

# Rozhledy matematicko-fyzikální

---

Ivo Volf

54. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií E a F

*Rozhledy matematicko-fyzikální*, Vol. 87 (2012), No. 4, 33–39

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146496>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2012

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## 54. ročník Fyzikální olympiády, úlohy 1. kola kategorií E a F

*Ivo Volf, Pavel Kabrhel, ÚKFO, UHK, Hradec Králové*

Instrukce k soutěži najdete na předchozí straně 32.

### 1. Sjezdové lyžování

Závodní dráha pro sjezdové lyžování má délku 1 800 m a výškový rozdíl mezi startem a cílem je 600 m. Nahradíme skutečný kopec jiným se stejnou délkou i výškovým rozdílem, který má v každém místě také stejný sklon  $p = h/L$ , kde  $h$  je výškový rozdíl odpovídající na dráze o délce  $L$ . Hmotnost lyžaře i s lyžemi je 80 kg. Při jízdě rychlostí  $v$  působí na lyžaře okolní vzduch silou o velikosti  $F = kv^2$ , kde součinitel  $k = 0,32$  kg/m. Podle tabulek sportovních výsledků dosahují závodníci na této trati při sjezdu času asi 60 s. Smykové tření neuvažujte.

- a) Jakou průměrnou rychlostí lyžaři sjíždějí po této trati?
- b) Jak velká by byla odporová síla působící na lyžaře při této rychlosti?
- c) Jak velkou silou působí gravitace na lyžaře při pohybu po svahu? Jak velká část této síly ovlivňuje pohyb lyžaře dolů po svahu?
- d) Jaké nejvyšší rychlosti může lyžař kvůli odporu vzduchu dosáhnout?

### 2. Rovnoměrný pohyb cyklisty

Cyklista změřil, že průměr obou kol jeho bicyklu je 59 cm.

- a) Při jízdě určitou rychlostí počítal podle polohy ventilku otáčky předního kola; za půl minuty se kolo otočilo 70krát. Urči rychlost cyklisty.
- b) Protože je lehčí počítat, kolikrát cyklista za určitou dobu sešlápne levou (a následně i pravou) nohou pedál, použil tohoto postupu. Za 40 s sešlápl levý pedál 45krát. Přitom na předním talíři řetězového převodu bylo 54 zubů a na ozubeném kolečku vzadu si přehazovačkou nastavil 18, později 27 zubů. V obou případech urči rychlost pohybu kola.
- c) Jestliže všechny odporové síly proti pohybu po rovině představují výslednou sílu 12,5 N, urči v obou případech z části b) mechanický výkon sportovce.

### 3. Cyklista a odpory proti pohybu

Proti jízdě cyklisty působí odpor vzduchu; velikost síly tohoto odporu závisí na rychlosti,  $F_o = kv^2$ , kde  $k$  je součinitel, který závisí na mnoha veličinách; pro tohoto cyklistu odhadneme  $k = 0,30 \text{ kg/m}$ .

- Urči velikost odporové síly pro rychlosti 18 km/h, 27 km/h, 36 km/h, 45 km/h, 54 km/h.
- Urči výkon cyklisty při těchto rychlostech.
- Jakou nejvyšší rychlostí může cyklista jet po rovině za bezvětří, když může krátkodobě vyvinout výkon 1,8 kW?
- Jaké největší rychlosti může dosáhnout při jízdě z kopce bez šlapání, působí-li na něj na trase jako na nakloněné rovině tíhové pole stálou silou 120 N?

### 4. Big Ben

V britské metropoli je známá věž westminsterského paláce se zvonem Big Ben (na památku diamantového výročí panování anglické královny bude brzy přejmenována na Elizabeth Tower), na které jsou čtyři ciferníky věžních hodin. Ciferníky mají průměr 23 stop (1 stopa (foot) je 30,48 cm). Minutová ručička má délku 14 stop, hodinová má délku 9 stop. Čtyři hodinové ciferníky začínají ve výšce 55 m nad zemí.

- Jak velkou rychlostí se pohybují koncové body minutové a hodinové ručičky těchto věžních hodin?
- Odhadni, z jak velké vzdálenosti lze vidět ciferníky věžních hodin, a urči vzdálenost v rovinnatém terénu, odkud by bylo vidět špičku věže o celkové výšce 96,3 m.

