

Aktuárské vědy

Jaroslav Stránský

Les sorties des assurances sociales

Aktuárské vědy, Vol. 6 (1936), No. 2, 56–62

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/144655>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Les sorties des assurances sociales.

Dr. Jaroslav Stránský.

Les lois sur les assurances sociales obligatoires concernent pour la plupart certaines catégories de salariés (ouvriers, employés privés etc.). Dès que le salarié cesse d'exécuter une profession de la catégorie respective, il n'est pas tenu à être assuré en vertu de la loi prévoyant l'obligation d'assurance. Les raisons de sortie de l'assurance peuvent être différentes: l'invalidité ou le décès de l'assuré, ayant — en règle — pour suite l'attribution d'une rente, ou bien le changement de la catégorie de profession (ouvrier — employé privé), causant un transfert de la réserve mathématique. Cependant, dans l'article présent, nous n'allons nous occuper que des sorties de l'assurance dont les raisons sont autres que celles mentionnées plus haut. Nous citons à titre d'exemple le chômage ou le choix d'une profession, où les personnes occupées ne sont plus obligées à être assurées. Il s'agit donc des cas où la sortie de l'assurance n'est ni suivie d'une allocation quelconque en faveur de l'assuré ni d'un transfert de réserves. Lorsqu'un certain délai de garantie est passé, la personne sortie de l'assurance perd tous droits envers l'institut d'assurance, à moins qu'elle ne rentre dans l'assurance plus tard. Ces sorties définitives, sans rentrées postérieures dans l'assurance, amènent naturellement des bénéficiaires à la caisse d'assurance.

Les expériences de différentes caisses d'assurance — surtout les chiffres de l'Institut général tchécoslovaque d'assurances-pensions que je vais traiter en détail plus loin — montrent que l'étendue des sorties définitives est assez grande. Il est donc nécessaire d'en tenir compte, comme ces sorties ont une influence considérable soit sur le calcul des cotisations d'assurance, soit sur les valeurs actuarielles du bilan technique.

Il est évident que la fréquence des sorties dépend essentiellement de l'étendue et de la construction de la législation d'assurances sociales dans les différents pays. En outre, la structure économique et sociale de l'ensemble, non seulement d'assurés, mais aussi de toute la population d'un pays a une certaine influence à la fréquence des sorties. Il en suit que les bases statistiques pour l'évaluation de l'influence des sorties définitives sont autres pour chaque branche d'assurances et pour chaque pays. Il est donc convenable que chaque caisse d'assurance établisse les bases nécessaires sur ses propres expériences, car elle ne peut employer les données étrangères qu'avec une grande précaution.

Il y a deux extrêmes pour apprécier l'influence des sorties définitives. L'un de ces extrêmes est propre à la méthode de couverture des frais de l'assurance sociale, appelée le système du capitalisation (*Kapitaldeckungssystem*). Dans ce système, le taux des cotisations est calculé de telle manière que dans chaque année les retraites nouvellement attribuées soient couvertes par les capitaux de couverture,

ainsi qu'il n'y a pas des fonds spéciaux pour le remboursement des droits des assurés cotisants. Il est évident que dans ce système on ne respecte pas les droits des assurés sortis, ainsi que les réserves de tous les assurés sortant — même s'il ne quittent l'assurance que pour un temps passager — sont caduques. Par contre, le système de la prime moyenne permet de tenir compte des droits des assurés aussi après leurs sorties de l'assurance et admet même l'autre extrême: c'est-à-dire de traiter les assurés sortis comme les autres assurés actifs.

Si l'on veut donc tenir compte des sorties de l'assurance, on est obligé de choisir le système de la prime moyenne pour la couverture des frais de l'assurance sociale.

Un premier essai d'établir au moins des chiffres approximatifs sur l'effet financier des sorties définitives des assurés a été fait dans le Mémoire allemand de 1899 sur les assurances d'invalidité. Mais c'était seulement en 1914, que les sorties étaient respectées dans les calculs du bilan actuariel. A défaut des expériences sur les sorties, il fallait tout de même se contenter d'une approximation tout à fait grossière.

En Tchécoslovaquie, on tient compte des sorties définitives des assurés dans les assurances sociales ouvrières et surtout dans les assurances sociales des employés privés, dont le travail est plutôt intellectuel.

