Aktuárské vědy

Miloš Vacek

Die Familienverhältnisse der Privatangestellten in höheren Diensten in der Čechoslovakischen Republik

Aktuárské vědy, Vol. 7 (1938), No. 4, 129–142

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/144698

Die Familienverhältnisse der Privatangestellten in höheren Diensten in der Čechoslovakischen Republik.

Dr. M. Vacek.

In diesem Artikel wollen wir uns mit der Analyse jener statistischen Erhebungen beschäftigen, die den Familienstand, das Alter der Ehegattinnen, die Zahl der Kinder und ihr Alter bei den Privatangestellten in höheren Diensten betreffen. Die bedeutendsten Gruppen, die hieher gehören, sind die Privatbeamten und Bediensteten, die Handlungsgehilfen und Meister; der überwiegende Teil ist bei der Allgemeinen Pensionsanstalt und nur der kleinere Teil bei Ersatzinstituten pensionsversichert.

Wenn wir ein Kollektiv von nur mittlerem Umfange und so unbeständiger Zusammensetzung, wie es das Kollektiv der Pensionsversicherten ist, untersuchen, so können wir im Verlaufe der Maßzahlen nicht die gleiche Ständigkeit und Regelmäßigkeit erwarten, die wir bei Untersuchungen großer und verhältnismäßig stabilisierter Kollektive, z. B. bei der gesamten Population eines Staates gewöhnt sind. Die Veränderlichkeit der Zusammensetzung des Kollektivs der Pensionsversicherten hat mehrere Ursachen, von denen wir im folgenden anführen: Änderungen der gesetzlichen Bestimmungen bezüglich der Versicherungspflicht und des Anfalles der Versicherungsleistungen, Änderungen in der verhältnismäßigen Vertretung der einzelnen Berufskategorien, ferner wirtschaftliche Einflüsse, Konjunktur und Krise; zu diesen indirekten Einflüssen kommen Änderungen in der Invalidisierung, in der Sterblichkeit, in der Geburtenhäufigkeit u. a.

Alle diese Einflüsse treten auch in den Maßzahlen über die Familienverhältnisse der Angestellten deutlich in Erscheinung, wenn auch nicht so stark. wie z. B. bei der Wahrscheinlichkeit der Invalidisierung i_x. Aus diesem Umstande sind für die Methode der Erhebungen die Folgerungen zu ziehen: jede mechanische Interpretation der festgestellten Zahlen ist unzulässig, wir müssen vielmehr jedesmal versuchen, die einzelnen Komponenten zu unterscheiden, die zu dem gegebenen Ergebnisse führten, und darnach beurteilen, was an der beobachteten Erscheinung vorübergehenden Charakter hat, welche Ursachen daurend wirken und wie die wahrscheinliche künftige Entwicklung sein wird.

In das Kollektiv der Pensionsversicherten gehören außer den Pflichtversicherten auch die ausgetretenen Versicherten mit gewahrten Anwartschaften, d. s. jene Personen, bei denen die Schutzfrist noch nicht abgelaufen ist, oder die die Versicherung freiwillig fortsetzen, oder die Anerkennungsgebühr zahlen. Das Kollektiv ergänzt sich durch Eintritte neuer Versicherter und Übertritte von anderen Versicherungsträgern; es zerfällt dann in Verstorbene, Rentner und dauernd ausgetretene Personen. In der letzten Gruppe finden sich hauptsächlich Männer, die selbständig erwerbstätig wurden, und Frauen, die nach der Eheschließung ihre Beschäftigung verließen.

Der statistische Dienst der Allgemeinen Pensionsanstalt ermöglicht eine vollständige und genaue Beobachtung dieser Kollektive und ihrer Änderung und ist daher nicht auf eine bloße Stichprobenmethode angewiesen.

I. Die Ehewahrscheinlichkeit der Versicherten und die Verteilung ihrer Gattinnen nach dem Alter.

Bezeichnen wir mit ζ_x das Verhältnis der Verheirateten zu allen Männern des Alters x in dem gegebenen Kollektiv. Für Zwecke der Pensionsversicherung definieren wir dann ζ_x als Verhältnis der Verheirateten zu den Versicherten und Rentnern im Zeitpunkte des Ablebens.

Tabelle Nr. 1.

Alter x	Koeffizient der Ehewahrscheinlichkeit ζ_x				
	der aktiven Versicherten (Enquete der A. P. A. vom Jahre 1925)	im Zeitpunkte des Ablebens			
		bei den Versicherten u. Rentnern der A. P. A. im Zeitabschnitte		bei den schweizerischen Angestellten im Zeitabschnitte 1924—35*)	
		1929-1931	1932-1934	Aktive	Rentner
25	0,260	0,217	0,150	0,163	0,163
30	640	514	468	618	537
35	826	728	670	812	689
40	888	839	789	898	770
45	918	864	841	929	814
50	927	900	841	931	835
55	922	924	859	916	838
60	897	873	809	876	811
65	806	772	795	798	744

*) Technische Grundlagen für Pensionskassen (Oktober 1937, lithogr.).

