

Rozhledy matematicko-fyzikální

Jaromír Šimša

48. mezinárodní matematická olympiáda

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 82 (2007), No. 4, 44–48

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146222>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2007

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

48. mezinárodní matematická olympiáda

Jaromír Šimša, PřF MU, Brno

V třetí dekádě července 2007 se sjelo do vietnamské Hanoje 520 středoškolských studentů z 93 zemí celého světa na další ročník nejprestižnější soutěže jednotlivců v řešení matematických úloh.

Vietnamští organizátoři se na celý průběh akce připravili velmi dobře a nachystali soutěžícím a jejich vedoucím velmi zajímavý program na celou dobu pobytu. S podporou státních orgánů zajistili všem účastníkům komfortní hotelové ubytování a výtečné stravování, regulérní podmínky pro oba soutěžní dny i následnou náročnou práci hodnotících porot. Koordinační týmy tvořili velmi erudovaní matematici – učitelé mnoha místních vysokých škol a vědeckých ústavů. Pro chvíle odpočinku byl připraven bohatý program, takže všichni účastníci měli možnost poznat nejen pamětihodnosti hlavního města Hanoje a přírodní krásy přímořského letoviska Ha Long, ale seznámit se při jedné exkurzi rovněž s technologií výroby hedvábí. Význam soutěže byl umocněn přítomností vietnamského premiéra *Nguyen Tan Dunga* na slavnostním zahájení v předvečer prvního soutěžního dne. O týden později předával zlaté medaile nejlepším soutěžícím osobně prezident VSR *Nguyen Minh Triet*.

Vedoucím družstva ČR byl doc. RNDr. *Jaromír Šimša*, CSc., z Masarykovy univerzity v Brně. Naše šestičlenné soutěžní družstvo, které doprovázel RNDr. *Jaroslav Švrček*, CSc., z Univerzity Palackého v Olomouci, bylo jmenováno na základě výsledků ústředního kola 56. ročníku MO ve Zlíně a následného týdenního výběrového soustředění v Kostelci nad Černými lesy. Tvořili je *Miroslav Klímš* z 2. ročníku Gymnázia Mikuláše Koperníka v Bílovci, *Michal Rolínek* ze 4. ročníku Gymnázia v Parlářově ulici v Praze 1, *Lenka Slavíková* ze 4. ročníku Gymnázia v Mnichově Hradišti a trojice studentů z Gymnázia na tř. Jaroše



v Brně: *Zbyněk Konečný* a *Jiří Řihák* ze 4. ročníku a *Hana Šormová* z 2. ročníku.



Soutěžící jednotlivci jako obvykle řešili ve dvou půldnech vždy tři soutěžní úlohy po dobu 4,5 hodiny; za každou ze šesti úloh mohli získat nejvýše 7 bodů. Výběr soutěžních úloh nebyl pro porotu složenou z vedoucích jednotlivých zemí ani letos jednoduchý. V současnosti prožívají různé národní i nadnárodní matematické soutěže velký rozmach; je proto stále obtížnější posoudit, které z navrhovaných cca 30 úloh jsou dostatečně původní a nepodobné těm, které už na nějaké soutěži kdy byly. Diskuse o těchto otázkách jednání poroty znesnadňují a časově protahují. Také snaha poroty zařadit do výsledné šestice dvě extrémně náročné úlohy, které by určily vítěze celého klání, letos nevedla k příliš šťastnému řešení. Z celého pole účastníků úlohu 3 vyřešili pouze tři, úlohu 6 pouze čtyři soutěžící! Proto si mnozí vedoucí kladli otázku: mělo smysl naplnit třetinu zadání soutěže pro 520 účastníků úlohami, které 515 účastníků nemělo vůbec šanci vyřešit? Po soutěži se navíc ukázalo, že ani úloha 6 tolik originální nebyla, protože se přesně kryla s obsahem jednoho článku, který v roce 1993 vyšel v *European Journal of Combinatorics*. Pro nás je ovšem potěšitelné, že po 10 letech byla do soutěže vybrána česká úloha. Jejím autorem je *Marek Pechal*, držitel bronzové medaile z předloňské 46. MMO v Mexiku.