Dans les assurances sociales ouvrières on a pris en considération les sorties des assurés pour la première fois dans le bilan actuariel du 31 décembre 1929, qui a servi de base pour la modification de la loi de 1934. Le règlement des assurances obligatoires n'étant pas en vigueur pendant une période assez longue on n'a pas pu établir des statistiques suffisantes. Par conséquent on a respecté seulement les sorties des femmes, provoquées par le mariage. On a trouvé les bases nécessaires, en suivant les 9.648 cas des femmes assurées qui se sont mariées dans la première moitié de l'année 1929. Jusqu'à la fin de 1930 en sont sorties 5.040, c'est-à-dire plus d'une moitié d'assurées. Leurs répartition d'après l'âge est démontrée dans la table suivante:

Age au moment de mariage	Nombre des assurées mariées dans la première moitié de 1929	Nombre des assurées sorties jusqu'à la fin de 1930	
		absolu	en % de la colonne 2
1	2	3	4
jusqu'à 20	1.157	551	48
21—25	4.907	2.527	51
26—30	2.423	1.297	54
31—35	728	426	59
36—40	281	158	56
41—45	90	55	61
46—50	40	19	48
51 et au-dessus ..	22	7	32
Total	9.648	5.040	52

La table précédente prouve: 1° que le nombre relatif des femmes mariées et sorties de l'assurance ne dépend pas essentiellement de l'âge et 2° que le total jusqu'à la fin de 1930 est pour tous les âges de 50% environ. Quelques unes de ces femmes sortiront de l'assurance sans doute encore après l'année 1930, tandis que d'autres entreront de nouveau dans l'assurance. Parcequ'il n'était pas possible d'évaluer ces deux phénomènes, ils n'étaient pas pris en considération. En se servant des dates de la table reproduite plus haut avec toute réserve, on a supposé que seulement jusqu'à l'âge de trente ans 50% d'assurées sortent définitivement de l'assurance à cause de leur mariage. Pour les âges supérieurs on n'a pris par précaution qu'un taux de 25%.

Pour évaluer les sorties dans les calculs actuariels, on a construit l'ordre d'activité ${}^p l_x^{aa}$ après avoir fait la supposition que les taux de mortalité et d'invalidité sont égaux pour les assurées célibataires ainsi que pour les assurées mariées. En désignant le groupe d'assurées célibataires par $l_x^{aa(s)}$ et le groupe de femmes mariées par $l_x^{aa(vp)}$ on parvient aux relations suivantes:

$$\begin{aligned} {}^p l_x^{aa} &= l_x^{aa(s)} + l_x^{aa(vp)}, \\ l_x^{aa(s)} &= l_{x-1}^{aa(s)} \cdot p_{x-1}^{aa} \cdot (1 - m_{x-1}), \\ l_x^{aa(vp)} &= l_{x-1}^{aa(vp)} \cdot p_{x-1}^{aa} + l_{x-1}^{aa(s)} \cdot m_{x-1} \cdot r_{x-1} \cdot p_{x-1}^{aa}; \end{aligned}$$

m_x y signifie la probabilité de nuptialité pour une assurée âgée de x ans et r_x la probabilité que l'assurée âgée de x ans au moment du mariage reste assurée même après le mariage. Au moyen de l'ordre d'activité mentionné on a déduit les valeurs actuarielles qui tiennent compte des sorties définitives. Le calcul prouve que le passif du bilan technique dont la somme totale s'élève à 25 milliards Kč, est diminué par les bénéfices provenant des sorties définitives de 300 millions Kč. On voit donc que l'influence des sorties est assez considérable, quoique on n'en a tenu compte que d'une manière très restreinte.

Nous allons maintenant traiter en détail les sorties définitives d'assurances sociales des employés privés en Tchécoslovaquie. A partir de 1920, un arrêté du ministère de la prévoyance sociale permettait de réduire les réserves des assurés sortis, dans les bilans actuariels. Les résultats des recherches statistiques effectuées par l'Institut d'assurances-pensions des employés en vue d'une modification de la loi du 1^{er} janvier 1929 étaient déjà suffisants pour établir le nombre d'assurés sortant chaque années d'assurance, leur âge moyen et les classes de salaire dans lesquelles ils étaient assurés. On s'est servi de ces dates ainsi que de la supposition sur le développement futur du nombre des assurés sortant en calculant le taux des primes d'assurance. La méthode des calculs actuariels est expliquée en détail dans les articles de M. Havlík publiés dans la première et deuxième année de ce trimestriel.

Au cours des travaux pour les bilans techniques de l'Institut général d'assurances-pensions en date du 31 décembre 1929 et 1931 on a fait des recherches statistiques sur toutes les personnes assurées en quelque temps que ce soit par l'Institut. Les résultats de ces recherches ont rendu possible la construction des bases statistiques détaillées et suffisantes pour pouvoir évaluer l'influence des sorties définitives sur l'équilibre financier de l'Institut.