Wenn wir die Ergebnisse aus dem Zeitabschnitte 1929—31 und 1932—34, die aus den Erfahrungen der Allgemeinen Pensionsanstalt durch Ausgleichen mittels der Karup'schen Formel

$$\begin{aligned} z'_x = {} & 0{,}2 z_x + 0{,}1824\,(z_{x+1} + z_{x-1}) + 0{,}1392\,(z_{x+2} + z_{x-2}) + \\ & + 0{,}0848\,(z_{x+3} + z_{x-3}) + 0{,}0336\,(z_{x+4} + z_{x-4}) - 0{,}0128\,(z_{x+6} + z_{x-6}) - \\ & - 0{,}0144\,(z_{x+7} + z_{x-7}) - 0{,}0096\,(z_{x+8} + z_{x-8}) - 0{,}0032\,(z_{x+9} + z_{x-9}) \end{aligned}$$

gewonnen wurden, mit der bisherigen Rechnungsgrundlage, die aus den Erfahrungen der Allgemeinen Pensionsanstalt aus dem Jahre 1925 abgeleitet wurde, vergleichen, so sehen wir, daß die neuen Zahlen fast überall niedriger sind. Dieses Ergebnis liegt in der Beschaffenheit des Materials; während die Zahlen aus dem Jahre 1925 bei dem Kollektiv der Lebenden festgestellt wurden, geben uns die neuen Zahlen und die schweizerischen Erfahrungen die Ehewahrscheinlichkeit beim Ableben an.

Aber auch die Ergebnisse der Statistiken der Allgemeinen Pensionsanstalt weichen in den beiden neuen Beobachtungszeitabschnitten voneinander ab; es ist daher die Feststellung nötig, ob es sich um eine systematische Entwicklung oder um eine vorübergehende Abweichung handelt. Die Jahre 1931—1934 waren von einer schweren Wirtschaftskrise betroffen, die ein Sinken der Zahl der Eheschließungen zur Folge hatte; auf diese Weise können wir die niedrigeren Zahlen in den jungen Jahrgängen erklären. Die Abweichung in den älteren Jahrgängen, die relativ kleiner ist, kann allerdings nicht so ausgelegt werden; ihre Ursache sehen wir in der wachsenden verhältnismäßigen Vertretung der Rentner im Gesamtmaterial. Die schweizerischen Erfahrungen, die im übrigen mit den Erfahrungen der Allgemeinen Pensionsanstalt, die hier nicht angeführt sind, übereinstimmen, zeigen, daß die Ehewahrscheinlichkeit der Rentner niedriger ist als die der aktiven Versicherten. Da das Verhältnis der Rentner zu den Versicherten der Allgemeinen Pensionsanstalt bei den älteren Jahrgängen wuchs, kann man damit das Sinken der Zahlen z_x im Zeitabschnitte 1932—34 in den höheren Altersklassen erklären.

Wenn wir daher zufällige Abweichungen ausschalten wollen, müssen wir bei den jüngeren Jahrgängen von dem wirtschaftlich normalen Zeitabschnitte 1929—1931 ausgehen; demgegenüber können wir für die Altersklassen über 50 Jahren, wo die Wirtschaftskrise nicht zum Ausdruck kommt, da die Zahl neuer Eheschließungen klein ist, von dem ganzen Beobachtungszeitraum 1929—1934 ausgehen, um ein größeres Beobachtungsmaterial zu erhalten.

Aber nicht einmal das so erweiterte Material ist für die Ableitung der Maßzahlen der Ehewahrscheinlichkeit bei einem Alter über 65 Jahren genug umfangreich. Für diese Altersklassen leiten wir die Maßzahlen unter folgenden Voraussetzungen ab:

1. In einem Alter über 65 Jahren schließen die Angestellten keine Ehen und es kommt auch zu keinen Ehetrennungen. (Es genügt auch die Annahme, daß sich die Eheschließungen und die Ehetrennungen gegenseitig kompensieren);

2. Die Sterbewahrscheinlichkeiten der Ehegatten sind voneinander unabhängig.

Vorläufig soll $\check{z}_x$ die Ehewahrscheinlichkeit im Kollektiv der Lebenden bedeuten.

