Rozhledy matematicko-fyzikální

Jiří Herman

Ústřední kolo 60. ročníku Matematické olympiády

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 86 (2011), No. 4, 45–47

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146444

Ústřední kolo 60. ročníku Matematické olympiády

Jiří Herman, Gymnázium Brno, tř. Kpt. Jaroše, předseda KK MO Jihomoravského kraje

Organizací ústředního kola jubilejního 60. ročníku nejstarší předmětové soutěže v České republice, Matematické olympiády, bylo pověřeno Gymnázium, Brno, třída Kapitána Jaroše. Letošní ročník tak vyvrcholil na celostátní úrovni od neděle 27. března do soboty 2. dubna 2011 v Brně. Ve dnech 27. 3. – 30. 3. probíhalo ústřední kolo kategorie A, kterého se zúčastnilo čtyřicet nejlepších řešitelů krajských kol, a ve dnech 30. 3. – 2. 4. se konalo ústřední kolo kategorie P s dvaceti devíti soutěžícími. Osm soutěžících z uvedených počtů prožilo v Brně celý týden – tito studenti se totiž probojovali do nejvyššího kola obou kategorií. V pondělí 28. března zároveň proběhlo zasedání Ústřední komise Matematické olympiády.

Záštitu nad pořádáním celostátního kola Matematické olympiády přijali rektor Masarykovy univerzity *Petr Fiala*, hejtman Jihomoravského kraje *Michal Hašek* a primátor města Brna *Roman Onderka*.

Soutěž byla slavnostně zahájena v neděli 27. března 2011 v aule gymnázia na třídě Kpt. Jaroše. Slavnostního ceremoniálu, v jehož úvodu zahráli a zazpívali studenti místního gymnázia, se kromě soutěžících a členů ÚK MO zúčastnili zástupci sponzorů a partnerských škol a také představitelé města Brna a Jihomoravského kraje. Večerem provázel ředitel pořádajícího gymnázia *Jiří Herman*, který k mikrofonu postupně pozval místohejtmana Jihomoravského kraje, senátora *Stanislava Juránka*, děkana spolupořádající Fakulty informatiky Masarykovy univerzity *Jiřího Zlatušku* a předsedu Jednoty českých matematiků a fyziků *Josefa Kubáta*. S matematickou přednáškou vystoupil nedávný absolvent gymnázia a současný učitel Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity *Lukáš Vokřínek*, bývalý úspěšný reprezentant ČR v mezinárodních matematických olympiádách, který v letech 1997–99 vybojoval jednu stříbrnou a dvě bronzové medaile. Na závěr slavnosti pronesl otevírací formuli předseda Ústřední komise Matematické olympiády *Jaromír Šimša*.

V Brně se však v průběhu týdne nejen soutěžilo. Pro účastníky připravili organizátoři zajímavé doprovodné akce, mezi které patřily prohlídka historické části města Brna, exkurze do Moravského krasu či večerní návštěva představení v divadle Radost. S velkým zájmem se u řešitelů kategorie P setkala i podrobná prohlídka počítačových laboratoří na Fakultě informatiky.

Ke kvalitnímu zvládnutí celého soutěžního týdne značnou měrou přispěli partneři soutěže z řad brněnských podnikatelů a firem i Skupina ČEZ, která má jako jedna z mála velkých firem ve své sponzorské strategii podporu vzdělávání a která již čtvrtým rokem konání ústředního kola MO podporuje.

Vyhlášení výsledků kategorie A proběhlo ve středu 24. 3. v aule gymnázia. Slavnostní ukončení ústředního kola a vyhlášení výsledků kategorie P se konalo v pátek 1. 4. v budově Fakulty informatiky Masarykovy univerzity (viz další článek).

