

Rozhledy matematicko-fyzikální

Úlohy domácího kola 57. ročníku Matematické olympiády pro žáky základních škol

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 82 (2007), No. 2, 31–37

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146195>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2007

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

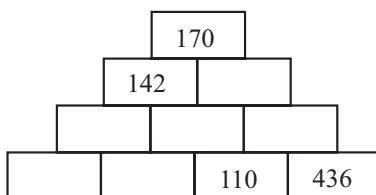


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

**Úlohy domácího kola
57. ročníku Matematické olympiády
pro žáky základních škol**

KATEGORIE Z5

- Kuchyňský stůl má tvar obdélníku o rozměrech $90 \text{ cm} \times 140 \text{ cm}$. Chceme na něj ušít ubrus tak, aby na všech okrajích stolu přesahoval stejně.
 - Kolik látky šířky 140 cm je třeba koupit, abychom již nemuseli látku stříhat?
 - Kolik centimetrů bude tento ubrus na každé straně přesahovat?
(*S. Bednářová*)
- Doplň na prázdné cihličky pyramidy z obrázku chybějící čísla tak, aby platilo: na každé cihličce (kromě spodní řady) je napsané číslo, které se rovná polovině součtu čísel napsaných na dvou sousedních cihličkách z nižšího řádku.



(*S. Bednářová*)

- Ve školce mají stavebnici ze stejně velkých molitanových kvádrů. Když je děti všechny položí na sebe, vždy je pokládají tak, aby na sobě kvádry ležely stejnými stěnami. Takto se jim podařilo postavit tři různě vysoké věže. První měla výšku 120 cm , druhá 130 cm a třetí 150 cm . Kolik kvádrů mohly děti ve školce mít?

(*S. Bednářová*)

SOUTĚŽE

4. Trojčata právě oslavila své třetí narozeniny. Za pět let bude součet jejich věků roven dnešnímu stáří jejich matky. Kolik let bude jejich matce za pět let? (M. Krejčová)
5. Číslo se nazývá *mazané*, jestliže počínaje od jeho třetí číslice zleva platí: Každá jeho číslice je součtem všech číslic ležících nalevo od něj.
- a) Uveď dvě největší mazaná čísla.
b) Kolik je všech čtyřmístných mazaných čísel? (S. Bednářová)
6. Doplníš do prázdných políček přirozená čísla od 1 do 16 (každé číslo můžeš použít jen jednou) tak, aby platily matematické vztahy:

$$\begin{array}{ccccccc} \square & \xrightarrow{+8} & \square & \xrightarrow{:5} & \square & \xrightarrow{+10} & \square \\ \square & \xrightarrow{:4} & \square & \xrightarrow{+6} & \square & \xrightarrow{+1} & \square \\ \square & \xrightarrow{:7} & \square & \xrightarrow{:2} & \square & \xrightarrow{+4} & \square \\ \square & \xrightarrow{+4} & \square & \xrightarrow{:2} & \square & \xrightarrow{+3} & \square \end{array}$$

(M. Smitková)

KATEGORIE Z6

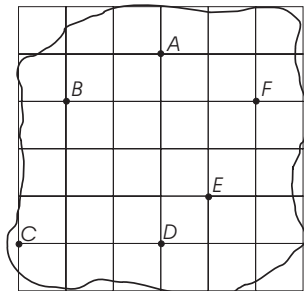
1. Jirka koupil dvě čokolády v obchodě naproti škole. Michal si koupil stejné dvě čokolády v obchodě za školou a Ivan si koupil jednu takovou čokoládu, ale ve školním bufetu. Potom zjistili, že průměrně je vyšla jedna čokoláda na 19,70 Kč. Cena zakoupených čokolád je o 6 Kč vyšší, než kdyby chlapci nakoupili všech 5 čokolád v obchodě naproti škole, a o 6,50 Kč nižší, než kdyby nakupovali jen v obchodě za školou. Za kolik korun prodávají čokoládu v jednotlivých obchodech? (M. Dillingerová)
2. Michal měl barevné nálepky dvou druhů ve tvaru pravoúhlých rovno-ramenných trojúhelníků. První nálepka měla ramena délky 5 cm, těch bylo 9. Druhá měla nejdelší stranu dlouhou 10 cm a těchto nálepek bylo 17. Kolik nálepek prvního druhu si má Michal ještě dokoupit, aby všemi svými nálepkami mohl oblepit (pokrýt) stěny krychle s hranou délky 10 cm? (M. Dillingerová)