Unter diesen Vorausetzungen gibt

$\check{Z}_{65} \cdot p_{65} \cdot p_{y(65)}$ die Zahl der 65jährigen Versicherten an, die das 66. Lebensjahr als Verheiratete erleben,

$L_{65} \cdot p_{65}$ ist die Zahl der 65jährigen Angestellten, die das 66. Lebensjahr erleben und

$$\check{z}_{66} = \frac{\check{Z}_{65} \cdot p_{65} \cdot p_{y(65)}}{L_{65} \cdot p_{65}} = \check{z}_{65} \cdot p_{y(65)},$$

wobei $p_{y(65)}$ die Wahrscheinlichkeit bedeutet, daß die Gattin eines 65jährigen Mannes das Jahresende erlebt. Ähnliche Beziehungen gelten auch für die höheren Altersklassen. Es ist klar, daß *unter den angeführten Voraussetzungen* $\check{z}_x$ *bereits überhaupt nicht von der Sterbewahrscheinlichkeit des Mannes abhängig ist.* Es genügt also, sich mit dem Ausscheiden aus dem Kollektiv der Gattinnen der 65jährigen Männer zu befassen. Die einfachste Voraussetzung ist, daß alle Frauen dieses Kollektivs gleich alt sind und daß ihr Alter dem Durchschnittsalter des beobachteten Kollektivs gleicht, daß also

$$\check{z}_{65+n} = \check{z}_{65} \cdot \frac{l^{\check{z}}_{y_{65+n}}}{l^{\check{z}}_{y_{65}}}, \tag{1}$$

wo y_{65} das Durchschnittsalter der Gattin eines 65jährigen Mannes ist.

Diese Formel können wir noch genauer gestalten: wir gehen von der Verteilung der Gattinnen der 66—70jährigen Männer aus (Zwecks Vergrößerung des Materials, Rentner des Zeitabschnittes 29—32).

Tabelle Nr. 2.

Durchschnittsalter der Gattin	23	28	33	38	43	48	53	58	63	68	73	78	Summe
Zahl	1	1	2	6	12	25	59	135	184	135	29	1	590

Der Abfall dieser Gruppe nach der Sterbetabelle ČSR sieht folgendermaßen aus:

Tabelle Nr. 3.

n	0	10	20	30	40
Zahl der Frauen nach n Jahren	590	387	165	42	8
Durchschnittsalter ..	61,0	69,3	75,8	79,3	81,0
Abfall der 61jährigen Frauen (Tab. ČSR)	590	408	156	16	0

Der Abfall des gegebenen Kollektivs ist also anfangs langsamer, später bedeutend schneller als der Abfall des Kollektivs der 61jährigen Frauen. Bei einer anderen Anfangszusammenstellung könnten wir zu einem anderen Ergebnis kommen; es ist jedoch klar, daß die Fehler dieser Approximation ziemlich bedeutend sein können.

Das Durchschnittsalter dieser Gruppe wächst wesentlich langsamer, als es der Zahl der verflossenen Kalenderjahre entspricht. Allgemein kann man sagen:

Wenn für $x > x_r$ die Intensität des Ausscheidens aus dem geschlossenen Kollektiv eine nichtfallende Funktion von x ist, ändert sich nach n Jahren das Durchschnittsalter der Glieder des Kollektivs um weniger als n Jahre. Zum Beweis genügt, daß das Kollektiv nach n Jahren aus dem ursprünglichen Kollektiv durch Ausscheiden entstand, das die älteren Jahrgänge mehr erfaßt.

Wenn uns die durch Extrapolation nach (1) erzielte Genauigkeit mit Rücksicht auf die vorhergehende Analyse nicht genügt, so können wir von der Beziehung

$$m_{x+n,\,y+n} = m_{xy} \frac{l_{y+n}}{l_y}, \quad x > 65 \text{ ausgehen,} \tag{2}$$

wo $m_{x,y}$ die Wahrscheinlichkeit bedeutet, daß ein x-jähriger Mann eine y-jährige Gattin hat. Die Beziehung (2) gilt unter ganz analogen Voraussetzungen wie (1).

Die Relation (2) bietet eine entsprechende Extrapolation der Zahlen $m_{x,y}$, aber auch von $\check{z}_x$ auf Grund der Beziehung

$$\check{z}_x = \sum_y m_{x,y}.$$

Wenn wir von den im Zeitpunkte des Ablebens abgeleiteten Werten $m_{65,y}$ bezw. $\check{z}_{65}$ ausgehen, so machen wir dadurch bei der Extrapolation nach (1) bezw. (2) die weitere Voraussetzung, daß das Verhältnis zwischen den Zahlen m_{xy} für Lebende und m_{xy} für Personen im Zeitpunkte des Ablebens für $x > 65$ Jahre konstant ist.

Tabelle Nr. 4. Altersverteilung der Ehefrauen der im Zeitabschnitte 1929—34 verstorbenen Versicherten der A. P. A.

