Rozhledy matematicko-fyzikální

Josef Bukac

Jak vypočítat obsah plochy střechy z obsahu půdorysu

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 89 (2014), No. 2, 31–32

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146575

Jak vypočítat obsah plochy střechy z obsahu půdorysu

Josef Bukač, Jaroměř-Josefov

Abstract. All you need for calculating the area of a roof is the area of its ground plan and the angle of inclination. It does not matter how complex the roof is, provided it may be decomposed into triangles.

Výpočet obsahu plochy střechy přijde vhod, když máme vyměnit její krytinu. Těžko si dovedeme představit, že bychom někde desítky metrů vysoko střechu přeměřovali metrem a rozměry si zapisovali, a pak vypočítávali obsah. To ne, raději se zamyslíme, jen abychom tam nemuseli.

Budeme předpokládat, že sklon střechy je 45°. Prvním důvodem je, že nemusíme použít goniometrické funkce. Druhým důvodem je, že chceme jen přibližný odhad – stejně si musíme udělat rezervu. Třetím důvodem je, že takovou složitost hned na začátku nechceme.

Uvidíme, že stačí představit si na zemi půdorys a změřit a vypočítat jen obsah půdorysu. Střecha i půdorys mohou být členité.

První úvahou by bylo, že střechu rozdělíme na obdélníky. Představujeme si, že každý obdélník $ABCD$ můžeme otáčet, aniž by se jeho obsah změnil, přesunout dolů a umístit na stranu AB tak, aby odchylka tohoto obdélníka vzhledem k vodorovné rovině byla 45°. Pod každým obdélníkem si představíme vodorovně ležící obdélník $ABEF$, který má společnou stranu AB s obdélníkem $ABCD$. Obsah vodorovně ležícího obdélníka $ABEF$ je $|AB|\cdot|BE|$. Strana BE svírá se stranou BC úhel 45° a můžeme použít Pythagorovu větu, abychom zjistili, že délka strany BC je $|BC| = \sqrt{2}\,|BE|$. To znamená, že obsah obdélníka $ABCD$ je

$$|AB|\cdot|BC| = |AB|\cdot\sqrt{2}\,|BE|.$$

Pokud by se střecha dala rozdělit na obdélníky, byli bychom s výpočtem hotovi. Tak to ale obvykle nejde, protože střecha bývá členitá. Dalším krokem by tak bylo tvrzení, že střechu můžeme rozdělit na libovolně malé obdélníčky, jejich obsahy vynásobit odmocninou ze dvou a po jejich sečtení máme požadovaný výsledek. Taková úvaha je již složitou záležitostí, a to nechceme.

Střecha může být členitá, ale můžeme předpokládat, že se skládá z rovinných ploch a tyto jsou spojeny úsečkami a také jsou ohraničeny úsečkami. Chceme, aby šlo střechu rozdělit na trojúhelníky. Takovému postupu se říká *triangulace* a my předpokládáme, že je možné provést tuto triangulaci, aniž bychom na střechu lezli. Trojúhelníky se nám promítnou zase na trojúhelníky. Představme si nějaký trojúhelník ABC na střeše. Takový trojúhelník bychom mohli natáčet, aniž by se jeho obsah změnil, a snesli a postavili bychom jej na stranu AB tak, aby úhel sklonu byl $45°$. Představme si ležící trojúhelník ABD, jehož vrcholy A, B jsou totožné s vrcholy skloněného trojúhelníka ABC a kolmice z vrcholu C prochází bodem D. Označme výšku trojúhelníka ABD písmenem v a vypočítejme obsah ležícího trojúhelníka ABD podle vzorce

$$\frac{v \cdot |AB|}{2}.$$

Podle Pythagorovy věty je výška trojúhelníka ABC rovna $\sqrt{2}\,v$. Obsah skloněného trojúhelníka ABC je tedy

$$\frac{\sqrt{2}\,v\,|AB|}{2}.$$

Nyní jen zbývá sečíst obsahy skloněných trojúhelníků; dostaneme tak obsah plochy střechy.

Pro použití takového vzorce může být střecha jakkoliv členitá, pokud plochy jsou rovinné mnohoúhelníky. Má-li střecha zakřivený tvar, můžeme provést zjemňování triangulace, ale teoreticky nemusí vyjít správný výsledek. K pochopení stačí příklad, jehož autorem je H. A. Schwarz a je uveden ve třetím díle slavné učebnice [1, 2].

Literatura

[1] Fichtěngolc, G. M.: *Kurs differencialnogo i integralnogo isčislenia.* Nauka, Moskva, 1966.

[2] Fichtěngolc, G. M.: *Differential Und Interalrechnung, Band 3.* Deutscher Verlag Der Wissenschaften, Berlin, 1964.