3. V rovině mají ležet body A, B, C, D tak, aby platilo: $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 8$ cm, $|CD| = 5$ cm a $|DA| = 9$ cm.
 a) Urči největší možnou vzdálenost bodů A a C .
 b) Urči nejmenší možnou vzdálenost bodů A a C . (L. Šimůnek)
4. Při chudokrevnosti se doporučuje pít směs šťávy z mrkve a červené řepy. Červená řepa však má tvořit pouze $1/5$ z objemu nápoje. Ze dvou kilogramů mrkve získáme v odšťavňovači 7,5 dl šťávy. Z jednoho kilogramu červené řepy získáme 6 dl šťávy.
 a) Jaké množství mrkve potřebujeme na 250 gramů červené řepy, abychom získali správně namíchanou směs šťávy?
 b) Jaké množství šťávy takto získáme? (S. Bednářová)
5. Řekne-li mimozemšťan v rozhovoru o Vánocích „haf quin lina“, znamená to „velké zlaté hvězdy“; když „kari lina mejk“, znamená to „blikavá zlatá kolečka“; když „esca haf kari“, znamená to „červená velká kolečka“. Jak se řekne „blikavé hvězdy“? (Zapiš svou úvahu.) (M. Volfová)
6. Z čísel 532 a 179 vyškrtni dohromady dvě číslice, aby součin takto vzniklých čísel byl co možná největší. (M. Dillingerová)

KATEGORIE Z7

1. Číslo je *trochu nešťastné*, je-li násobkem čísla 13. Číslo, které je násobkem čísla 17, se nazývá *trochu usměvavé*. Kolik existuje čísel mezi přirozenými čísly od 1 do 1 000 000, která nekončí nulou ani pětkou a jsou přitom zároveň trochu nešťastná a trochu usměvavá? (M. Volfová)

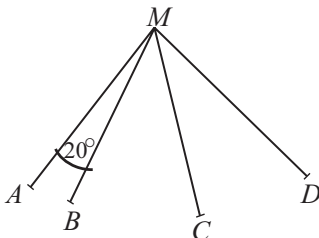
2. Vláda země Tramtárie se rozhodla, že své území rozdělí do šesti okresů. Vybrala proto šest nejvýznamnějších měst a každému chce přiřadit okres podle následujícího klíče: každé místo v zemi patří do okresu toho města, které je danému místu nejbližší. Překreslete si ve vhodném měřítku mapu Tramtárie a narýsujte do ní hranice okresů. (Okresní



SOUTĚŽE

města jsou označena písmeny $A-F$, silná čára značí hranice Tram-tárie. Pomyslná čtvercová síť má pouze usnadňovat orientaci v mapě a nijak neovlivňuje hranice okresů!) (L. Šimůnek)

3. Ve 12 hodin stála na parkovišti česká, německá a francouzská auta a to v poměru 9 : 4 (česká ku německým) a 2 : 3 (německá ku francouzským). Během hodiny odjelo jedenáct a přijelo pět českých aut, odjelo jedno a přijelo jedenáct německých aut a odjela tři a přijelo šest francouzských aut. Jaký je poměr českých, německých a francouzských aut ve 13.00 na parkovišti, když ve 12.00 tam bylo dvanáct francouzských aut? (Š. Ptáčková)
4. Shodné úsečky AM , BM , CM a DM jsou uspořádané jako na obrázku. Úhly, které svírají, mají velikosti 20° , 20° , 50° , 50° , 70° a α ($\alpha < 180^\circ$). Jaká je velikost úhlu, který svírají přímky AB a CD ? (Obrázek je nepřesný, nevyplatí se měřit.)