	$m_{x,y}$																$\Sigma = \check{z}_x$
x \ y	18	23	28	33	38	43	48	53	58	63	68	73	78	83	88	93	
18	0,004	0,007	0,001														0,012
23	0,015	0,058	0,034	0,003													0,110
28	0,034	0,165	0,175	0,045	0,008	0,002											0,429
33	0,010	0,075	0,263	0,270	0,055	0,012	0,002										0,687
38	0,001	0,022	0,120	0,305	0,283	0,062	0,014	0,002									0,809
43	0,000	0,007	0,033	0,151	0,322	0,270	0,064	0,012	0,002								0,861
48	0,000	0,004	0,012	0,046	0,158	0,332	0,256	0,060	0,011	0,002							0,881
53	0,000	0,001	0,005	0,023	0,077	0,161	0,311	0,239	0,056	0,009	0,001						0,883
58	0,000	0,000	0,003	0,017	0,034	0,081	0,157	0,287	0,230	0,049	0,006	0,001					0,865
63	0,000	0,000	0,001	0,005	0,014	0,032	0,075	0,152	0,267	0,214	0,041	0,006	0,001				0,808
68	0,000	0,000	0,000	0,003	0,008	0,019	0,024	0,071	0,145	0,231	0,171	0,044	0,003				0,719
73	0,000	0,000	0,000	0,001	0,003	0,007	0,018	0,023	0,065	0,129	0,192	0,128	0,028	0,001			0,595
78	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,007	0,017	0,020	0,056	0,104	0,139	0,078	0,013	0,000		0,437
83	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,006	0,014	0,016	0,042	0,070	0,079	0,034	0,004		0,267
88	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	0,009	0,011	0,024	0,034	0,030	0,009	0,001	0,123
93	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,005	0,005	0,009	0,010	0,006	0,001	0,039
98	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,002	0,001	0,002	0,001	0,001	0,008

Tabelle Nr. 5.

Zahl der Kinder, die auf 100 Angestellte entfallen.
(Privatangestellte 1896.)

Altersgruppen	Alter des Kindes = z																		$\frac{\sum_{0}^{17} K_{x,z}}{L_x}$
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
21—25	1,60	1,01	0,50	0,29	0,14	0,07													3,60
26—30	9,25	8,82	7,20	5,12	3,57	2,30	1,43	0,72	0,37	0,17	0,09								39,04
31—35	12,84	13,94	13,35	13,40	11,71	10,29	8,91	7,22	5,24	3,98	2,68	1,71	1,07	0,59	0,22	0,09			107,25
36—40	11,11	13,06	13,02	13,87	13,97	14,45	13,07	12,93	12,72	11,91	10,66	9,26	7,90	6,15	4,45	2,87	1,91	1,16	174,49
41—45	8,50	8,33	9,04	10,48	11,27	12,05	12,42	13,24	13,73	13,57	13,75	13,58	13,95	12,99	11,67	10,54	8,92	7,09	205,12
46—50	6,03	4,89	5,86	6,31	7,79	8,43	9,80	9,46	11,08	11,40	12,38	12,99	13,49	13,87	14,09	13,87	14,04	13,52	189,29
51—55	3,80	2,21	2,70	3,38	4,06	4,40	5,03	6,31	6,60	7,57	8,20	9,87	10,12	10,56	11,84	12,09	13 29	12 71	134,74
55—60	1,77	1,01	0,99	1,48	2,06	2,31	3,25	3,11	4,43	4,39	5,22	6,29	6,78	7,72	8,82	9,89	10,99	11,71	92,21
61—65	2,25	0,55	0,63	0,87	1,14	1,10	1,46	1,50	2,21	2,17	3,04	3,39	3,31	4,22	4,58	6,16	7,22	7,54	53,31
66—70	0,80	0,51	0,15	1,09	0,51	0,73	0,73	1,02	0,88	1,09	2,04	1,60	2,19	2,48	3,14	3,43	4,16	4,45	31,00
71 u. mehr	0,13	0,25	—	—	0,13	0,25	0,50	0,63	0,50	0,63	0,25	0,38	0,88	1,25	1,25	1,13	2,00	2,13	12,27
Ohne Unterschied des Alters	7,00	6,95	6,74	6,81	6,61	6,44	6,18	5,95	5,87	5,63	5,48	5,35	5,21	4,94	4,70	4,43	4,31	3,97	121,55

In Tabelle Nr. 4 führen wir die aus den Erfahrungen der Allgemeinen Pensionsanstalt abgeleiteten Zahlen m_{xy} an; einige Unregelmäßigkeiten der Tabelle in den höchsten und niedrigsten Altersstufen wurden graphisch ausgeglichen; die Werte für $x > 65$ wurden dann nach (2) abgeleitet.

