Petra Klapková Dymešová; Ivo Volf

Jak měříme vzdálenosti míst na mapách povrchu Země

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 88 (2013), No. 3, 30–35

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146536

Jak měříme vzdálenosti míst na mapách povrchu Země

Petra Klapková Dymešová, Ivo Volf, Univerzita Hradec Králové

Abstract. Measuring the distance between two points is a fundamental issue not only for mathematicians and physicists, but for geographers as well. However, measuring the distances on the surface of the Earth is special, as the particular points can be very distant. On the other hand, a geographer has the opportunity to determine the distance between two points by direct measurement or to use one of the methods of imaging the surface of the Earth on maps.

Země je velmi rozměrné těleso složitého tvaru, a tak provedeme některá zjednodušení, tedy vyslovíme podmínky pro určitý model, v němž budeme problémy řešit. Zemi tedy budeme považovat za kouli o poloměru 6 370 km; protože zůstaneme na povrchu, nebudou nás další informace o Zemi zajímat. Většinu problémů se pokusíme formulovat tak, aby nadmořská výška míst byla dosti malá, tedy problémy budou využívat situací v blízkosti mořské hladiny či v oblastech kontinentálních nížin či ostrovů. Tím se snažíme vyjádřit, že nebudeme brát v úvahu ani složitější tvar elipsoidu či dokonce geoidu, kterým skutečný tvar Země nahrazují v řadě výpočtů geografové. Mnoho měření opřeme o práci s Novým atlasem světa [1], v němž velká většina map zobrazuje povrch Země v měřítku 1 : 4 500 000; výhodou atlasu je, že kromě přehledových map, které mají jiné měřítko, lze údaje získané na jednotlivých mapách přímo srovnávat. Každé místo na povrchu Země je dáno několika souřadnicemi – především časovým okamžikem t, pro nějž dané údaje platí, dále zeměpisnou délkou λ, která je vyjádřena poledníky, a zeměpisnou šířkou φ, která je vyjádřena rovnoběžkami, a nadmořskou výškou h. Chceme ještě čtenáře upozornit, že náš článek sice mohou číst jako povídku nebo jinou novinářskou stať, ale tento způsob jim nepřinese žádoucí výsledky – daleko lepší je připravit si tužku, papír, Nový atlas světa nebo jiný soubor map, kalkulačku a pravděpodobně také počítač, na němž si předem nainstalujete Google Earth 3D, alespoň ve verzi, která je zdarma.

Problém 1. Mapy mají měřítko 1 : 4 500 000 a můžeme na nich měřit s milimetrovou přesností. Jaké závěry můžeme z této informace získat?

Řešení: Měřítko mapy 1 : 4 500 000 znamená, že úsečka o délce 1 cm zobrazuje na mapě dvě místa vzdálená ve skutečnosti 4 500 000 cm = = 45 000 m = 45 km. Milimetrová přesnost může být interpretována tak, že daný bod nahrazuje určité okolí bodu o poloměru 0,5 mm. V daném měřítku jde o okolí zobrazované skutečnosti o poloměru 2,25 km. Stručně řečeno, poloha nebude stanovena s větší přesností než 2 km, přesnost při měření délek pak nepřesáhne 4 km.

Problém 2. Na základě měření na mapách atlasu určete délku rovníku, délku poledníků. Vhodný postup při měření si sami navrhněte. K přesnějšímu určení výchozích souřadnic lze využít údajů, jež získáte při měření vzdáleností na Google Earth 3D.