Vítězové kategorie A:
1. *Anh Dung Le* (3/6, G Tachov, Pionýrská), 41 b.
2. *Tomáš Zeman* (8/8, GJK Praha 6, Parléřova), 37 b.
3. *Michael Bílý* (8/8 GJV Klatovy, Nár. mučedníků), 34 b.
4. *Miroslav Koblížek* (8/8 G Žamberk, Nádražní), 28 b.
5. *Jan Kuchařík* (3/4 G Jihlava, Jana Masaryka), 25 b.
6.–9. *Tadeáš Dohnal* (8/8 GChD Praha 5, Zborovská),
Filip Hlásek (8/8 G Plzeň, Mikulášské nám),
Jakub Solovský (4/4 GMK Bílovec) a
Štěpán Šimsa (6/8 GJJ Litoměřice, Svojsíkova), všichni 23 b.
10.–11. *Ondřej Bartoš* (7/8 G Žďár n. S., Neumannova) a
Dan Šafka (8/8 GJK Praha 6, Parléřova), oba 22 b.

Další úspěšní řešitelé kategorie A:
12.–13. *Jiří Biolek* (6/6 GPB Frýdek-Místek) a
Lubomír Grund (6/8 G Zábřeh), oba 21 b.
14. *Jan Sopoušek* (8/8 G Brno, Řečkovice), 20 b.
15.–20. *Hana Dlouhá* (6/8 GJK Praha 6, Parléřova),
Matěj Hudec (4/4 G Liberec, Jeronýmova),
Dominik Steinhauser (3/4 GJK Praha 6, Parléřova),
Jan Stopka (3/4 G Brno, tř. Kpt. Jaroše),
Helena Svobodová (6/6 G Frýdlant n. O.) a
Dominik Teiml (4/6 The English College, Sokolovská), všichni 19 b.

Na závěr ještě uveďme, jaké úlohy soutěžící řešili:

1. Určete velikosti vnitřních úhlů všech trojúhelníků ABC s vlastností: Uvnitř stran AB, AC existují po řadě body K, M, které s průsečíkem L přímek MB a KC tvoří tětivové čtyřúhelníky $AKLM$ a $KBCM$ se shodnými opsanými kružnicemi. (*Jaroslav Švrček*)

2. Určete všechny trojice (p, q, r) prvočísel, pro něž platí

$$(p+1)(q+2)(r+3) = 4pqr.$$

(*Jaromír Šimša*)

3. Předpokládejme, že reálná čísla x, y, z vyhovují soustavě rovnic

$$x + y + z = 12, \qquad x^2 + y^2 + z^2 = 54.$$

Dokažte, že pak platí následující tvrzení:
a) Každé z čísel xy, yz, zx je alespoň 9, avšak nejvýše 25.
b) Některé z čísel x, y, z je nejvýše 3 a jiné z nich je alespoň 5.
(*Jaromír Šimša*)

4. Uvažujme kvadratický trojčlen $ax^2 + bx + c$ s reálnými koeficienty $a \geq 2$, $b \geq 2$, $c \geq 2$. Adam a Boris hrají následující hru: Je-li na tahu Adam, vybere jeden z koeficientů trojčlenu a nahradí ho *součtem* zbylých dvou. Pokud je na tahu Boris, vybere jeden z koeficientů a nahradí ho *součinem* zbylých dvou. Adam začíná a hráči se pravidelně střídají. Hru vyhrává ten, po jehož tahu má vzniklý trojčlen dva různé reálné kořeny. Určete, který z hráčů má vítěznou strategii v závislosti na koeficientech a, b, c počátečního trojčlenu. (*Michal Rolínek*)

5. V ostroúhlém trojúhelníku ABC, který není rovnostranný, označme P patu výšky z vrcholu C na stranu AB, V průsečík výšek, O střed kružnice opsané, D průsečík polopřímky CO se stranou AB a E střed úsečky CD. Dokažte, že přímka EP prochází středem úsečky OV. (*Karel Horák*)

6. Označme $\mathbb{R}^+$ množinu všech kladných reálných čísel. Určete všechny funkce $f\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ takové, že pro libovolná $x, y \in \mathbb{R}^+$ platí

$$f(x)\, f(y) = f(y)\, f\big(x\, f(y)\big) + \frac{1}{xy}.$$

(*Pavel Calábek*)