II. Relative Kinderzahl der Väter.

Verwaiste Kinder unter 18 Jahren haben in der čechoslovakischen Pensionsversicherung Anspruch auf eine Waisenrente; außerdem werden Erziehungszuschüsse zu den Invaliditäts- und Altersrenten gewährt. Um die aus diesen Leistungen erwachsende, künftige Belastung abschätzen zu können, ist es notwendig, die Zahlen $k_{x,z}$ zu kennen, die wir als die Wahrscheinlichkeit, daß ein x-jährigen Vater ein z-jähriges Kind hat, definieren.

Aus der statistischen Erhebung, die in Österreich im Jahre 1896 zum Zwecke der Beschaffung von Unterlagen für die vorbereitete Pensionsversicherung durchgeführt wurde, haben wir die folgenden Zahlen, die bisher als Rechnungsgrundlage verwendet wurden.

Wenn wir die Zahl U_x der x-jährigen Versicherten und Rentner, die im Zeitraume 1929—1934 starben, mit den Zahlen $\sum_{z=0}^{17} k_{x,z}$ multiplizieren, so erhalten wir die erwartete Zahl der Waisenrenten in diesem Zeitraum. Der Vergleich mit der tatsächlichen Zahl ist in der folgenden Tabelle durchgeführt.

Tabelle Nr. 6.

Altersgruppe	U_x	Zahl der im Zeitabschnitte 1929-1934 angefallenen Waisenrenten		d. i. mehr (+) weniger (—) um %
		erwartet auf Grund der Zahlen aus dem Jahre 1896	tatsächlich	
21—25	277	10,0	15	+50
26—30	520	203,0	181	—11
31—35	693	743,2	495	—33
36—40	715	1247,6	718	—42
41—45	834	1710,7	1014	—41
46—50	1098	2078,4	904	—57
51—55	1288	1735,5	694	—60
56—60	1437	1325,1	427	—68
61—65	1648	878,5	267	—70
66—70	1585	491,4	94	—81
71 u. mehr	1711	209,9	65	—69
Zusammen	11806	10633,3	4874	—54

Tabelle Nr. 7. Zahl der Kinder, die auf 100 Angestellte entfallen (ČSR 1930).

Altersgruppen	Alter des Kindes																			$z=0$—17
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	$k_{x,z}$
20	0,12	0,02	0,01	0,01				0,01												0,17
21—25	2,81	1,63	0,90	0,44	0,27	0,14	0,06	0,03	0,02	0,00	0,01	0,00	0,01			0,01				6,35
26—30	8,50	7,21	6,62	5,40	4,48	3,25	2,14	1,38	0,85	0,53	0,32	0,11	0,06	0,03	0,02	0,04	0,02	0,03	0,01	40,98
31—35	8,44	8,47	8,95	9,25	9,68	9,51	9,34	8,57	7,75	6,14	3,93	*1,68*	*0,70*	*0,44*	*0,33*	*0,30*	0,25	0,17	0,10	93,89
36—40	5,61	5,97	7,00	7,94	8,97	10,16	11,12	12,28	12,85	12,86	11,00	*7,33*	*3,86*	*3,28*	*2,55*	*2,62*	2,62	1,62	1,06	129,63
41—45	2,91	3,44	4,07	4,98	6,21	6,98	8,03	9,67	11,15	11,97	12,14	*9,78*	*6,22*	*5,98*	*6,01*	*7,81*	10,19	9,34	7,22	136,88
46—50	1,14	1,37	1,98	2,39	3,17	3,86	4,84	5,73	6,81	8,11	9,02	*7,25*	*4,96*	*5,07*	*5,62*	*7,54*	10,44	11,51	11,65	100,81
51—55	0,51	0,68	0,69	0,95	1,40	1,69	2,25	2,97	3,41	4,29	5,21	*4,89*	*3,34*	*3,93*	*4,14*	*5,71*	7,76	8,55	9,32	62,37
56—60	0,25	0,26	0,39	0,43	0,63	0,74	1,01	1,29	1,63	2,05	2,39	*2,41*	*1,95*	*2,44*	*3,03*	*3,72*	4,95	5,77	6,30	35,34
61—65	0,15	0,20	0,20	0,28	0,39	0,31	0,38	0,56	0,76	0,85	0,89	1,07	1,02	1,05	1,89	2,05	2,42	3.33	3,48	17,81
66—70	0,15	0,09	0,19	0,09	0,28	0,26	0,28	0,38	0,47	0,47	0,72	0,49	0,43	0,49	0,68	0,81	1,30	1,38	1,62	8,93
71 u. m.			0,04	0,07	0,04	0,11	0,18	0,04	0,18	0,26	0,30	0,15	0,26	0,15	0,37	0,44	0,41	0,81	0,81	3,80
Ohne Unterschied des Alters	4,46	4,15	4,23	4,21	4,42	4,43	4,53	4,69	4,81	4,76	4,34	3,13	1,91	1,85	1,86	2,33	2,99	2,98	2,79	68,86

Die Aufgabe, die wir uns in diesem Kapitel stellen, besteht darin, die beobachteten Abweichungen aufzuklären und eine entsprechende Voraussetzung über die künftige Entwicklung der Zahlen $k_{x,z}$ abzuleiten.

