický názor. Pokračoval v díle svého učitele Georga Peurbacha zejména dokončením jeho překladu *Almagestu* a rozšířením využití trigonometrie v astronomii. Když dokončil rozdělaný Peurbachův překlad, připojil ke spisu vlastní komentář a doplňky – *Krátký výklad (Epistome)*. Mikuláš Koperník si tohoto komentovaného překladu velmi cenil a využil ho při psaní svých *Oběhů nebeských sfér* (vyšly roku 1543 v Norimberku). Za vrchol společného díla Peurbacha a Regiomontana lze považovat norimberské tabulky *Ephemerides astronomicae* z roku 1474 plně postihující tehdejší stav oblohy. Časový odstup od Ptolemaiem určených souřadnic hvězd umožnil Koperníkovi jejich plné využití. Např. v 6. kapitole 3. knihy *Oběhů* Koperník uvádí sklon ekliptiky $23^{\circ}23,4'$, tedy zjištění Peurbachovo a Regiomontanovo, přičemž Regiomontanus navíc zjistil změnu sklonu ekliptiky $50''12'''$ za rok.

Podívejme se nyní, jak Regiomontanus spojoval trigonometrii s praktickým pozorováním oblohy. Bylo to nejen tabelování hodnot goniometrických funkcí, ale také přímo uvádění jejich hodnot na astronomických, popř. zeměměřičských přístrojích. Přitom se jednalo o některé jednoduché měřičské pomůcky, které bychom snad ani přístroji nenazývali.



Obr. 4: Čtverec k určování hodnot tangent úhlu

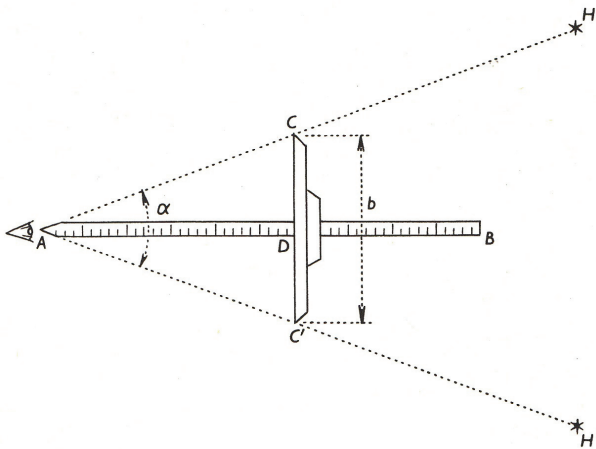
Především to byl tzv. geometrický čtverec (obr. 4) umístěný ve svislé rovině. Objevuje se poprvé v díle G. Peurbacha a Regiomontanus rozšířil jeho využití. Na obrázku alhidáda se dvěma průzory svírá se svislou stranou čtverce úhel α (při astronomickém měření tento úhel vyjadřuje

zenitovou vzdálenost) a na vodorovné straně vytíná úsek 860 dílů, přičemž celá strana čtverce je 1 200 dílů. Ke čtverci byly k dispozici tabulky (obr. 5) umožňující převod zlomku $860/1\ 200$ na velikost úhlu α , tzn. tabulování funkce $\arctg \alpha$. Pro uvedený údaj nalézáme v tabulce hodnotu $\alpha = 35^{\circ}37'41''$. Pomůcka byla dřevěná s rozměry přibližně 1×1 metr.

QVADRATVM GEOMETRICVM																		
	600			700			800			900			1000			1100		
	G.	m.	fe.	G.	m.	fe.	G.	m.	fe.	G.	m.	fe.	G.	m.	fe.	G.	m.	fe.
51	28	28	+7	32	2	2	35	20	35	38	23	50	+1	12	47	+3	48	22
52	28	37	0	32	4	27	35	22	29	38	25	35	+1	14	24	+3	49	51
53	28	33	13	32	6	30	35	24	23	38	27	20	+1	16	1	+3	54	20
54	28	35	26	32	8	33	35	26	17	38	29	5	+1	17	38	+3	52	+9
55	28	37	39	32	10	36	35	28	11	38	30	50	+1	19	15	+3	54	18
56	28	39	5	32	12	39	35	30	5	38	32	35	+1	20	52	+3	55	47
57	28	41	3	32	14	+2	35	31	59	38	34	20	+1	22	29	+3	57	16
58	28	44	15	32	16	+5	35	33	53	38	36	5	+1	24	6	+3	58	+5
59	28	46	27	32	18	+8	35	35	+7	38	37	50	+1	25	+3	+4	0	14
60	28	48	39	32	20	+8	35	37	+1	38	39	35	+1	27	20	+4	1	+3
61	28	50	51	32	22	+4	35	39	3	38	41	20	+1	28	57	+4	3	12
62	28	53	3	32	24	+57	35	41	28	38	43	5	+1	30	33	+4	4	+1

Obr. 5: Z Regiomontanových tabulek

Druhou pomůckou, již Regiomontanus měřil, byla Jakobova hůl (obr. 6). Po tyčce AB je volně sunutelná příčka CC' , přičemž její nastavení umožňuje pozorovateli určit úhel HAH' . Úhel je opět určen nepřímou, a to ze změřené délky AD po vhodném nastavení CC' , a to jako $2 \arctg \frac{b}{2|AD|}$. Jakobova hůl tak na rozdíl od geometrického čtverce umožňovala měřit úhel mezi kterýmikoli objekty na obloze.



