

Rozhledy matematicko-fyzikální

Emil Calda

48. ročník Fyzikální olympiády, kategorie A. Úlohy 1. kola

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 81 (2006), No. 2, 39–43

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146150>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2006

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

48. ročník Fyzikální olympiády, kategorie A

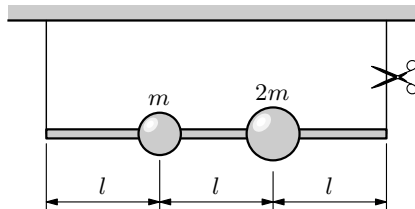
Úlohy 1. kola

(Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.)

KATEGORIE A

1. Uvolnění zavěšené soustavy

Tyč délky $3l$ a zanedbatelné hmotnosti je zavěšena ve vodorovné poloze pomocí dvou svislých vláken upevněných na koncích tyče. Na tyči jsou navléknuty provrtané koule o hmotnostech m a $2m$ tak, že jejich středy leží v jedné třetině a ve dvou třetinách délky tyče (obr. 1). Poloměry koulí jsou malé v porovnání s délkou tyče. Jak se změní síla napínající vlákno na straně menší koule v okamžiku, kdy vlákno na straně větší koule přestřihneme?



Obr. 1

2. Vrtulník

Odhadněte, jaký výkon musí mít motor vrtulníku, který se za bezvětří a za obvyklé teploty a atmosférického tlaku vznáší na místě. Vrtulník má hmotnost 500 kg a jeho rotor má poloměr 3 m .

Předpokládejte, že proud vzduchu vyvolaný rotorem je homogenní a celý směřuje svisle dolů.

3. Optický hranol

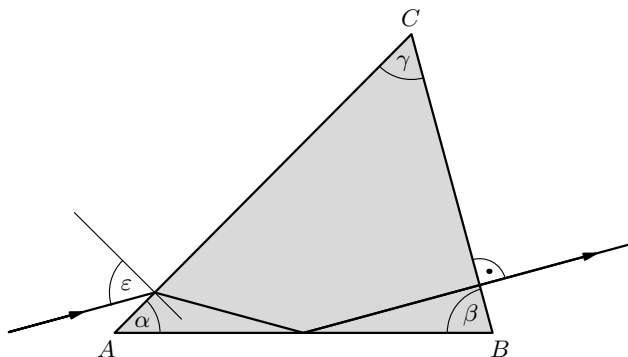
Trojúhelník ABC je kolmým řezem optického hranolu z těžkého flintového skla. Na tento optický hranol dopadá v rovině ABC paprsek

SOUTĚŽE

žlutého světla pod úhlem dopadu $\varepsilon = 60^\circ$ (obr. 2). Paprsek se láme na rozhraní AC , dopadne na rozhraní AB , kde se úplně odrazí, a vystupuje z hranolu v původním směru kolmo na rozhraní BC . Index lomu flintového skla pro žluté světlo je $n_z = 1,752$.

- Na základě těchto informací určete úhly α , β a γ .
- Hranol doplníme ještě jedním stejným hranolem s kolmým řezem $A'BC$ tak, že bod A' je souměrně sdružený s bodem A podle osy BC . Vznikne tak tzv. přímohledný hranol pro žluté světlo. Nyní místo žlutého světla necháme na hranol dopadat bílé světlo, opět pod úhlem $\varepsilon = 60^\circ$. Dojde k rozkladu světla na barevné spektrum. Určete úhlovou šířku spektra viditelného světla při výstupu z hranolu $ABA'C$. Index lomu těžkého flintového skla pro fialový konec spektra je $n_f = 1,811$ a pro červený konec spektra $n_c = 1,735$.

Výpočty úhlů proveďte s přesností na minuty.



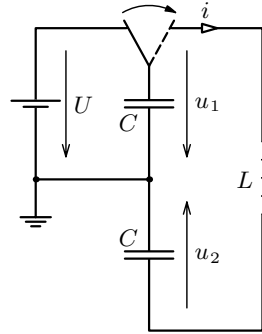
Obr. 2

4. Kmitavý obvod

Kmitavý obvod je tvořen dvěma stejnými sériově spojenými kondenzátory o kapacitě $C = 1,0 \mu\text{F}$ a cívkou o indukčnosti $L = 1,0 \text{H}$. Jeden z kondenzátorů nejprve nabijeme ze zdroje o svorkovém napětí $U = 5,0 \text{V}$ a pak obvod uzavřeme (obr. 3).

- Popište, jak se bude v závislosti na čase měnit proud i v obvodu a napětí u_1 , u_2 na kondenzátorech po připojení kondenzátorů k cívce. Součástky považujte za ideální.

- b) Sestrojte grafy těchto závislostí v časovém intervalu $\langle 0 \text{ ms}, 10 \text{ ms} \rangle$.
- c) V reálném obvodu se projeví také rezistance spojovacích vodičů a cívky. Kmity budou tlumené a po krátké době ustanou. Jaké Joulovo teplo během kmitů v obvodu vznikne? Jaký bude ustálený stav obvodu?