Zuerst legen wir eine ähnliche Tabelle, wie sie aus der statistischen Erhebung im Jahre 1896 abgeleitete wurde, auf Grund der neuen Erfahrungen an. Dazu dienen uns die Ergebnisse der Statistik über die relative Kinderzahl der Privatbeamten und Bediensteten, der Haushaltungsvorstände mit mehr als 1 Mitgliede, die das statistische Staatsamt auf Grund einer besonderen Erhebung im Jahre 1930 durchführte. Da die Zahl der Väter nichterwachsener Kinder, die in dieser Statistik nicht erfaßt sind, sicher unbedeutend ist, können wir die Zahl der Kinder $K_{x,z}$ als vollständig betrachten. Demgegenüber mußten wir die Zahl aller Männer approximativ mittels der Relation

$$L_x = \check{Z}_x : \check{z}_x$$

ableiten, wobei $\check{Z}_x$ die erhobene Zahl der Verheirateten und $\check{z}_x$ der Koeffizient der Ehewahrscheinlichkeit ist, der für alle Beamten und Bediensteten aus der Statistik über den Familienstand zum Tage der Volkszählung (1. XII. 1930) abgeleitet wurde.

Die Ergebnisse sind in der Tabelle Nr. 7 enthalten:

Im ersten Kapitel haben wir festgestellt, daß die Ehewahrscheinlichkeiten im Zeitpunkte des Ablebens durchwegs niedriger sind als die der Lebenden. Um so eher ist zu erwarten, daß die relative Kinderzahl der Väter im Zeitpunkte des Ablebens niedriger sein wird; um diesen

Tabelle Nr. 8.

Altersgruppe	L_x	Zahl der Waisenrenten		d. i. mehr (+) weniger (—) um %
		erwartet auf Grund der Zahlen aus dem Jahre 1930	tatsächlich	
21—25	277	17,6	15	—15
26—30	520	213,1	181	—15
31—35	693	650,7	495	—24
36—40	715	926,9	718	—23
41—45	834	1141,6	1014	—11
46—50	1098	1106,9	904	—18
51—55	1288	803,3	694	—14
56—60	1437	507,8	427	—16
61—65	1648	293,5	267	— 9
66—70	1585	141,5	94	—34
71 u. mehr	1711	65,0	65	— 0
Zusammen	11806	5867,9	4874	—17

Schluß zahlenmäßig zu bestätigen, verwenden wir die Zahlen der Tabelle Nr. 7 zur Ableitung der erwarteten Zahl der Waisenrenten im Zeitabschnitte 1929—1934.

Insgesamt ist also die relative Kinderzahl der Versicherten und Rentner im Zeitpunkte ihres Ablebens ungefähr um $^1/_6$ niedriger als die der lebenden Versicherten.

Wir vergleichen nun die Tabellen Nr. 5 und 7 und zwar zuerst die Gesamtzahlen $\sum\limits_x k_{x,z}$. Die Zahlen aus dem Jahre 1896 weisen einen regelmäßig fallenden Verlauf auf, während die Zahlen aus dem Jahre 1930 nach dem üblichen Absinken zwischen $z = 0$ und $z = 1$ für $z = 1$—3 annähernd gleich sind, worauf ein Ansteigen bis zu $z = 9$ folgt. Nach einem geringen Sinken folgt dann ein schnelles Fallen bis zum Minimum von 1,85 für $z = 13$, worauf dann die Zahlen neuerlich bei 3 liegende Werte erreichen.

Die erste Ursache für die Unregelmäßigkeit des Verlaufes ist die geringere Zahl der im Weltkrieg geborenen Kinder. Am meisten waren allerdings die Jahrgänge der militärdienstpflichtigen Väter betroffen. Die betreffenden Zahlen sind in Tabelle Nr. 7 kursiv gedruckt.

Es ist jetzt noch der allgemein steigende Verlauf der Zahlen $\sum\limits_x k_{x,z}$ für $z < 9$ aufzuklären. Um dies tun zu können, ergänzen wir zuerst unsere Erwägungen in einer anderen Richtung.