ZPRÁVY

Absolutním vítězem 48. MMO se stal *Konstantin Matvejev* z Ruska, který získal 37 bodů z 42 možných. Zařadil se tak do čela 39 nejlepších soutěžících, kterým za zisk nejméně 29 bodů byly uděleny zlaté medaile. Stříbrné medaile si z Hanoje odvezli 83 účastníci ohodnoceni alespoň 21 bodem. Na bronzovou medaili letos stačilo 14 bodů; potěšilo nás, že mezi 131 držiteli tohoto kovu je i pět reprezentantů ČR (Konečný, Klimoš, Slavíková, Rolínek a Řihák). Ani šestá naše soutěžící Šormová nevyšla úplně naprázdno, když spolu se 148 dalšími soutěžícími bez medailí získala čestné uznání za úplné vyřešení jedné ze šesti soutěžních úloh. Podrobné výsledky českých a slovenských soutěžících jsou zachyceny v následujících tabulkách.

Umístění	Body za úlohu						Body	Cena
	1	2	3	4	5	6		
197.–225. Miroslav Klimoš	7	0	0	6	2	0	15	III.
171.–196. Zbyněk Konečný	7	0	0	7	2	0	16	III.
226.–253. Michal Rolínek	7	0	0	6	1	0	14	III.
226.–253. Jiří Řihák	7	0	0	7	0	0	14	III.
197.–225. Lenka Slavíková	6	0	0	7	2	0	15	III.
365.–401. Hana Šormová	0	1	0	7	0	0	8	HM
Celkem	34	1	0	40	7	0	82	

Umístění	Body za úlohu						Body	Cena
	1	2	3	4	5	6		
197.–225. Samuel Hapák	7	1	0	7	0	0	15	III.
226.–253. Ondrej Mikuláš	6	0	0	6	2	0	14	III.
161.–170. Tomáš Rusin	3	7	0	6	1	0	17	III.
322.–343. Michal Spišiak	7	1	0	0	2	0	10	HM
123.–132. Michal Szabados	6	7	0	7	0	0	20	III.
322.–343. Vladislav Ujházi	0	1	0	7	2	0	10	HM
Celkem	29	17	0	33	7	0	86	

S radostí můžeme konstatovat, že naše družstvo podalo na 48. MMO lepší výkon, než se očekával podle výsledků přípravných soustředění. V neoficiálním žebříčku zúčastněných států, které uvádíme v další tabulce, nám náš výsledek oproti loňské MMO přinesl skok o 10 míst nahoru (případná čísla v závorce uvádějí počet reprezentantů menší než 6). Za povšimnutí stojí, že s výjimkou Polska a Švýcarska podala nečekaně vyrovnaný výkon družstva všech ostatních států, které se v září 2007 zúčastní prvního ročníku *Středoevropské matematické olympiády* (kromě

Polska a Švýcarska to bude pořádající Rakousko, dále pak Slovensko, Slovinsko, Chorvatsko a Česko, o účasti v dalších ročnících uvažují i představitelé Německa a Maďarska). Věříme, že nová soutěž na počátku školního roku bude pro její perspektivní účastníky dobrým stimulem k intenzivní celoroční přípravě na následující celosvětovou MO. Ta se v roce 2008 uskuteční ve španělském Madridu.