### 5. Doprava materiálu přívěsem

Péťa s tatínkem měli dopravit na rekreační chalupu stavební materiál k úpravám – písek a asi padesátku pálených cihel. Na převezení měli přívěs, jehož vnitřní rozměry prostoru pro uložení jsou: šířka 125 cm, délka 160 cm, výška pod plechové víko 36 cm. Nosnost přívěsu je 650 kg. Péťa dostal za úkol zjistit, kolik toho při jedné cestě mohou dopravit. Rozměry cihel jsou 30 cm, 15 cm, 7,5 cm, hustota cihel  $1800 \text{ kg/m}^3$ , suchý písek má hustotu  $1600 \text{ kg/m}^3$ .

- Stanov celkový objem ložné plochy pod víkem.
- Jak uloží na přívěs v jedné vrstvě asi padesátku cihel, které položí na vrstvu písku? Nakresli obrázek.
- Urči tloušťku vrstvy písku, rovnoměrně rozloženého po celé ložné

ploše, aby se na něj daly cihly položit rovnoměrně v jedné vrstvě a přívěs nebyl přetížen.

Je praktičtější počítat s délkovými rozměry v centimetrech, decimetrech nebo v metrech?

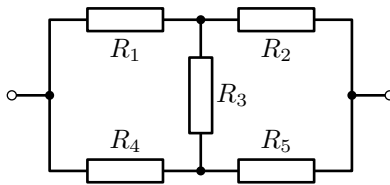
## 6. Cestování v Pacifiku kdysi a dnes

V školním atlase starém více než 100 let se uvádí, že cesta z Honolulu do San Franciska trvá lodí 7 dní, loď tedy pluje 160 hodin průměrnou rychlostí 13 uzlů. Dneska lze tuto vzdálenost překonat dopravním letadlem Boeing za 5 hodin.

- Z údajů o cestě lodí urči vzdálenost obou míst a zkontroluj na mapě nebo na internetu.
- Urči průměrnou rychlost dopravního letadla.
- Odhadni vzdálenost San Franciska a přístavu Jokohama, je-li v atlase uvedeno, že lodní spojení trvá 16 dní.
- Jak dlouho by vzdálenost do San Franciska zdolávalo dopravní letadlo Boeing z tokijského letiště?
- Jaký je rozdíl mezi zdoláním této trasy směrem do Jokohamy a cestou zpět do San Franciska? Jak to vysvětlíš?

## 7. Elektrický obvod

V elektrickém obvodu je zapojeno pět rezistorů podle obrázku; pro jednoduchost je označíme  $R_1 = 2R$ ,  $R_2 = R$ ,  $R_3 = 3R$ ,  $R_4 = R$ ,  $R_5 = 2R$ . Obvod je připojen ke zdroji stejnosměrného napětí 6,0 V, odpor  $R = 24 \Omega$ .



- Urči celkový odpor obvodu, jestliže jeden (nevíme, který) rezistor je spálený a neprochází jím elektrický proud.
- V kterém případě prochází přívodními vodiči od zdroje největší a v kterém případě nejmenší proud? Vypočti největší a nejmenší proud, který může procházet obvodem.
- V kterém případě je výkon obvodu největší a v kterém nejmenší? Vypočti výkon v obou těchto případech.

### 8. Připojení měřicích přístrojů

V jednoduchém elektrickém obvodu, v němž je ke zdroji stejnosměrného napětí 6,0 V připojen rezistor o stálém odporu, potřebujeme zapojit voltmetr a ampérmetr, abychom stanovili hodnotu odporu tohoto rezistoru. Víme, že voltmetr má tzv. vnitřní odpor asi 6 000  $\Omega$  a ampérmetr vnitřní odpor asi 0,10  $\Omega$ .

- Nakresli elektrické schéma možných zapojení pro měření odporu.
- Jak připojíme měřicí přístroje do obvodu, abychom dostali co nej přesnější údaje, je-li v prvním případě odpor rezistoru 3 000  $\Omega$ , ve druhém případě 0,50  $\Omega$ ?
- Porovnej pro obě možná zapojení výsledky získaného odporu rezistoru.

### 9. Vodní elektrárna

Na řece Colorado byla postavena přehrada Glen Canyon Dam, nad kterou se vytvořilo velké přehradní jezero Lake Powell o délce 298 km. V hydroelektrárně bylo instalováno pět turbogenerátorů, každý o výkonu 165 MW, a tři další generátory, každý o výkonu 157 MW. Roční výroba se pohybuje kolem hodnoty  $3,46 \cdot 10^9$  kWh. Voda je z přehrady ke generátorům přiváděna dvěma tunely, každý o délce 2 700 ft (stop) a o průměru 41 ft, jimiž je přiváděno 200 000 ft<sup>3</sup> vody za sekundu (údaje jsou převzaty z Wikipedie).

