Dušan Jedinák
Začínať treba jednoducho a vtipne

*Rozhledy matematicko-fyzikální*, Vol. 81 (2006), No. 2, 51–53

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/146153`

# Začínať treba jednoducho a vtipne

*Dušan Jedinák, Trnavská univerzita v Trnave*

Mnohé školské matematické úlohy sú len opakovaným dosadením do známych vzorcov alebo aplikovaním ukázaného algoritmu. Menej je takých, v ktorých treba vybadať zatiaľ neznámy postup alebo odhaliť nový matematický obrat. Ponúkam štyri príklady, v ktorých už žiaci posledných ročníkov základnej školy môžu z predloženého riešenia spoznať, že na to „majú“, ak budú získané a dobre pochopené matematické vedomosti vhodne a tvorivo využívať.

### Úloha 1 (Čarovný trik ako kúzelník)

Napíšte si svoje trojciferné číslo. Urobte z neho ďalšie číslo s obráteným poradím číslic. Odčítajte menšie z týchto čísel od väčšieho. Z výsledku mi povedzte cifru na mieste jednotiek. Poviem vám celý výsledok.

*Riešenie*

Skúsme to: 537, 735.

$$\begin{array}{r} 7\ 3\ 5 \\ -\ 5\ 3\ 7 \\ \hline 1\ 9\ 8 \end{array}$$

Poviete 8. Ja si predstavím $99 \cdot x = \bullet\bullet 8$, teda $x = 2$, váš výsledok bol 198.

V čom je podstata? Ak sú

$$100a + 10b + c, \quad 100c + 10b + a$$

dané trojciferné čísla, tak platí

$$100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 99a - 99c = 99 \cdot (a - c).$$

Výsledok odčítania trojciferných, tzv. reverzných čísel, je vždy deliteľný 99. Tento fakt využijeme na určenie rozdielu $a - c$, a teda aj celého výsledku.

### Úloha 2 (Začnite a zbadáte to)

Dokážte, že $p_n = 2^n \cdot 5^{n+1} + 1$ nie je prvočíslo pre žiadne $n \in \mathsf{N}$.

*Riešenie*

Začnime od jednotky:

$$\begin{aligned}
p_1 &= 2^1 \cdot 5^2 + 1 = 51\\
p_2 &= 2^2 \cdot 5^3 + 1 = 4 \cdot 125 + 1 = 501\\
p_3 &= 2^3 \cdot 5^4 + 1 = 8 \cdot 625 + 1 = 5\,001
\end{aligned}$$

Tušíme a vidíme, že:

$$p_n = 2^n \cdot 5^{n+1} = 2^n \cdot 5^n \cdot 5 + 1 = 10^n \cdot 5 + 1 = 5\underbrace{00\ldots0}_{n-1 \text{ núl}}1$$

Takéto čísla majú ciferný súčet 6, ale to znamená, že sú deliteľné tromi.

### Úloha 3 (Vynájsť sa aj z mála)

V znázornenom zápise súčinu dvoch kladných celých čísel stanovte nezapísané číslice (sú naznačené bodkami):

$$\begin{array}{ccccc}
 & & \bullet & \bullet & \bullet\\
 & \times & \bullet & \bullet & \bullet\\
\hline
 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet\\
3 & 2 & 7 & 5 & \\
\bullet & \bullet & \bullet & & \\
\hline
\bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet
\end{array}$$

*Riešenie*

Musíme vychádzať z toho mála, čo vidíme, a z toho, čo o násobení vieme. Ak rozložíme číslo 3 275 na súčin prvočísiel, dostaneme $3\,275 = 5^2 \cdot 131$, teda aby sme dostali toto číslo ako súčin trojciferného a jednociferného čísla, treba $655 \cdot 5$. Potom násobenec bude 655 a druhá cifra násobiteľa 5. Pretože tretí čiastočný súčin je trojciferný, tak prvá číslica násobiteľa musí byť iba 1. Aby prvý čiastočný súčin bol štvorciferný a celkový súčin iba päťciferný, tak posledná cifra násobiteľa môže byť len 2. Naznačený súčin je:

$$\begin{array}{r} 655 \\ \times\ 152 \\ \hline 1310 \\ 3275\phantom{0} \\ 655\phantom{00} \\ \hline 99560 \end{array}$$

**Úloha 4 (Pohyblivá logika)**

Ak v tabuľke $7 \times 7$ prirodzených čísel 1 až 49 (pozri znázornenie na schéme)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
| 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 |
| 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 |

vyberieme sedem čísel tak, že v každom riadku a v každom stĺpci je vybrané práve jedno číslo, potom súčet vybraných čísel je vždy rovnaký. Dokážte toto tvrdenie a určte ten súčet.

*Riešenie*

Predstavme si, že na každé číslo v prvom riadku tabuľky položíme značky. Súčet označených čísel by bol $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$, ale treba, aby práve jedna značka bola v každom riadku i v každom stĺpci. To dosiahneme tak, že značky posúvame v smere stĺpcov, aby v každom riadku bola práve jedna. Pri posune značky do 2. riadku sa číslo zväčší o 7, pri presune do 3. riadku o 14 atď. Preto pri presune značiek do jednotlivých riadkov (do každého práve jedna) sa súčet príslušných čísel zväčší o $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot 7 = 147$. V požadovanom rozdelení, podľa textu úlohy, je teda celkový súčet označených čísel vždy $28 + 147 = 175$.