Rozhledy matematicko-fyzikální

Tomáš Roskovec

Matematický korespondenční seminář PraSe

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 85 (2010), No. 2, 53–56

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146363

Matematický korespondenční seminář PraSe

Tomáš Roskovec, MFF UK Praha

Tímto článkem bych vás rád seznámil s myšlenkou korespondenčních seminářů a případně vás pro ni získal. Jedná se o soutěže pro středoškoláky, kteří jsou ochotní zabývat se určitým oborem nad rámec středoškolských osnov. Protože nechci plýtvat tiskařskou černí ani čtenářovým časem, nebudu se zabývat tématem v plné šíři, ale v několika bodech se zaměřím na jeden konkrétní seminář, jehož chod a význam popíšu. Jde o pražský matematický seminář PraSe, se kterým jsem spojen jako bývalý řešitel a současný organizátor. U jiných soutěží bych se mohl dopustit řady nepřesností, a to bych nerad.

Myšlenka korespondenčních seminářů je velice prostá a kupodivu není nejmladší (například náš seminář PraSe funguje již déle než čtvrt století a nikdo ze současných organizátorů přesně neví, jak to celé začalo). Organizátoři během roku zveřejní v předem stanovených datech několik sérií příkladů a kterýkoli student se je může pokusit vyřešit, sepsat řešení a poslat ho. Organizátoři došlá řešení opraví, okomentují, obodují a se vzorovým řešením pošlou studentovi zpět. Podle bodového hodnocení se sestaví pořadí řešitelů a k motivaci touhy po poznání se přidá trocha té soutěživosti. Navíc organizátoři volí témata sérií tak, aby skutečně rozvíjela řešitelovo myšlení. Nespornou výhodou oproti klasickým olympiádám je pak nepoměrná kvantita úloh, které jsou studentovi předloženy. Tyto soutěže se tedy s olympiádami spíše doplňují a poskytují řešitelům celoroční trénink v daném oboru.

První námitkou, kterou můžete proti seminářům pronést, by mohla být zdánlivá nezkušenost (a tedy i neodbornost) organizačních týmů. Organizátoři se totiž až na výjimky rekrutují z řad vysokoškolských studentů. V případě našeho semináře jde ale především o studenty MFF UK, což by na druhou stranu mohlo slibovat slušnou úroveň. Navíc se v mnoha případech jedná o bývalé úspěšné řešitele MO a současné reprezentanty v mezinárodní matematické soutěži IMC. Někteří z nás navíc spolupracují i na organizaci MO. Tam, kde chybí při přípravě úloh letitá praxe a mnohaleté studium, nastupuje nadšení a bohaté a čerstvé zkušenosti z vlastní účasti na matematických soutěžích.

Poznámku o motivaci řešitelů bych si dovolil více rozvést. Základem je výše zmíněné bodové hodnocení poskytující možnost srovnání se s vrstevníky z celé republiky. Body vypočítáváme pomocí koeficientu zahrnujícího studentův věk, školu a zkušenosti, takže i relativně nezkušený nadaný matematik rychle dosáhne velmi dobrého umístění. Na rozdíl od několika jiných seminářů se tím vyhýbáme vymezení prvních míst pro ty nejstarší a nejzkušenější. Další tradiční motivací vážící se ke korespondenčním seminářům jsou jarní a podzimní soustředění, na která jsou pozváni nejúspěšnější řešitelé. Náš seminář je rozdělen do dvou polovin a na soustředění jsou studenti vybíráni za práci z předešlého pololetí. To umožňuje studentům, kteří neřešili v první polovině, aby mohli být odměněni i za pololetní práci. Program soustředění sestává z matematických přednášek a soutěží, ale také her zcela nematematických. Atmosféru a oblibu těchto soustředění nemohu nijak vystihnout, ale účast na těchto soustředěních je obrovskou motivací, což píšu spíše jako bývalý řešitel než jako organizátor.

Nejlepším argumentem pro náš seminář ovšem nemůže být nic jiného než ukázka naší práce. Proto v druhé části článku přikládám aktuální zadání jedné z našich sérií. Pokud by se mi nepodařilo naši práci představit dost přesně, pak věřím, že po zhlédnutí (a snad i vyřešení) našich příkladů získáte lepší představu, než jakou bych vám mohl předat slovy.

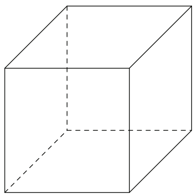
Před závěrem bych vás rád informoval o dalších seminářích. Na základě osobních doporučení mohu jako velmi přínosné uvést fyzikální seminář Fykos, informatický KSP a také bratislavský matematický seminář KMS, za pozornost určitě stojí také víceoborový M&M a pro základoškoláky matematický Pikomat. Jinak existuje mnoho jiných seminářů zabývajících se nejrůznějšími obory, mezi nimi i několik dalších matematických, například v Brně.