(M. Raabová)

5. Políčka na šachovnici 4×4 vybarvi čtyřmi barvami a vepiš do nich čtyři písmena J, A, R, O tak, aby v každém řádku i každém sloupci byly zastoupeny všechny barvy i všechna písmena. (Každé políčko bude obsahovat právě jedno písmeno a bude vybarveno jednou barvou. Každé písmeno musí být vybarveno postupně všemi barvami a také každá barva musí vystřídat všechna písmena.) Najdi aspoň jedno řešení. (M. Volfová)
6. Na papíře je napsáno několik bezprostředně po sobě jdoucích přirozených čísel. Je mezi nimi 12 násobků čísla 5 a 10 násobků čísla 7.
- Kolik přirozených čísel je na papíře napsáno?
 - Najdi jednu řadu čísel, která odpovídá těmto podmínkám.
- (L. Šimůnek)

KATEGORIE Z8

1. Najděte všechna čtyřmístná čísla dělitelná třemi, která po vynásobení číslem 17 dávají součin končící trojčíslím 519. (L. Hozová)

2. Najděte všechny trojice přirozených čísel menších než 10, jejichž součin je sedminásobkem jejich součtu. (L. Hozová)

3. Jano si koupil sedmimílové boty. Jeho kamarád Honza z Čech si koupil létající koberec. Potom se oba dva zúčastnili pohádkového dvanácti-hodinového závodu. Během závodu měli hlad, a tak se oba dva zastavili na jídlo. Oběma zabrala přestávka na jídlo jednu hodinu. Kdyby se Honza nezastavil po cestě na vepřo-knedlo-zelo, předběhl by Jana o 51 kilometrů. Kdyby se Jano nestavil na brynzové halušky, předběhl by Honzu o 28 kilometrů. Jak daleko od sebe by skončili, kdyby nejedl ani jeden z nich? Kdo z nich by byl první? (M. Dillingerová)

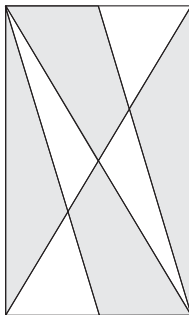
4. V Tramtárii mají pět lékařských fakult, z nichž každá může přijmout do prvního ročníku 200 studentů. Příjímací zkoušky na jednotlivé fakulty se konaají v různé dny, proto si studenti mohou podat přihlášku na více škol. Ptali jsme se na jednotlivých fakultách, kolik dostali přihlášek pro rok 2007/08. Získali jsme tyto odpovědi:
 1. fakulta: „Dostali jsme pětkrát více přihlášek, než kolik jsme měli volných míst.“
 2. fakulta: „U nás počet uchazečů převyšoval kapacitu o 320 %.“
 3. fakulta: „Na naši fakultu se hlásilo o 510 uchazečů více, než kolik jsme mohli přijmout.“
 4. fakulta: „U nás na každé volné místo připadly v průměru tři přihlášky.“
 5. fakulta: „K nám se hlásilo o tři čtvrtiny zájemců více, než kolik jsme měli míst.“

V akademickém roce 2007/08 nakonec na lékařské fakulty nastoupilo do 1. ročníku 1 000 studentů. Ze statistik vyplývá, že zájemce o studium medicíny podal na lékařské fakulty průměrně 2,5 přihlášky. Kolik zájemců se nedostalo na žádnou z fakult? (L. Šimůnek)

5. Pan Poleno s panem Střepinou vyráběli nové domovní dveře o obsahu 3 m^2 . Rám dveří tvaru obdélníku, jeho úhlopříčky a dvě další

SOUTĚŽE

příčky, které spojovaly dva vrcholy obdélníku se středy protilehlých stran, byly z kovových tyčí. Pan Poleno vyplnil dřevem čtyři tmavé části dveří a pan Střepina zbývajícím částem dveří zasklil. Kolik metrů čtverečních dřeva potřeboval pan Poleno na výplň dveří.



