Rozhledy matematicko-fyzikální

Lubomír Sodomka

Nakloněná rovina

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 88 (2013), No. 1, 10–15

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/146506`

FYZIKA

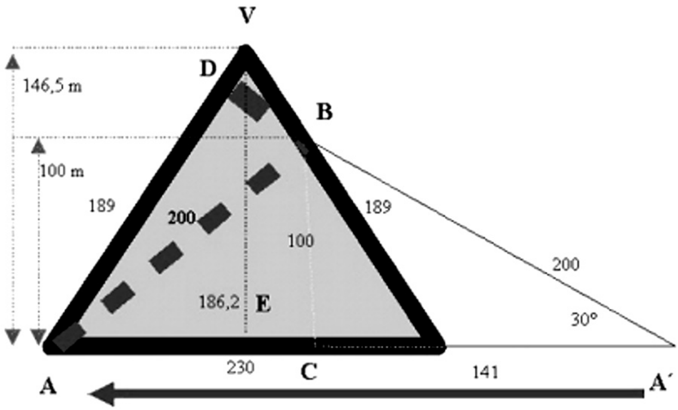
Nakloněná rovina

Lubomír Sodomka, Adhesiv, TUL, Liberec

Abstract. Inclined plane is one of six simple machines. Its various forms can be found in nature. Man started to use it deliberately to lift heavy burdens while constructing great buildings. The theory of inclined plane is useful in the construction of ski-jumps and cable railways. The inclined plane can be used for measuring acceleration due to gravity or for measuring the coefficient of dragging and rolling friction. On the inclined plane, a simple decomposition of gravity force can be demonstrated and complex motion theory can be studied as well.

Úvod

Nakloněná rovina se využívá od nepaměti, neboť se vyskytuje v přírodě v podobě svahů, v mírných stoupáních cest, umožňujících výstup i na vysoké hory. Snižuje tak námahu na přímý výstup a také námahu při vykonávání práce. Její využívání bylo po dlouhou dobu náhodné a empirické. Teprve při velkých stavbách chrámů, hrobek králů, pyramid se začalo užívat nakloněné roviny uvědoměle. Využívání nakloněné roviny ve starém Egyptě ke stavbě pyramid zachycuje obr. 1, viz [3], i když jsou také jiné možnosti využití nakloněné roviny při stavbě pyramid.



Obr. 1: Podstata využití nakloněné roviny při stavbách pyramidy

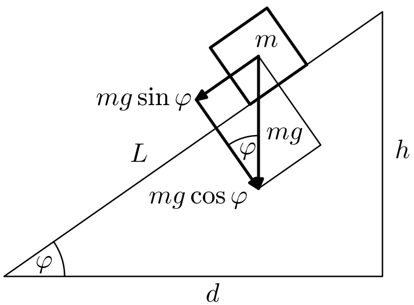
Uvědomělé využívání nakloněné roviny a její vědecké zpracování Archimedem a Galileim vedlo k zařazení nakloněné roviny mezi „jednoduché stroje“, kterými jsou: páka, kladka, kolo na hřídeli, nakloněná rovina, šroub a klín. Dominantní postavení mezi nimi zaujímá právě nakloněná rovina. Jednoduchou teorii lze využít i pro teorii šroubu a klínu. Rovnováha prvních tří jednoduchých strojů je založená na základním zákonu statické rovnováhy sil a momentu sil. Nakloněná rovina umožňuje provádět instruktivní demonstrace základních zákonů mechaniky a navíc umožňuje měřit součinitel smykového a valivého tření, jak ukážeme v další části článku.

Historie nakloněné roviny

Pomineme-li prehistorii, zabýváme se nakloněnou rovinou teprve až s jejím uvědomělým používáním ve velkých otrokářských despotických civilizacích při velkých stavbách chrámů, hrobek a pyramid. Bylo tomu tak v Babylonii a starém Egyptě. Zvláště kolem staveb pyramid panovalo mnoho záhad, např. jak mohli Egypťané ve své době navršit tak obrovské mnohatunové kamenné kvádry pyramid do výšek nad 100 m. Jak si počínali Egypťané při stavbě pyramid při používání nakloněné roviny, která působila již jako jednoduchý stroj, je uvedeno např. v [3].

Fyzikální demonstrace rozkladu vektorů

Z vektorové algebry známe poučku: Každý vektor je možné rozložit na libovolný počet složek a případně je možné jej složit z libovolného počtu vektorů. Příkladem je rozklad vektoru na dvě, případně tři složky vzájemně kolmé v rovině či v prostoru. Ve fyzice často využíváme rozkladu vektoru, a to účelově k výkladu fyzikálních dějů, viz obr. 2.