- Najdi si příslušnou přehradu i elektrárnu na GoogleEarth3D nebo v atlasu.
- I když je v místě elektrárny zvyk udávat délkové rozměry ve stopách, uveď pro nás příslušné údaje v mezinárodní soustavě jednotek SI.
- Jaký je celkový instalovaný výkon v této hydroelektrárně?
- Jaký je součinitel využití elektrárny (poměr počtu hodin, kdy elektrárna pracuje, k celkovému počtu hodin v roce)? Proč nepracuje elektrárna plynule po celý rok?
- Jaký nejmenší sekundový přítok vody zajistí plný výkon hydroelektrárny?

### 10. Rychlovlaky na trati Londýn–Paříž a zpět

Na webové stránce [www.idos.cz](http://www.idos.cz) si najdi trasu Londýn–Paříž, jejíž délka je asi 499 km. Ve druhé polovině dne (od 12.00 h do 24.00 h) vyhledej všechny vlaky v obou směrech, které vyjíždějí z jedné stanice a jedou bez zastávek do cílové stanice – najdeme je pod číslem EST 90xx EUROSTAR.

- a) Najdi si na [www.mapy.cz](http://www.mapy.cz) nebo [www.googleearth.com](http://www.googleearth.com) trasu a odhadni její délku a svůj odhad porovnej se zadanou hodnotou.
- b) Jakou průměrnou rychlostí jezdí vlaky na trati Londýn–Paříž a zpět?
- c) Část trasy absolvují cestující v tzv. eurotunelu. Najdi si na internetu potřebné informace.
- d) V eurotunelu mohou jezdit vlaky nejvýše rychlostí 160 km/h a mimo tunel nejvýše 300 km/h. Zkontroluj, zda zjištěné údaje o trvání jízdy jsou reálné. Vysvětli rozdíl v trvání pohybu v obou směrech.
- e) Načrtni grafy pohybu v časovém intervalu 12.00 h až 24.00 h.

### 11. Neobvykle velký asteroid v blízkosti Země

V první polovině listopadu 2011 proletěl kolem Země poměrně velký asteroid, jehož lineární rozměry dosahovaly téměř 400 m. Z pozorování byly stanoveny některé z parametrů jeho trajektorie: vzdálenost od Slunce v aféliu asi 1,633 AU, v perihéliu 0,652 AU, délka hlavní poloosy jeho eliptické trajektorie 1,143 AU; číselná výstřednost jeho trajektorie je asi 0,43. Podle představy astronomů nemá asteroid tvar koule, takže jeho objem je o něco menší, než je objem koule o daném průměru. Asteroid proletěl ve vzdálenosti 325 000 km od středu Země a o několik hodin později ve vzdálenosti 240 000 km od středu Měsíce. Hustota materiálu, z něhož se skládá asteroid, je asi 2 500 kg/m<sup>3</sup>.



- a) Urči s využitím Keplerových zákonů dobu oběhu asteroidu kolem Slunce ve srovnání s dobou oběhu Země.
- b) Nakresli schematicky trajektorie planet, jejichž dráhu může asteroid křížit.
- c) Uvážíš-li, že průměr asteroidu je odhadem  $360 \text{ m} \pm 40 \text{ m}$ , odhadni maximální hmotnost asteroidu.
- d) Najdi si na vyhledávači [www.seznam.cz](http://www.seznam.cz) tzv. blízkozemní asteroidy a napiš krátkou zprávu o problému setkání Země s takovým tělesem. Odhaduje se, že při dopadu na povrch Země by tento asteroid 2005 YU55 na pevnině způsobil vznik kráteru o průměru 6,3 km a o hloubce 520 m, při dopadu do oceánu by mohl způsobit vlnu tsunami o výšce 20 m.

**12. Elektrická vozová souprava**

Elektrická vozová souprava se z první stanice rozjížděla z klidu rovnoměrně zrychleně po dobu 2,0 min, až dosáhla maximální rychlosti 90 km/h; v tomto okamžiku začala rovnoměrně zpomalovat a po době 4,0 min se zastavila ve stanici následující. Druhý den uvážil strojvedoucí, že brzdění je příliš dlouhé, a tak pohyb změnil tak, že souprava zastavovala rovnoměrně zpomaleně po dobu 2,0 min.