Beachten wir, daß wir die Zahl $K_{x+1,\,z+1}$, die die absolute Anzahl der $(z+1)$-jährigen Kinder $(x+1)$-jähriger Väter angibt, aus der Zahl $K_{x,z}$ erhalten, wenn wir die im Laufe eines Jahres verstorbenen Kinder und die Kinder jener Väter, die in diesem Jahre starben oder aus dem Kollektiv austraten, weil sie den Charakter eines Privatangestellten verloren, abrechnen, demgegenüber aber die z-jährigen Kinder x-jähriger Väter, die im Laufe des Jahres in das Kollektiv eintraten, hinzurechnen.

Die einfachste Voraussetzung ist die, daß die relative Kinderzahl bei den eintretenden und austretenden Personen die gleiche ist wie bei dem ganzen Kollektiv. Wir können dann bei den Erwägungen über die relativen Zahlen die Eintritte und Austritte außer Acht lassen, denn die verbliebenen Mitglieder des Kollektivs stellen eine Auswahl nach einem von dem untersuchten Merkmale unabhängigen Merkmale dar. Wir lassen also die Austritte und Eintritte außer Acht und bezeichnen mit

p_z die Wahrscheinlichkeit, daß ein z-jähriges Kind das Jahresende erlebt,

p_x die Wahrscheinlichkeit, daß ein x-jähriger Mann das Jahresende erlebt,

$p_x^{(z)}$ die Wahrscheinlichkeit, daß ein x-jähriger Vater eines z-jährigen Kindes das Jahresende erlebt.

Es ist dann

$$k_{x+1,\,z+1} = \frac{K_{x,z} \cdot p_x^{(z)} \cdot p_z}{L_x \cdot p_x}. \tag{3)*}$$

Wir haben festgestellt, daß die relative Kinderzahl der Versicherten im Zeitpunkte des Ablebens niedriger ist als die der Lebenden; die Sterbewahrscheinlichkeit des Mannes und die relative Kinderzahl sind also keineswegs voneinander unabhängig, woraus sich ergibt, daß $p_x^{(z)} > p_x$. Die Zahlen $p_x^{(z)}$ kennen wir nicht; nehmen wir approximativ $p_x^{(z)} = p_x$ an, so erhalten wir aus (3) die Beziehung

$$k_{x+1,\,z+1} = k_{x,z} \cdot p_z \tag{4}$$

und daher

$$k_{x,z} = k_{x-z,0} \frac{l_z}{l_0}. \tag{5}$$

Es ist also unter diesen Voraussetzungen $k_{x,z}$ als Produkt der Wahrscheinlichkeit, daß ein $(x - z)$-jähriger Vater ein Kind im Alter von 0 Jahren hat, und der Wahrscheinlichkeit, daß das Kind ein Alter von z Jahren erreicht, ausgedrückt, unabhängig von der Sterbewahrscheinlichkeit der Väter.

Den Inhalt der Relation (4) können wir auch folgendermaßen ausdrücken: Wenn wir die Fläche $y = k_{x,z}$ durch die Ebene $x - z =$ $=$ konst. schneiden, so erhalten wir annähernd die Abfallskurve l_z.

Wenn wir in (5) $x - z = x'$ einsetzen, so erhalten wir

$$k'_{x,0} = k'_{x+z,z} \frac{l_0}{l_z}. \tag{5'}$$

Diese Relation verwenden wir zur Schätzung der relativen Zahl der Kinder, die den x-jährigen Vätern in den einzelnen Kalenderjahren geboren werden. Das Ergebnis zeigt, daß nach dem Sinken während des Krieges diese Zahlen kurz nach dem Kriege ihr Maximum erreichen, worauf sie allmählich, aber ständig fallen.

Die zu Beginn dieses Kapitels gestellte Frage können wir nun folgendermaßen beantworten: die Hauptgründe, die eine geringere Frequenz der Waisenrenten als den Rechnungsgrundlagen entspricht, zur Folge haben, sind:

a) das allgemeine Sinken der Geburtenhäufigkeit gegenüber dem Jahre 1896,

b) die vorübergehende starke Abnahme der Geburtenhäufigkeit während des Weltkrieges,

---

*) Soweit mir bekannt ist, verwendete die Relation $K_{x,z} = K_{x-z,o} \cdot \frac{l_z}{l_0} \cdot \frac{L_x}{L_{x-z}}$ erstmalig Prof. Fuhrich zur Ableitung der Zahlen $k_{x,z}$ zu einem anderen Zeitpunkte. Für unseren Zweck müssen wir jedoch einen anderen Weg wählen.

c) die immerwährende Abnahme der Geburtenhäufigkeit in den Nachkriegsjahren,

d) die geringere relative Kinderzahl der Männer im Zeitpunkte des Ablebens. Dazu kommt noch als teilweise Kompensation,

e) das Sinken der Kindersterblichkeit.