Na samý konec jsem nechal nejpalčivější otázku. Proč řeší korespondenční semináře jen desítky, v nejlepším případě stovky studentů? Dát odpověď není jednoduché. Nerad bych působil dojmem předčasně zestárlého a stěžoval si na lenost „dnešních středoškoláků“. Mnohem více nás trápí, že na většině škol se o nás prostě neví. Nejsou zde ani řešitelé, kteří by o nás pověděli svým spolužákům, ani učitelé, kteří by nás doporučili svým studentům. V důsledku toho je v celé republice jen několik škol, jejichž studenti některé semináře řeší. Pokud jsem vás tedy alespoň trochu získal pro naši věc a chcete nám pomoci, podívejte se na naše stránky `http://mks.mff.cuni.cz`, a pokud nebudete zklamáni, zkuste o nás říci svým studentům nebo pedagogům.

Jedna série úloh

1. úloha (3 body)

Háňa má krychli, jejíž stěny jsou tvořeny barevnými skly. Když se Háňa na svou kostku podívá jako na obrázku, vidí v každé ze sedmi oblastí jinou výslednou barvu. Kolik různě barevných skel je minimálně potřeba na konstrukci takové kostky?[1)]



2. úloha (3 body)

Šnek už zase leze po krychli. Tentokrát chce ale všechny její hrany přebarvit z původní červené na zelenou. Vždy, když se přeplazí po nějaké hraně[2)], tak se její barva změní z červené na zelenou, nebo ze zelené na žlutou, nebo ze žluté zpět na červenou. Může se to šnekovi povést, jestliže začíná v jednom z vrcholů krychle?

3. úloha (3 body)

Na hracím plánu 10×10 bílých polí střídavě hrají dva hráči, ultramarínový a purpurový. Ve svém tahu si hráč zvolí řádek nebo sloupec, jenž doposud nebyl vybrán, a ten celý přebarví na svou barvu. Na konci hry, kdy jsou vybrány všechny řádky i sloupce, vyhraje ten, kdo má polí své barvy alespoň o deset více než soupeř. Ukažte, že purpurový, který nezačíná, má výherní strategii[3)].

4. úloha (5 bodů)

Ve vrcholech pravidelného n-úhelníku stojí n oveček ($n > 2$), z nichž $n - 1$ je bílých a jedna černá. Rozhodněte, jestli je více těch m-úhelníků ($m \leq n$), jejichž vrcholy tvoří pouze bílé ovečky, nebo těch, kde jeden vrchol tvoří černá a ostatní vrcholy bílé ovečky.

---

1) Při skládání barev nezáleží na pořadí a různé dvojice nemohou dát stejnou barvu.
2) Otáčet se a měnit směr chce jen ve vrcholech.
3) Neboli ať dělá ultramarínový cokoliv, purpurový umí vždy vyhrát.

5. úloha (5 bodů)

Franta nakreslil na tabuli 2010 bodů, některé červenou a ostatní černou fixkou. Navíc je nakreslil tak chytře, že ve vzdálenosti 1 cm od každého černého bodu jsou právě dva červené body. Kolik černých bodů mohl takto na tabuli maximálně nakreslit?

6. úloha (5 bodů)

Pepa v pravidelném $2n$-úhelníku obarvil n vrcholů oranžovou a zbývajících n vrcholů limetkovou. Potom všechny oranžové body pospojoval oranžovými a limetkové body limetkovými úsečkami. Svou práci završil tím, že změřil délky všech oranžových úseček a získaná čísla srovnal do neklesající posloupnosti[4)]. Totéž provedl i pro limetkové úsečky. Dokažte, že takto vzniklá posloupnost délek oranžových úseček je stejná jako posloupnost délek limetkových úseček.

7. úloha (5 bodů)

Ve dvou jednotkových kruzích[5)] obarvíme m, resp. n výsečí (ne nutně různých) pařížskou modří, resp. indigovou tak, že obsah obarvených výsečí je α, resp. β a platí

$$n\alpha + m\beta < \pi.$$

Dokažte, že lze překrýt jeden kruh přes druhý tak, aby se obarvené části nepřekrývaly[6)].

8. úloha (5 bodů)

Předpokládejme, že všechna přirozená čísla jsou obarvena konečným počtem barev. Dokažte, že vždy můžeme najít různá přirozená čísla a, b, c, d, která splňují následující podmínky:

(i) všechny mají stejnou barvu,

(ii) $ab = cd$,

(iii) $a = c \cdot 2^k$,

(iv) $a = d \cdot 3^l$,

kde k, l jsou nějaká přirozená čísla.

[4)] Neklesající posloupnost je taková posloupnost, ve které je každý člen (druhým počínaje) větší nebo roven jak předchozí člen.

[5)] To jsou takové kruhy, které mají poloměr 1.

[6)] Kruhy můžeme vůči sobě libovolně otáčet.