(*L. Hozová*)

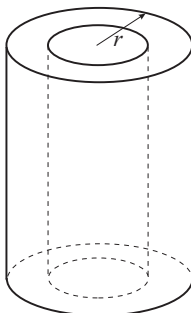
6. Král si dal kolem svého čtvercového pozemku vykopat 2 metry široký a 4 metry hluboký příkop. Vykopáním příkopu se velikost jeho pozemku zmenšila o $1\,200\text{ m}^2$.
- Jaká je nyní výměra královského pozemku?
 - Kolik litrů vody je v příkopu, když ho král dal naplnit do tří čtvrtin?

(*M. Smitková*)

KATEGORIE Z9

- Najděte všechna čtyřmístná čísla končící číslicí 9, která jsou dělitelná každou svou číslicí. (*P. Thustý*)
- Petr se ptal babičky, kolik je dědečkovi let. Babička mu odpověděla takto: „To víš, už dávno nám není padesát, ale zase nám ještě není osmdesát let. Když vynásobíš součet mého a dědečkova věku jejich rozdílem a k výsledku přičteš oba naše věky, dostaneš 492.“ „Aha,“ řekl po chvíli Petr, „tak to je dědečkovi ...“ Kolik let je Petrovu dědečkovi, víte-li, že je starší než Petrova babička? (*M. Raabová*)
- Středem rotačního válce s podstavou o poloměru r a výškou v byl vyvrtán válcový otvor. Objem takto vzniklého „dutého válce“ je po-

loviční než objem válce původního. Vyjádřete tloušťku stěny dutého válce pomocí r .



(*M. Krejčová*)

4. Minulou divadelní sezónu se prodávaly vstupenky za jednotnou cenu 160 Kč. Pro letošní sezónu se sedadla rozdělila do dvou kategorií. Místa I. kategorie stojí 180 Kč, místa II. kategorie 155 Kč. Pokud jsou všechna sedadla v sále rozprodána, je celková tržba stejná jako při vyprodaném představení loni. Ředitel divadla však není s tímto rozdělením spokojen a pro příští sezónu plánuje změnu: z nejméně atraktivních míst současně II. kategorie vytvoří novou III. kategorii. Aby se tržba za vyprodaný sál nezměnila, rozhodl, že vstupenky budou stát 180 Kč (I. kategorie), 160 Kč (II. kategorie) a 130 Kč (III. kategorie). V jakém poměru budou příští sezónu počty sedadel jednotlivých kategorií?
(*L. Šimůnek*)

5. Jirka koupil dvě čokolády v obchodě naproti škole. Michal si koupil stejné dvě čokolády v obchodě za školou a Ivan si koupil jednu takovou čokoládu, ale ve školním bufetu. Cena zakoupených čokolád je o 6 Kč vyšší, než kdyby chlapci nakoupili všech 5 čokolád v obchodě naproti škole, a je o 6,50 Kč nižší, než kdyby nakupovali jen v obchodě za školou. Ve školním bufetu prodávají čokoládu za 19,50 Kč. Kolik zaplatili kluci za všech pět čokolád dohromady? Kolik stojí jedna čokoláda v obchodě za školou?
(*M. Dillingerová*)

6. V rovině je dán čtyřúhelník $ABCD$. Sestrojte bod K , který je vrcholem rovnoběžníku $BCDK$, a bod L , který je vrcholem rovnoběžníku $CDAL$. Ukažte, že přímka KL prochází středem strany AB daného čtyřúhelníku $ABCD$.
(*J. Švrček*)