D'abord, on a calculé les probabilités α_v que l'assuré sorti d'assurance il y a v ans et n'y étant pas rentré jusqu'à présent, n'y rentrera point dans l'avenir. Pour obtenir les probabilités α_v , on a — en 1929 — pris en considération: 1° la répartition des assurés sortis d'après leur année de sortie et 2° les dates sur les rentrées pendant l'année 1929; en 1931, on s'est servi des données sur la répartition susdite d'après l'effectif au 1 janvier 1929, 31 décembre 1929, 31 décembre 1930 et 31 décembre 1931.

Désignons par $s_{k,l}$ le nombre d'assurés qui sont sortis de l'assurance au cours de l'année k et qui n'y sont pas rentrés jusqu'à la fin de l'année l ; les nombres $s_{k,l}$ ont été déduits directement des résultats de recherches concernant les années $k = 1922, 1923, \dots$ et $l = 1928, 1929, 1930$ et 1931. La différence

$$s_{k,l} - s_{k,l+1}$$

indique le nombre des assurés qui sont rentrés dans l'assurance pendant l'année $(l + 1)$ après une interruption de

$$v = l + 1 - k$$

années. Désignons cette différence, exprimée en p. c. du nombre des sorties à la fin de l'année l , σ_v ; donc

$$\sigma_v = \frac{100 (s_{k,l} - s_{k,l+1})}{s_{k,l}}$$

En prenant la moyenne arithmétique de ces nombres pour tous les quatre l , nous obtenons le nombre moyen d'assurés rentrant dans l'assurance pendant une année sur cent assurés qui ont quitté l'assurance il y a v ans et qui n'y sont pas encore rentrés au commencement de l'année en considération. Ces nombres σ_v sont liés avec les probabilités α_v par la relation:

$$\alpha_v = 100 - \frac{1}{100^{9-v}} \prod_{k=0}^{9-v} (100 - \sigma_{v+k})$$

parce que pour $v \geq 10$, $\sigma_v = 0$.

La constance des résultats est prouvée par la table suivante, où les probabilités calculées en 1929 et 1931 sont comparées.

ν	Nombre d'assurés, qui ne rentreront plus dans l'assurance, sur 100 assurés sortis il y a ν ans de l'assurance			
	Hommes		Femmes	
	1929	1931	1929	1931
1	39	42,5	55	60
2	57	59	80	80
3	77	77	87	87
4	84	84	90	91
5	89	89	93	93
6	92	92	95	95
7	95	94	96	96
8	98	96	98	97
9	99	98	99	98
10	100	100	100	100

En outre, on a déduit les fréquences β_n exprimant le nombre d'assurés sortis définitivement après avoir acquis n années de cotisation. Ces fréquences ont été déduites: 1° de la répartition des assurés d'après la période de cotisation et 2° à l'aide des nombres α_ν , de manière suivante:

Nous partons des nombres $t_{k,n}$ exprimant le nombre des assurés qui sont sortis de l'assurance dans l'année k après n années de cotisation et qui ne sont pas rentrés dans l'assurance jusqu'à la fin de 1931; ces nombres ont été pris directement des résultats des recherches statistiques effectuées en vue des années $k = 1922, 1923, \dots, 1930$ et de la durée $n = 0, 1, 2, \dots, 9$. Supposons que les assurés $t_{k,n}$ ont été assurés jusqu'à leur sortie sans interruption; ces assurés sont alors entrés pour la première fois en l'assurance dans l'année $\nu = k - n$. Le nombre d'assurés qui n'en rentreront plus dans l'assurance est donné par la relation .

$$\tau_{\nu,n} = \frac{t_{k,n} \cdot \alpha_{1931-k}}{100}.$$

Les chiffres $\tau_{\nu,n}$ expriment donc le nombre d'assurés qui entrent dans l'assurance pendant l'année ν et sortent définitivement de l'assurance après n années de cotisation. Etablissant la somme des nombres $\tau_{\nu,n}$ pour toutes les années d'entrée dans l'assurance, cette somme exprime le nombre total d'assurés sortis définitivement après n années de cotisation. Pour évaluer leur nombre relatif, nous partons de la répartition de tous les assurés d'après la durée de cotisation et en déduisons le nombre total d'assurés G_ν entrés en l'assurance au cours de l'année ν . Pour le nombre d'assurés, qui sortiront définitivement dans la n -ième année sur 100 assurés entrant dans l'assurance, nous obtenons l'expres-

sion

$$\beta_n = \frac{\sum_v \tau_{v,n}}{\sum_v G_v}$$

Les nombres β_n — ainsi que les α_v — calculés en 1931 ne diffèrent guère des nombres calculés en 1929, comme le prouve la table suivante:

n	Nombre d'assurés qui sortiront définitivement sur 100 assurés entrant dans la n-tième année de cotisation			
	Hommes		Femmes	
	1929	1931	1929	1931
1	9,5	9,1	12,4	12,4
2	6,4	6,9	7,9	8,7
3	5,0	5,4	6,1	7,1
4	4,0	4,5	4,9	5,7
5	2,9	3,5	4,2	4,7
6	2,0	2,5	3,5	3,9
7	1,6	1,8	2,7	3,1
8	1,3	1,5	2,3	2,4
9	—	1,0	—	1,8
Somme	32,7	36,2	44,0	49,8