Obr. 2: Nakloněná rovina s jejími charakteristikami a působícími silami

Těleso o hmotnosti m působí na nakloněnou rovinu tíhovou silou o velikosti mg. Pro zkoumání pohybu po nakloněné rovině ji rozložíme na normálovou složku $F_\mathrm{n} = mg\cos\varphi$ a tečnou složku $F_\mathrm{t} = mg\sin\varphi$ (obr. 2). Hnací silou tělesa na nakloněné rovině je tečná síla o velikosti $F_\mathrm{t} = mg\sin\varphi$. Oproti zrychlení g a rychlosti $v = gt$ volného pádu tělesa, se zrychlení a rychlost tělesa na nakloněné rovině podstatně sníží na hodnoty $a_\mathrm{t} = g\sin\varphi$ a $v_\mathrm{t} = gt\sin\varphi$. Rychlost v_t můžeme snadno určit změřením času t, a to např. videokamerou. Zrychlení g vypočítáme užitím vztahu

$$g = \frac{v_\mathrm{t}}{t\sin\varphi}$$

nebo vztahu

$$g = \frac{2L}{t^2\sin\varphi},$$

v němž L je délka, o kterou se posune těleso na nakloněné rovině za čas t.

Zákon zachování energie

Uvažujme ideální nakloněnou rovinu, tj. rovinu ideálně hladkou bez tření. Na těleso o hmotnosti m působí gravitační síla mg s normálovou složkou $mg\cos\varphi$ a tečnou (hnací) složkou $mg\sin\varphi$. Energie tělesa na vrcholu nakloněné roviny je mgh. Vytáhneme-li těleso po nakloněné rovině k jejímu vrcholu, vykonáme práci

$$W = F_\mathrm{t}L = mg\sin\varphi\cdot L = mgh,$$

neboť $h = L\sin\varphi$. Energie tělesa na vrcholu nakloněné roviny tedy nezávisí (za platnosti zákona zachování mechanické energie) na vykonané cestě.

Ve skutečnosti není plocha nakloněné roviny ideální a proti pohybu působí síla smykového tření F_T o velikosti

$$F_\mathrm{T} = fF_\mathrm{n} = fmg\cos\varphi,$$

kde f je součinitel tření. Ta působí proti tečné hnací síle $F_\mathrm{t} = mg\sin\varphi$. Tím se sníží hnací síla F_h na hodnotu

$$F_\mathrm{h} = mg\sin\varphi - fmg\cos\varphi.$$

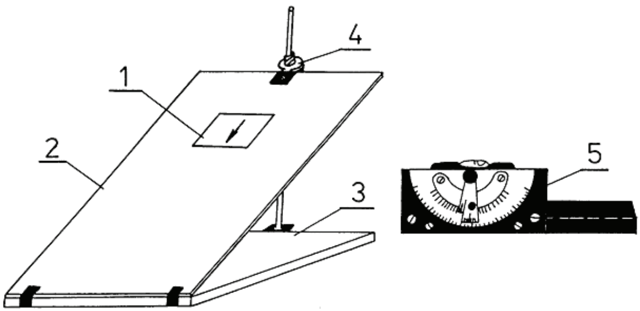
Je-li $mg\sin\varphi > fmg\cos\varphi$, dochází k pohybu po nakloněné rovině směrem dolů, v opačném případě k pohybu nedochází. Působí-li třecí síla, pak neplatí zákon zachování mechanické energie, neboť část konané práce se mění na teplo. Zákon zachování energie tedy musí kromě mechanické energie zahrnovat ještě ztrátovou energii tepelnou.

Měření součinitele tření

Nakloněná rovina umožňuje měřit součinitel vlečného (smykového) a valivého tření. Jsou-li hnací síla a třecí síla působící na těleso na nakloněné rovině v rovnováze, tj. je-li

$$F_\mathrm{h} = mg \sin\varphi - fmg\cos\varphi = 0,$$

lze z této podmínky snadno určit součinitel tření, který má hodnotu $f = \mathrm{tg}\,\varphi$. K určování součinitele tření je třeba mít k dispozici nakloněnou rovinu s proměnným úhlem φ. Jedna z konstrukcí takové nakloněné roviny je na obr. 3.



Obr. 3: Princip konstrukce k měření součinitele tření [1]; její realizaci najdeme v [2] (1 – kovová destička (jezdec), 2 – sklopná deska, 3 – pevná deska, 4 – regulační šroub, 5 – úhloměr s libelou)

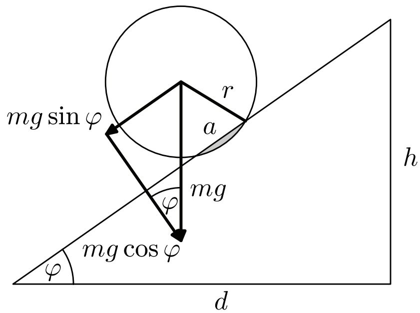
Při měření součinitele tření mezi dvojicí materiálů připevníme jeden z nich na plochu nakloněné roviny a druhý na těleso. Sklon nakloněné roviny nastavujeme změnou úhlu φ. Začne-li se těleso pohybovat, odečteme úhel φ_s a podle vzorce $f_\mathrm{s} = \mathrm{tg}\,\varphi_\mathrm{s}$ určíme statický součinitel tření f_s. Kinetický (dynamický) součinitel tření f_k určíme tak, že nastavíme sklon roviny na úhel φ_k, při němž se těleso po nakloněné rovině pohybuje rovnoměrně přímočaře. Kinetický součinitel třeni určíme podle vzorce $f_\mathrm{k} = \mathrm{tg}\,\varphi_\mathrm{k}$. Zpravidla je $f_\mathrm{s} > f_\mathrm{k}$. Měření součinitele tření touto jednoduchou metodou je důležité zvláště při určování součinitelů tření textilií, podlahových krytin a v obuvnictví. Tyto jednoduché prostředky umožňují určovat i anizotropii, tj. směrovou závislost součinitele tření f, viz [1], [4], [5], [6].