- Jaké důsledky mělo toto rozhodnutí pro pohyb vozové soupravy?
- Jaká byla vzájemná vzdálenost obou stanic?
- Jak dlouho jela mezi těmito stanicemi souprava druhý den?
- Nakresli graf  $v(t)$  a přesvědč se o správnosti svého výpočtu.

**13. Curieova teplota**

Curieova teplota je teplota, při které se mění magnetické vlastnosti látek. Ve feromagnetické látce jsou elementární dipóly uspořádány do určitých oblastí, tzv. domén, jež na základě svého uspořádání vytvářejí v látce magnetické pole. Železo je potom feromagnetické, ale při teplotě vyšší než  $768\text{ }^{\circ}\text{C}$  se v látce obnoví chaotické uspořádání a železo se již jako feromagnetické nejeví. Při jednom pokusu bylo třeba odstranit magnetizaci železné součástky o hmotnosti 480 g, a proto byla zahřata z počáteční teploty  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  na teplotu  $800\text{ }^{\circ}\text{C}$ , měrná tepelná kapacita železa je  $460\text{ J}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$ . Po chvíli byla součástka ponořena do 2 litrů vody o teplotě  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , měrná tepelná kapacita vody je  $4\,200\text{ J}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$ .

- Kolik tepla bylo třeba na zahřátí součástky?
- Jaké teploty dosáhla součástka po ponoření do vody?
- Jaká bude teplota vody po vhození tří stejných zahřátých součástek?

**14. Rychlovarná konvice**

Rychlovarná konvice má na štítku napsáno: výkon 1 800 W–2 000 W, účinnost konvice je 80 %. V tabulkách najdeme hodnotu měrné tepelné kapacity ohřívání vody  $4\,200\text{ J}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$ . Do konvice nalijeme 900 ml vody o teplotě  $18\text{ }^{\circ}\text{C}$  a necháme ji ohřát na teplotu  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; při této teplotě se konvice sama vypne.

- Jak dlouho trvá, než se voda ohřeje na příslušnou teplotu?
- Jednou maminka spoléhala na to, že se konvice vypne, a ve vedlejším pokoji telefonovala po dobu 28 min. Protože víko konvice nebylo správně uzavřeno, konvice se nevypnula, vodu ohřívala dále a voda se vypařovala; měrné skupenské teplo vypařování při teplotě  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$

je 2,26 MJ/kg. Rozhodni, zda se vyvařila všechna voda z konvice, případně urči, kolik vody v konvici zbylo.

### 15. Stavební panely

Stavební jeřáb rovnoměrným pohybem zvedá na stavbě obytného domu stropní panely o hmotnosti 2 400 kg z povrchu země do osmého poschodí ve výšce 27,60 m,  $g = 9,8 \text{ N/kg}$ .

- Jakou práci musí jeřáb vykonat?
- Jestliže zvedání trvá 72 s, jaký užitečný výkon musí jeřáb podat?
- Jestliže mechanická účinnost jeřábu je 60 %, jaký musí být příkon jeřábu, tj. výkon elektromotoru, který zajišťuje zvedání těles?
- Rozměry jednoho panelu jsou 300 cm × 240 cm × 14 cm. Jakou práci vykoná jeřáb při zvednutí všech stropních panelů, má-li půdorys domu rozměry 15 m × 24 m?
- Jakou práci v kWh vykoná při zvednutí všech panelů elektromotor jeřábu?

### 16. Experimentální úloha: hustota tužky

*Zadání:* Určete průměrnou hustotu dřevěné tužky.

*Pomůcky:* Nová neostrouhaná tužka, tenká zkumavka nebo odměrný válec, pravítko.

*Postup:*

- Změř celkovou délku tužky  $d_1$ .
- Tužku vlož do zkumavky nebo odměrného válce s vodou tak, aby plavala přibližně ve svislé poloze a nedotýkala se dna.
- Urči délku  $d_2$  té části tužky, která je pod hladinou vody.
- Z naměřených hodnot vypočítej hustotu tužky podle vztahu

$$\rho = \rho_v \frac{d_2}{d_1}, \quad (*)$$

kde  $\rho_v$  je hustota vody.

*Otázky a úkoly:*

- Odvoď vztah (\*) pro výpočet hustoty tužky.
- Proč je důležité, aby tužka plavala ve svislé poloze nebo jen s malým sklonem od svislého směru?
- Proveď 10 měření a urči střední hodnotu naměřené veličiny.
- Odhadni přesnost měření.