Řešení: Měřit délku celého rovníku nebo některého z poledníků na jedné mapě by bylo zcela nepřesné, museli bychom měření provést vždy mezi určitými zvolenými body a několikrát tento postup opakovat. Zvolíme tedy určité dva body na rovníku, např. místa, kde rovník „vstupuje“ a „vystupuje“ na ostrov Kalimantan. Zeměpisná délka těchto bodů je přibližně $109°10'$E a $117°30'$E, jejich rozdíl $8{,}3°$. Délka rovníku vychází asi $d_\mathrm{r} = 40\ 034$ km. Dokonce lze stanovit poloměr Země R ze vztahu $2\pi R = d_\mathrm{r}$, odkud poloměr Země vychází asi 6 372 km. Obdobně lze stanovit délku některého z poledníků. Zůstaneme-li na ostrově Kalimantan, můžeme určit např. délku 114. poledníku; jeho „pozemská“ část na ostrově činí necelých 900 km, tentokrát rozdíl zeměpisných šířek činí asi $8{,}0°$, odkud se při výpočtu délky poledníku dostaneme na hodnotu asi 20 000 km. Kontrolu provedeme zobrazením satelitní mapy ostrova Kalimantan a dospějeme přibližně ke stejným hodnotám; použijeme funkci měření.

Problém 3. Česká turistka Ivana navštívila nejsevernější bod kontinentální Evropy v Norsku, zvaný Nordkapp (obr. 1), který leží na 26. poledníku a jehož zeměpisná šířka je $71°10'$. Stanula na skalnatém ostrohu o výšce 308 m nad hladinou oceánu. Jak daleko je Ivana od severního pólu a do jaké vzdálenosti při dobré viditelnosti může vidět?

Řešení: V našem modelu uvažujeme poloměr Země $R = 6\ 370$ km. Rozdíl hodnot zeměpisných šířek daného místa a severního pólu je $\alpha = 18{,}8°$, tj. přibližně 0,33 rad. Vzdálenost turistky od severního pólu potom určíme podle vztahu $R\alpha = 2\ 100$ km. Z výšky h může turistka vidět do vzdálenosti d, která je přibližně vymezena tečnou k povrchu Země. Využijeme vztahu $d = \sqrt{2Rh}$ a dostaneme vzdálenost necelých 63 km.

Obr. 1: Nordkapp, severní Norsko, v letních měsících (Wikipedia)

Problém 4. Ještě v 19. století musely plout anglické lodě z přístavu Portsmouth do indické Bombaje pouze tak, že obepluly celou Afriku. Po uvedení Suezského průplavu do provozu dne 17. listopadu 1869 se trasa výrazně zkrátila. Popište trasu, po níž lodě původně pluly, odhadněte délku trasy a dobu plavby při průměrné rychlosti 12 uzlů. Popište, jak se trasa změnila, a odhadněte délku i dobu trasy při rychlosti 20 uzlů. Výsledky porovnejte s dnešní situací: můžete nasednout na letadlo Boeing na letišti Londýn Heathrow, které přistane na letišti v blízkosti města Mumbai, jak se dneska Bombaj jmenuje. Určete délku trasy a dobu letu bez mezipřistání, letí-li letadlo Boeing průměrnou rychlostí 850 km/h a dolet odhadneme na 9 500 km.

Řešení: V novém atlase světa si najdeme mapy kontinentů a oceánů, které mají jiné měřítko 1 : 40 000 000, tedy 1 cm na mapě představuje 400 km ve skutečnosti. Náš odhad bude možno provést buď metodou „nitě“ (vezmeme tužší nit a postupně ji položíme na mapu tak, abychom modelovali pravděpodobnou trasu plavby lodě v obou popsaných případech). Je zřejmé, že trasa Suezským průplavem je zřetelně kratší, navíc se také zvýšila v důsledku technického pokroku i rychlost pohybu lodě.

Délku niti uvedeme v centimetrech a potom určíme příslušnou vzdálenost. Při leteckém spojení bude nutné využít mapy Google Earth 3D. Označíme si značkou „špendlík“ obě letiště, užijeme funkcí „měření“ a přečteme si na přiložené tabulce vzdálenost obou letišť 7 220 km. Také navržená trasa letadla je zajímavá – vypadá to, jako by odporovala „zdravému pohledu na mapu“. Uvedená trasa se nazývá orthodroma a představuje nejkratší spojení obou míst, které probíhá po tzv. hlavní kružnici zemského tělesa tvaru koule. Při průměrné rychlosti 850 km/h trvá let 8,5 h, se startem i manévrem přistání tedy asi 9 h, rozdíl v časových pásmech je pro Mumbai +5:30 h.