Rotační tělesa na nakloněné rovině

Zajímavé je i sledování pohybu rotačních těles (válců a koulí) po nakloněné rovině (obr. 4). Rotační těleso o poloměru r se valí po nakloněné rovině působením momentu síly $M = F_{\mathrm{t}}\,r$. Jeho potenciální energie přejde u paty nakloněné roviny na kinetickou energii $W_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}I\omega^2$ (viz např. [3]), kde I je moment setrvačnosti rotačního tělesa a ω je úhlová rychlost otáčení tělesa. Užijeme-li zákona zachování mechanické energie

$$W_{\mathrm{p}} = mgh = W_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}I\omega^2,$$

lze z tohoto vztahu určit moment setrvačnosti I, změříme-li úhlovou rychlost ω, a to např. sledováním pohybu značky na obvodu tělesa videokamerou.



Obr. 4: Valivý pohyb na nakloněné rovině

Jsou-li plocha nakloněné roviny a rotační těleso dostatečně tuhé, není třeba uvažovat energetické ztráty při jejich vzájemném pohybu. Součinitel valivého tření je totiž $f_{\mathrm{v}} = a/r$, kde a je délkový úsek deformačního stlačení a r poloměr rotačního tělesa. Poněvadž a je pro tuhá tělesa malé, je možné valivé tření zanedbat a pohyb na nakloněné rovině uvažovat jako pohyb beze ztrát, ale to pouze pro relativně malé rychlosti.

Pohyb na nakloněné rovině

Pohyb po nakloněné rovině můžeme pozorovat velmi často, a to jak smykový (klouzavý), tak i rotační. Smykový pohyb po svahu využívají lyžaři, rotační pohyb automobilisté či cyklisté pří jízdách z kopce. Svahy silnic a dálnic musejí být stavěny jen do určitého sklonu. Lyžaři však nemají pro sklon svahů téměř žádné omezení, jak lze pozorovat při jejich závodech. Otáčivého pohybu se v poslední době využívá i k adrenalinovému spouštění se ze svahu v průhledné kouli, která se zachycuje pod svahem do sítě (zorbing). Selhání záchranné sítě však může vést i k smrtelným zraněním účastníků této nebezpečné zábavy.

Pohyb po nakloněné rovině podrobně studoval již Galileo Galilei a kromě změření tíhového zrychlení zjistil i zajímavé skutečnosti o valivém pohybu po nakloněné rovině. Podrobnosti těchto pokusů a různá použití nakloněné roviny lze najít na internetu [3].

Závěr

Působení nakloněné roviny bylo odpozorováno v přírodě při pohybu předmětů po svazích, např. lavin. Zkušenost ukázala, že nakloněnou rovinu je možné použít k usnadnění práce při zvedání a transportu těles, jako např. při stavbě pyramid. Od té doby lze datovat využití nakloněné roviny jako „stroje“ – nakloněná rovina byla zařazena mezi tzv. jednoduché stroje. Důležitým využitím nakloněné roviny je konstrukce šroubu, působení nakloněné roviny je možné využit i k objasnění působení klínu. Významné je využití nakloněné roviny k měření různých fyzikálních veličin, např. gravitačního zrychlení, momentu setrvačnosti těles, zvláště pak součinitele smykového a valivého tření. Pomocí nakloněné roviny můžeme také snadno měřit součinitele tření důležitých dvojic materiálů. Je proto potřeba si čas od času připomenout fyziku tohoto „jednoduchého a elegantního stroje“ i jeho význam.

L i t e r a t u r a

[1] Vlasáková, H.: *Hodnocení vlastností plošných a délkových textilií součinitelem tření.* DP. TU, Liberec, 2001.

[2] Sodomka, L.: Tribometr délkových a plošných útvarů. *JMO* **38**, č. 7-8 (1993), str. 153.

[3] `Google/inclined plane`

[4] Sodomka, L.: *Struktura vlastnosti a technologie textilií.* TU, Liberec, 2002.

[5] Sodomka, L., Fiala, J.: *Fyzika a chemie kondenzovaných látek s aplikacemi, 1, 2.* Adhesiv, Liberec. 2003.

[6] Hloch, S., et al.: *Struktura, vlastnosti, diagnostika a technologie textilií.* Vydavateľstvo Michala Vaška, Prešov, 2006, kap. 4.