Obr. 6: Jakobova hůl

Jakubova hůl našla také uplatnění v námořní plavbě, při určování zeměpisné šířky polohy lodí. Do portugalské flotily ji zavedl Regiomontanusův žák Martin Behaim. Později byla nahrazena přesnějšími sextanty a teprve v 17. století zrcadlovými přístroji.

Regiomontanus užil Jakubovy hole při měření průměru komet. Byl prvním, kdo se pokusil také určit vzdálenost komety od Země geometrickou cestou. Určení vzdálenosti komety bylo v 15. století významnější, než se na první pohled může zdát. Dosud totiž převládal Aristotelův názor, že celý vesmír je rozdělen na dvě kvalitativně odlišné oblasti, jejichž hranicí je sféra Měsíce. V podměsíční sféře se mohou vyskytovat proměnlivé jevy, zatímco vše, co je ve vesmíru dále než Měsíc, je neměnné. Podle této klasifikace měla být každá kometa, meteorický roj, nová hvězda vždy blíže než Měsíc. Proto stálo zato ověřovat tyto jevy měřením.

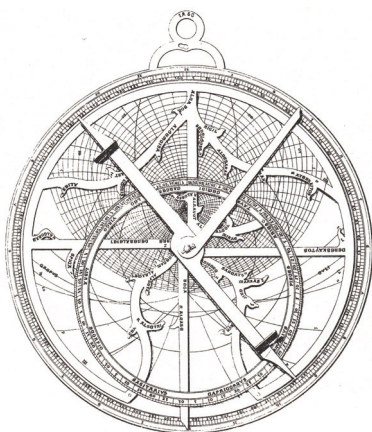
Pomocí Jakubovy hole začal Regiomontanus z Norimberku pozorovat a proměřovat kometu, která se objevila v roce 1472. Vyhledal vždy dvě hvězdy, s nimiž kometa ležela v jedné přímce, a měřil její úhlovou vzdálenost od nich. Kombinace nepřesností měřidla a těžko zaměřitelné polohy středu komety za vlastního pohybu komety způsobily, že hodnotu paralaxy určil na 6° , což je více než paralaxa Měsíce (asi 1°). Tím byla kometa zařazena Zemi blíže než Měsíc. Regiomontanus ji kladl do vzdálenosti 8 200 mil od Země (tj. asi 13 120 km) s komou o průměru 81 mil (130 km) a ohonem dlouhým 26 mil (42 km). Bohužel, stejná situace se ještě opakovala v roce 1532, kdy paralaxu komety měřil Johannes Vögelin (1500–1549) a došel ke stejnému závěru jako Regiomontanus. Problém se podařilo rozhodnout až v roce 1572 na zářící supernově (Tychonově) sledované mj. Tychonem Brahe a Tadeášem Hájkem z Hájku.

Roku 1456 Regiomontanus pozoroval jasnou kometu, jíž byla dlouhoperiodická kometa, později pojmenována Halleyovým jménem. Edmond Halley také údaje Regiomontanovy využil pro důkaz periodičnosti komety a předpovězení jejího dalšího návratu na rok 1759.

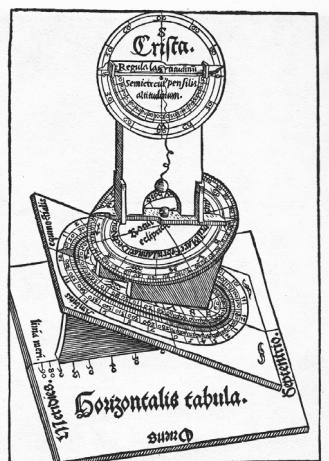
Nepoměrně složitějším avšak přesnějším přístrojem, jímž byla prováděna astronomická měření, byl astroláb²⁾ (obr. 7). Přední strana umožňovala určování času z postavení hvězd a polohy Slunce v ekliptice. Plná deska je jakýsi nomogram s vyznačením hvězd a hlavních kružnic, na

²⁾ Konstruktce astrolábu je popsána v Ptolemaiově Planisfériu. Autorem nejstaršího astrolábu je řecký učenec a teolog Jan Philoponos (žil počátkem 6. století v Alexandrii).

něž se natáčí prolamovaná deska nesoucí výstředný kruh – ekliptiku. Navíc bývala na lící straně i alhidáda umožňující měřit úhly ve svislé rovině při volném zavěšení přístroje. Regiomontanus vynikl konstrukcí řady astrolábů.



Obr. 7: Lícová deska astrolábu



Obr. 8: Torquetum

Pracoval také s ještě složitějším přístrojem, a to s torquetem (obr. 8). Ten umožňoval měřit v horizontálních, rovníkových i ekliptikálních souřadnicích. Na přístroji byly znázorněny čtyři roviny – rovina rovníku, horizontu, ekliptiky a svislá rovina umožňující měřit výškové úhly.

Regiomontanus si nikdy nekladl otázku, zda planety nemohou být uspořádány jinak než geocentricky. Přesto svými měřeními a výpočty významně přispěl k otevření odvážné myšlenky, že Země nemusí být středem vesmíru, tak dokonale rozpracované Mikulášem Koperníkem.

Literatura

- [1] Honl, I., Procházka, E.: *Úvod do dějin zeměměřičství II. Středověk*. ČVUT, Praha, 1978.
- [2] Úlehla, J.: *Dějiny matematiky. Díl II. Dědictví Komenského*, Praha, 1913.
- [3] Juškevič, A. P.: *Dějiny matematiky ve středověku*. Academia, Praha, 1977.
- [4] Jáchim, F.: O vrcholech středověké předkoperníkové astronomie. *Říše hvězd*, roč. 78 (1997), s. 12–15.