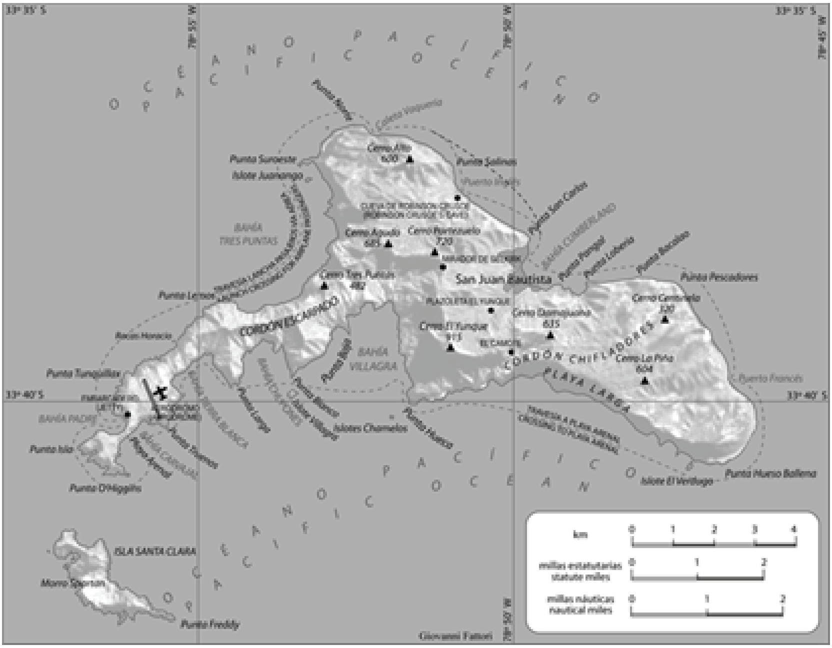
Problém 5. Z Bostonu (USA) do Valparaisa (Chile) musely lodě až do roku 1920 plout tak, že obepluly Jižní Ameriku. Nejprve Francouzi, poté Američané postupně stavěli Panamský průplav pro námořní dopravu, jenž byl otevřen 15. srpna 1914, do plného provozu dán r. 1920, tedy po ukončení první světové války. Najděte si v internetové encyklopedii historii a přítomnost stavby Panamského průplavu. Kdo teď průplav spravuje? Odhadněte délku trasy lodí, jež musely obeplout Hoornův mys, popř. jež propluly i za cenu zvýšení nebezpečnosti plavby Magalhaesovým průlivem. Odhadněte délku trasy po otevření Panamského průplavu.

Řešení: Řešení ponecháme čtenářovu tvořivému přístupu. Budete potřebovat přehlednou mapu Atlantického oceánu v měřítku 1 : 40 000 000 v Novém atlasu světa.

Problém 6. Na přehledové mapě Tichého oceánu v měřítku 1 : 50 000 000 (1 cm na mapě představuje 500 km ve skutečnosti) v Novém atlasu světa najdeme dvě významná města, která leží přibližně na 33,5° jižní šířky: Sydney (34°S, 151,2°E) a Santiago de Chile s nedalekým přístavem Valparaiso (33°S, 71,6°W). Kdyby letadlo stále letělo po 33,5°, urazilo by určitou vzdálenost d. Na mapách Google Earth 3D zkontrolujte, zda trasa po této rovnoběžce je opravdu ta nejkratší pro leteckou i námořní dopravu.

Řešení: Pro leteckou dopravu znamená Tichý oceán volný prostor, pro lodní dopravu mezi Jižní Amerikou a Austrálií je jedinou podstatnou překážkou Nový Zéland. Délku rovnoběžky na 33,5° určíme jako délku kružnice; vychází přibližně 33 370 km, rozdíl zeměpisných délek obou míst (v případě lodní dopravy bychom uvedli namísto Santiaga přístav Valparaiso) je 138°, takže délka části rovnoběžky mezi zónami obou míst vychází 12 800 km, tedy asi 6 910 n.m. (nautic miles – námořních mil). Pro zajímavost, tuto vzdálenost by moderní loď Queen Elisabeth 2 plula průměrnou rychlostí 25 uzlů po dobu necelých 280 h, tedy 11,5 dne. Při kontrole na Google Earth 3D však zjišťujeme, že nejkratší letecká trasa mezi oběma městy po orthodromě činí 11 350 km a trasa se dotýká rovnoběžky na 60° a probíhá jižně od Nového Zélandu. Obdobná by byla i trasa pro lodní dopravu (pokud by stačily pohonné hmoty pro lodní motory).