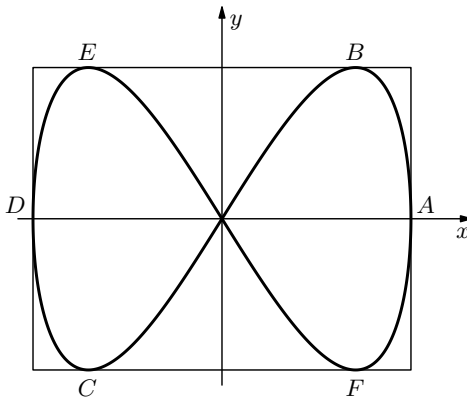


Obr. 3

5. Složené kmitání

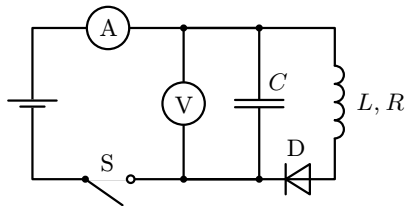
Lissajousova křivka $ABCDEF A$ na obr.4 je trajektorií hmotného bodu, který harmonicky kmitá současně ve směru osy x a ve směru osy y . $|AD| = 50,0 \text{ mm}$, $|BF| = 40,0 \text{ mm}$. Jedno proběhnutí celé křivky trvá $0,500 \text{ s}$. V čase $t = 0 \text{ s}$ se hmotný bod nacházel v bodě A a pohyboval se vzhůru.

- a) Napište parametrické rovnice trajektorie $x = x(t)$, $y = y(t)$.
- b) Určete rychlost a zrychlení hmotného bodu ve vrcholech A a B .
- c) Určete poloměry křivosti trajektorie ve vrcholech A a B .



Obr. 4

6. Praktická úloha: Měření indukčnosti cívky



Obr. 5

Úkoly:

- a) Sestavte obvod podle obr. 5. Použijte zdroje o napětí přibližně 5 V (například plochou baterii), cívku 1200 závitů z rozkladného transformátoru, výkonovou diodu, stejnosměrný ampérmetr, stejnosměrný voltmetr, kvalitní kondenzátor o kapacitě alespoň $8 \mu\text{F}$ (ne elektrolytický) a páčkový spínač. Měření provedte:

- na cívce s uzavřeným jádrem,
- na cívce s rovným jádrem,
- na cívce bez jádra.

Kapacitu kondenzátoru změřte některou běžnou metodou (např. pomocí voltmetru a ampérmetru v obvodu střídavého proudu). Voltmetr by měl mít co největší odpor a rozsahy např. 20 V a 200 V.

- b) Při sepnutém spínači změřte proud I procházející cívkou a napětí U_1 na kondenzátoru. Pak přepněte voltmetr na vyšší rozsah (používáte-li ručkový přístroj, změňte také jeho polaritu) a rozepte spínač. Dojde k překmitnutí obvodu LC a na kondenzátoru se objeví velké napětí opačné polarity, které se bude zvolna zmenšovat v důsledku vybíjení kondenzátoru přes voltmetr. Změřte napětí U_2 bezprostředně po rozepnutí spínače.

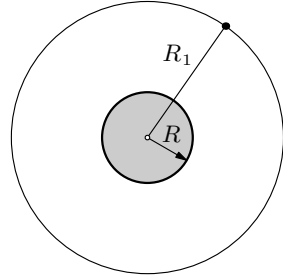
Pro každý typ cívky měření několikrát zopakujte.

- c) Odvoďte vztah pro výpočet indukčnosti cívky z kapacity C kondenzátoru, napětí U_1 , U_2 a proudu I . Ztráty energie během překmitnutí na odporu cívky a na diodě zanedbejte.
- d) Vypočtěte indukčnosti cívek s uzavřeným jádrem, s rovným jádrem a bez jádra.

7. Planeta

Kosmická sonda obíhá planetu o poloměru R po kruhové trajektorii o poloměru R_1 s dobou oběhu T (obr. 6). Za předpokladu, že planeta je tvořena nestlačitelnou kapalinou, určete:

- hmotnost M a hustotu ρ planety,
- intenzitu gravitačního pole K_0 (resp. gravitační zrychlení a_{g0}) na povrchu planety,
- závislost intenzity gravitačního pole K uvnitř planety na vzdálenosti od jejího středu,
- závislost tlaku p v kapalině uvnitř planety na vzdálenosti od jejího středu a tlak p_S v jejím středu.



Obr. 6

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty

$$R = 2\,440 \text{ km}, \quad R_1 = 3R = 7\,320 \text{ km}, \quad T = 7 \text{ h } 20 \text{ min.}$$

Gravitační konstanta $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. Planeta nemá atmosféru a její rotace je zanedbatelná.

* * * * *

PROBLÉM S DRUŽICÍ

*Přítel Josef v hlavě nosí
problém dlouhé měsíce:
„Jaký smysl vypouštět má
do vesmíru družice?
I když by to asi dalo
hodně velkou fušku,
snad by mohli taky jednou
vypustit mou družku!“*

*Emil Calda *)*

*) Z publikace *Úvod do obecné teorie prostoru*, Praha, Karolinum 2003