Diese Ergebnisse wurden nur für die Privatangestellten abgeleitet, haben jedoch allgemeine Gültigkeit. Eine Folge davon sind dann die Änderungen und Unregelmäßigkeiten in der Verteilung der Population nach dem Alter. Diese Tatsachen haben fast für alle Populationsfragen eine grundsätzliche Bedeutung; als Beispiel führe ich nur die derzeitige Entwicklung der Ehewahrscheinlichkeit und der Geburtenhäufigkeit an, die man ohne Rücksicht auf die derzeitige besondere Zusammensetzung der Population nach dem Alter nicht richtig beurteilen kann.

Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, daß die in Tabelle Nr. 7 enthaltenen Zahlen $k_{x,z}$ nicht nur von den Auswirkungen des Krieges betroffen wurden, sondern auch den Einfluß der Nachkriegsentwicklung der Geburtenhäufigkeit in sich tragen. Um eine geeignete Voraussetzung über die künftige Entwicklung der Geburtenhäufigkeit abzuleiten, gehen wir von der Relation (4) aus. Hiebei verwenden wir die neuesten Erfahrungen über die relative Kinderzahl für $z = 0$ und setzen voraus, daß diese Zahlen auch für die Zukunft gelten.

Wenn wir die mittels der Relation (4) abgeleiteten Zahlen als Rechnungsgrundlage für die relative Kinderzahl der Versicherten im Zeitpunkte ihres Ablebens für den Zeitraum 1929—1934 verwenden, so erhalten wir folgende Ergebnisse:

Tabelle Nr. 9.

Altersgruppe	Zahl der Waisenrenten 1929—1934		d. i. mehr (+) weniger (—) um %
	erwartet nach (4)	tatsächlich	
21—25	11,7	15	+28
26—30	187,5	181	— 3
31—35	547,7	495	—10
36—40	780,8	718	— 8
41—45	956,0	1014	+ 6
46—50	901,5	904	+ 0
51—55	591,8	694	+17
56—60	310,5	427	+38
61—65	150,0	267	+78
66—70	71,0	94	+32
71 u. mehr	42,4	65	+53
Zusammen	4550,9	4874	+ 7

Aus Relation (3) ergibt sich, daß wenn $p_x^{(z)} > p_x$ ist, $k_{x,z}$ einigermaßen unterschätzt ist, wenn wir $k_{x,z}$ auf das Kollektiv der lebenden Versicherten beziehen. In der Pensionsversicherung interessiert uns jedoch vor allem die relative Kinderzahl der Versicherten im Zeitpunkte ihres Ablebens, die bedeutend niedriger ist. Daraus können wir schließen, daß die Zahl der Kinder der Versicherten im Zeitpunkte des Ablebens etwas überschätzt ist. Bei den Waisenrenten, die in den Jahren 1929 bis 1934 angefallen sind, zeigt sich dies in den Altersklassen bis zum 40 Jahre. In den Altersklassen über 50 Jahren sind die erhobenen Zahlen ungefähr um $^1/_8$ höher als die erwarteten; erst eine künftige Erhebung wird zeigen, ob diese Abweichung zufällig und durch eine erhöhte Geburtenhäufigkeit in den ersten Nachkriegsjahren verursacht ist, oder ob sie andere Ursachen hat.

Quelques remarques sur la méthode de Lidston dans l'assurance sur la vie.

N. Podtiaguine, Praha. (La suite.)

Le tableau VIII donne les valeurs de l'annuité $a_{x\overline{n|}}$ calculées par la formule (11).

Tableau VIII.

x	n	$a_{x\overline{n\|}}$	Formule (11) valeur	Formule (11) erreur absolue	Formule (11) erreur relative en %
20	10	8,425	8,425	0,000	0,00
	20	14,036	14,035	—0,001	—0,01
	30	17,648	17,647	—0,001	—0,01
	40	19,812	19,811	—0,001	—0,01
	50	20,927	20,926	—0,001	0,00
	60	21,347	21,359	+0,012	+0,06
30	10	8,354	8,354	0,000	0,00
	20	13,732	13,731	—0,001	—0,01
	30	16,955	16,954	—0,001	—0,01
	40	18,615	18,611	—0,004	—0,02
	50	19,240	19,242	+0,002	+0,01
40	10	8,203	8,203	0,000	—0,00
	20	13,119	13,118	—0,001	—0,01
	30	15,651	15,643	—0,008	—0,05
	40	16,604	16,584	—0,020	—0,12
50	10	7,894	7,894	0,000	0,00
	20	11,961	11,951	—0,010	—0,08
	30	13,491	13,441	—0,050	—0,37
60	10	7,293	7,290	—0,003	—0,04
	20	10,037	9,977	—0,060	—0,60
70	10	6,235	6,209	—0,026	—0,42