Problém 7. Málokdo ví, že západně od pobřeží Chile leží v Tichém oceánu ostrovy Juana Fernandeze; jeden z nich se jmenuje Isla Alejandro Selkirk, další Isla Robinson Crusoe a třetí Isla Santa Clara (obr. 2). Souostroví leží nedaleko od „křižovatky“ rovnoběžky 43°S a poledníku 80°W. Turistické kanceláře pořádají vlastivědné plavby do oblasti těchto ostrovů. Určete, jak daleko jsou ostrovy od kontinentu a jak jsou rozmístěny od sebe. Pokuste se na mapách Google Earth 3D na tyto ostrovy podívat a popište je.



Obr. 2: Ostrovy Juana Fernandeze

Řešení: Alexander Selkirk (1676–1721) byla historicky doložitelná osoba – skotský námořník, jenž se stal předlohou pro známou knihu Daniela Defoe Robinson Crusoe. Doporučujeme vám přečíst si ji, a to s mapami Google Earth při ruce. Uvidíte to, co nemohl spisovatel Defoe ani tušit. Robinsonův ostrov je vzdálen od pobřeží asi 600 km, další údaje změříte na mapách. Mapku najdete na stránkách Wikipedie [3].

Problém 8. Velitel kosmické lodi, prolétající nad Austrálií, oznámil středisku pro sledování kosmických lodí v Tidbinbille, že se nachází někde nad středem kontinentu a do jeho zorného pole se vejde v podstatě celá Austrálie. Odhadněte výšku a rychlost kosmické lodě, jestliže předpokládáme, že její trajektorie má tvar kružnice se středem ve středu Země.

Řešení: Když pohlédneme na mapu Austrálie, zjišťujeme, že se kosmická loď v daný okamžik nacházela přibližně nad prostorem Ayers Rock (neboli Národní park Uluru). Odhadem můžeme určit, že celá Austrálie se na mapě vejde do kruhu o poloměru 2 500 km. Označíme h výšku kosmické lodi nad povrchem Země, poloměr její oběžné trajektorie je potom $R+h$, vzdálenost po povrchu Země označíme d, takže středový úhel průvodiče kosmické lodi a místa, kam velitel lodi dohlédne, označíme α (v radiánech). Potom $\alpha = d/R = 0{,}392\ \mathrm{rad} = 22{,}5^\circ$. Přeponu pravoúhlého trojúhelníka určíme jako $R/\cos\alpha = 6\,895$ km, a tedy výška kosmické lodě nad povrchem Země je 525 km. Z hodnoty poloměru oběžné trajektorie je možno dále stanovit rychlost kosmické lodě 7,62 km/s a také dobu oběhu kosmické lodě kolem Země 87,5 min.

Doufáme, že se vám naše úlohy líbily. Jestliže jsme alespoň trochu podnítili o tuto problematiku váš zájem, potom vás odkážeme na novou sbírku úloh, která byla uveřejněna na stránkách Centra talentů `http://cental.uhk.cz`, kde najdete naši práci [2], tedy asi stovku fyzikálních úloh s náměty ze zeměpisné tematiky. Všechny tam uvedené úlohy mají uvedeno řešení. Na stránkách `http://cental.uhk.cz` najdete ještě řadu dalších zajímavých studijních materiálů.

Literatura

[1] *Nový atlas světa.* Euromédia Group, Praha, 1998.
[2] Volf, I., Klapková Dymešová, P.: *Na rozhraní mezi fyzikou a zeměpisem.* MAFY, Hradec Králové, 2012.
[3] Materiály z `http://www.wikipedia.org`
[4] `http://www.google.cz/intl/cs/earth/download/agree.html`