Les nombres α_v et β_n suffisent à l'évaluation de l'effet financier des sorties définitives au bilan actuariel. Les sorties définitives provoquent d'une part la réduction des obligations de l'Institut qui forment le passif du bilan, d'autre part la réduction des cotisations futures des assurés qui constituent l'actif du bilan.

Cette influence fut évaluée séparément pour les trois groupes des assurés: 1° Ceux qui à la date du bilan étaient dans l'ensemble des assurés sortis, 2° les personnes assurées à cette date et enfin 3° les assurés qui entreront en l'assurance dans l'avenir.

En multipliant le nombre d'assurés sortis — répartis d'après l'année de sortie — qui ne rentrèrent pas encore dans l'assurance, par les probabilités relatives α_v , nous obtenons tout de suite le nombre d'assurés sortis qui ne rentreront plus. L'effet financier de ces sorties définitives est donnée par le fait que nous n'évaluons les valeurs actuarielles que pour le reste des assurés, c'est-à-dire pour ceux qui entreront de nouveau.

Pour les assurés non sortis, nous calculons l'effet financier des sorties définitives de manière suivante: Soit $L_{x,n}$ le nombre d'assurés âgés de x ans ayant acquis n années de cotisation. Parce que les chiffres β_n sont exprimés en p. c. du nombre d'assurés entrants, il faut évaluer avant tout le nombre d'assurés $L_{x,n}$ qui sont entrés dans l'assurance il y a n ans à l'âge de $(x - n)$ ans et dont — après n ans (c'est-à-dire à la date

du bilan) — il ne reste qu'un groupe dont le nombre s'élève à $L_{x,n}$. La relation entre les nombres $L_{x,n}$ et $l_{x,n}$ est donnée par l'équation

$$L_{x,n} = l_{x,n} \cdot \frac{l_x^{aa}}{l_{x-n}^{aa}} - \frac{l_{x,n}}{100} \cdot \sum_{i=1}^n \beta_i$$

d'où il suit

$$l_{x,n} = \frac{L_{x,n}}{\frac{l_x^{aa}}{l_{x-n}^{aa}} - \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i}{100}}$$

Du groupe $L_{x,n}$ un certain nombre donné par la relation suivante sortira définitivement de l'assurance:

$$\lambda_{x,n} = l_{x,n} \cdot \frac{\sum_{i=n+1}^{\omega} \beta_i}{100} = \frac{L_{x,n} \cdot \sum_{i=n+1}^{\omega} \beta_i}{100 \left(\frac{l_x^{aa}}{l_{x-n}^{aa}} - \sum_{i=1}^{\omega} \beta_i \right)}$$

où ω est le nombre le plus élevé i pour lequel $\beta_i \neq 0$ ainsi que $\beta_{\omega+k} = 0$ pour $k > 0$. La durée moyenne en années après laquelle ces assurés sortiront définitivement de l'assurance, est donnée par la relation approximative:

$$\delta_n = \frac{\frac{1}{2}\beta_{n+1} + \frac{3}{2}\beta_n + \dots + (\omega - n - \frac{1}{2})\beta_{\omega}}{\sum_{i=1}^{\omega-n} \beta_{n+i}} = \frac{1}{2} + \frac{\sum_{i=2}^{\omega-n} \sum_{k=0}^{\omega-n-i} \beta_{n+i+k}}{\sum_{i=1}^{\omega-n} \beta_{n+i}}$$

Les valeurs des droits des assurés et des cotisations des $L_{x,n}$ assurés diminuent donc à cause des sorties définitives des valeurs des droits et des cotisations des $\lambda_{x,n}$ assurés différées de δ_n ans.

Du nombre d'assurés entrant dans l'assurance nous obtenons le total d'assurés qui en sortiront définitivement en multipliant ce nombre par l'expression

$$\sum_{i=1}^{\omega} \beta_i;$$

la sortie survient en moyenne après

$$\delta = \frac{1}{2} + \frac{\sum_{i=2}^{\omega} \sum_{k=0}^{\omega-i} \beta_{i+k}}{\sum_{i=1}^{\omega} \beta_i}$$

années. La réduction des valeurs actuarielles pour l'ensemble des assurés entrant dans l'assurance est donnée par les valeurs des assurés qui en sortiront définitivement dans l'avenir différées de δ ans.