	I	II	III	body		I	II	III	body
Rusko	5	1	0	184	Uzbekistán	0	1	3	88
ČLR	4	2	0	181	Singapur	0	0	5	87
Korea	2	4	0	168	Mexiko	0	0	4	86
Vietnam	3	3	0	168	<i>Slovensko</i>	0	0	4	86
USA	2	3	1	155	<i>Slovinsko</i>	0	0	5	85
Japonsko	2	4	0	154	<i>Česká republika</i>	0	0	5	82
Ukrajina	3	1	2	154	Švédsko	0	0	4	81
KLDR	1	4	0	151	<i>Rakousko</i>	0	1	3	80
Bulharsko	2	3	1	149	Francie	1	0	2	79
Tchaj-wan	2	3	1	149	Norsko	0	1	1	79
Rumunsko	1	4	1	146	Belgie	0	0	3	78
Hongkong	0	5	1	143	<i>Chorvatsko</i>	0	0	2	76
Írán	1	3	2	143	Argentina	0	1	1	75
Thajsko	1	3	2	133	Arménie	0	1	1	73
Německo	1	3	1	132	Macao	0	1	1	73
Maďarsko	0	5	0	129	Izrael	0	0	3	71
Turecko	1	2	2	124	Nový Zéland	0	0	3	71
<i>Polsko</i>	1	2	2	122	Ázerbájdžán	0	0	3	69
Bělorusko	1	1	4	119	Bosna a Hercegovina	0	1	0	69
Moldavsko	0	3	2	118	Indonésie	0	1	0	69
Itálie	1	1	3	116	Makedonie	0	0	3	68
Austrálie	0	1	4	110	Nizozemsko	0	0	1	65
Srbsko	1	0	4	107	Estonsko	0	0	1	64
Brazílie	0	2	3	106	Albánie	0	0	1	59
Indie	0	3	0	103	<i>Švýcarsko</i>	0	0	1	59
Gruzie	1	1	1	102	Lotyšsko	0	0	0	58
Kanada	0	1	3	98	Finsko	0	1	0	55
Kazachstán	0	1	3	95	Portugalsko	0	0	1	52
Velká Británie	1	0	3	95	Irsko	0	0	1	51
Kolumbie	0	1	3	93	Turkmenistán	0	0	0	51
Litva	1	0	2	92	Dánsko	0	0	1	50
Peru	0	1	2	91	Španělsko	0	0	2	48
Řecko	0	1	3	89	Kirgizie (5)	0	0	1	43
Mongolsko	0	2	1	88	JAR	0	0	0	42

Texty soutěžních úloh*

1. Jsou dána reálná čísla a_1, a_2, \dots, a_n . Pro každé i ($1 \leq i \leq n$) definujeme

$$d_i = \max \{a_j : 1 \leq j \leq i\} - \min \{a_j : i \leq j \leq n\}.$$

Nechť $d = \max \{d_i : 1 \leq i \leq n\}$.

(a) Dokažte, že pro libovolná reálná čísla $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ platí nerovnost

$$\max \{|x_i - a_i| : 1 \leq i \leq n\} \geq \frac{d}{2}. \quad (*)$$

(b) Ukažte, že existují reálná čísla $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ taková, že v (*) nastane rovnost. (Nový Zéland)

2. Uvažujme pět bodů A, B, C, D, E takových, že $ABCD$ je rovnoběžník a čtyřúhelník $BCED$ je tětíkový. Přímka l prochází bodem A , přičemž protíná úsečku DC v jejím vnitřním bodě F a přímku BC v bodě G . Předpokládejme, že platí $|EF| = |EG| = |EC|$. Dokažte, že přímka l je osou úhlu DAB . (Lucembursko)

3. Někteří účastníci matematické soutěže jsou přátelé. Přátelství je vzájemné. Skupinu soutěžících nazveme *klika*, jsou-li každý dva z nich přátelé. (Speciálně libovolná skupina složená z méně než dvou soutěžících je klika.) Počet členů kliky nazveme jejím *rozměrem*.

Víme, že největší rozměr kliky složené z účastníků soutěže je sudé číslo. Dokažte, že všechny soutěžící je možno rozesadit do dvou místností tak, aby největší rozměr kliky v jedné místnosti se rovnal největšímu rozměru kliky v druhé místnosti. (Rusko)

4. Osa úhlu BCA trojúhelníku ABC protíná jeho opsanou kružnici v bodě R různém od bodu C , osu strany BC v bodě P a osu strany AC v bodě Q . Střed strany BC označme K a střed strany AC označme L . Dokažte, že obsahy trojúhelníků RPK a RQL se rovnají. (Česko)

5. Kladná celá čísla a, b jsou taková, že číslo $(4a^2 - 1)^2$ je dělitelné $4ab - 1$. Dokažte, že $a = b$. (Velká Británie)

6. Nechť n je kladné celé číslo. Uvažujme množinu

$$S = \{(x, y, z) : x, y, z \in \{0, 1, \dots, n\}, x + y + z > 0\}$$

složenou z $(n + 1)^3 - 1$ bodů třírozměrného prostoru. Určete nejmenší možný počet rovin, jejichž sjednocení obsahuje všechny body z S , neobsahuje však bod $(0, 0, 0)$. (Nizozemsko)

* V závorce je uvedena země, která úlohu do soutěže navrhla.