Aktuárské vědy

J. F. Steffensen

Zur Theorie der Invaliditätstafel

Aktuárské vědy, Vol. 6 (1936), No. 1, 1–9

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/144647

Zur Theorie der Invaliditätstafel.

Von *J. F. Steffensen* (Kopenhagen).

1. Es kommt in der Praxis häufig vor, daß eine Gesellschaft gleichzeitig Lebens- und Pensionsversicherung betreibt. Es ist dann eine gewöhnliche Sterbetafel vorhanden; über die Wahrscheinlichkeit, Invalid (pensioniert) zu werden, und über die besondere Sterblichkeit der Invaliden müssen aber plausible Annahmen gemacht werden — es sei denn, daß die Gesellschaft ausnahmsweise eigene Erfahrungen besitzt, aus welchen diese Wahrscheinlichkeiten ermittelt werden können. Wenn man aber Wahrscheinlichkeiten, welche verschiedenem Menschenmaterial entstammen, kombiniert, läuft man die Gefahr, Widersprüche in die Invaliditätstafel einzuführen, wie z. B. negative Wahrscheinlichkeiten oder negative Überlebenden in gewissen Altern. Zweck der vorliegenden Untersuchung ist, zu zeigen, wie derartige Widersprüche vermieden werden können.

Die grundlegenden Relationen zwischen den vier auf diesem Gebiete auftretenden Intensitäten darf ich als bekannt annehmen,[1]) und ich begnüge mich damit, sie hier ohne Beweis zusammenzustellen, mit den von mir l. c. benutzten Bezeichnungen, wobei Symbole mit nur einem Buchstabenindex oben, wie z. B. μ_x^β und l_x^β, in derselben Beziehung stehen sollen wie dieselben Symbole ohne solchem Index, also μ_x und l_x. Von einer doppelt abgestuften Sterbetafel der Invaliden, welche in der sozialen Versicherung eine Notwendigkeit ist, aber in der privaten Pensionsversicherung entbehrlich scheint, wird hier abgesehen; auch wird es auf diesem Gebiete nicht notwendig sein, mit der Möglichkeit einer Reaktivierung der einmal Invalid gewordenen zu rechnen.

Es sei also μ_x^a die Sterbeintensität der Aktiven, μ_x^β die Invalidisierungsintensität; dann bestehen die Relationen

[1]) G. Schaertlin: Zur mathematischen Theorie der Invaliditätsversicherung, Bern, 1907.

E. Schoenbaum: Note sur la théorie mathématique des assurances contre l'invalidité (Aktuárské Vědy, 1931, p. 10).

J. F. Steffensen: Some Remarks on Invalidity Functions (IX International Congress of Actuaries, vol. III, p. 68).

$$\mu_x{}^a = \mu_x{}^\alpha + \mu_x{}^\beta, \tag{1}$$
$$l_x = l_x{}^a + l_x{}^j, \tag{2}$$

wo $l_x{}^a$ die in l_x enthaltenen Aktiven, $l_x{}^j$ die Invaliden bedeuten. Für die letzteren hat man den Ausdruck

$$l_x{}^j = l_x{}^i \int_{x_0}^{x} \frac{l_x{}^a \mu_x{}^\beta}{l_x{}^i} \, \mathrm{d}x, \tag{3}$$

indem x_0 das Anfangsalter, wo keine Invaliden vorhanden sind, bedeutet. Es ist demnach $l_{x_0}{}^a = l_{x_0}$ und

$$l_x = l_x{}^a + l_x{}^i \int_{x_0}^{x} \frac{l_x{}^a \mu_x{}^\beta}{l_x{}^i} \, \mathrm{d}x. \tag{4}$$

Schreiben wir der Kürze halber

$$l_x{}^{i\beta} = l_x{}^i l_x{}^\beta, \tag{5}$$

erhält man aus (4) in bekannter Weise

$$l_x{}^a = l_x - l_x{}^{i\beta} \int_{x_0}^{x} \frac{l_x \mu_x{}^\beta}{l_x{}^{i\beta}} \, \mathrm{d}x, \tag{6}$$

so daß man für $l_x{}^j$ den weiteren Ausdruck hat

$$l_x{}^j = l_x{}^{i\beta} \int_{x_0}^{x} \frac{l_x \mu_x{}^\beta}{l_x{}^{i\beta}} \, \mathrm{d}x. \tag{7}$$

Da

$$\frac{\mu_x{}^\beta}{l_x{}^\beta} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(\frac{1}{l_x{}^\beta} \right),$$

erhält man aus (6) durch Teilintegration die später nützlich werdende Formel

$$\frac{l_x{}^a}{l_x{}^{i\beta}} = \frac{l_{x_0}}{l_{x_0}{}^{i\beta}} + \int_{x_0}^{x} \frac{\mu_x{}^i - \mu_x}{l_x{}^{i\beta}} \, l_x \, \mathrm{d}x. \tag{8}$$

Wir erinnern noch an die Beziehung

$$l_x \mu_x = l_x{}^a \mu_x{}^a + l_x{}^j \mu_x{}^i \tag{9}$$

und an die durch Differentiation von (2) entstehende Formel

$$l_x \mu_x = l_x{}^a \mu_x{}^a + l_x{}^j \mu_x{}^j, \tag{10}$$

welche beide Relationen durch (1) und (2) auf verschiedene anderen naheliegenden Formen gebracht werden können.

2. Wir nehmen jetzt an, daß die drei Intensitäten

$$\mu_x, \quad \mu_x^i, \quad \mu_x^\beta \tag{11}$$

für alle $x \geqq x_0$ gegeben und positiv sind. Die übrigen in Betracht kommenden Intensitäten μ_x^a, μ_x^a und μ_x^j sowie die entsprechenden l-Funktionen können dann durch die obigen Relationen berechnet werden. Die Widerspruchslosigkeit der in dieser Weise erhaltenen Tafeln folgt aber keineswegs aus der Tatsache, daß die Intensitäten (11) positiv sind. Aus (7) folgt freilich, daß dann $l_x^j > 0$ für alle $x > x_0$,[2]) so daß nach (2) $l_x > l_x^a$; daß aber $l_x^a > 0$, kann noch nicht festgestellt werden. Wie wenig durch die bloße Forderung, daß die Intensitäten (11) positiv sind, erreicht ist, werden wir durch ein einfaches Beispiel zeigen, indem wir annehmen, daß die drei Intensitäten konstant sind:

$$\mu_x = a, \ \mu_x^i = b, \ \mu_x^\beta = c, \tag{12}$$

also nach geeigneter Wahl von Radix

$$l_x = e^{-ax}, \ l_x^i = e^{-bx}, \ l_x^\beta = e^{-cx}, \tag{13}$$

wo a, b und c positiv sind.

Man findet jetzt bei (6) für $b - a + c \neq 0$

$$l_x^a = \frac{b-a}{b-a+c}\, e^{-ax} + \frac{c}{b-a+c}\, e^{(b-a+c)x_0-(b+c)x}, \tag{14}$$

und für $b - a + c = 0$

$$l_x^a = [1 - c\,(x - x_0)]\, e^{-ax}. \tag{15}$$

Es verschwindet also jedenfalls l_x^a für $x \to \infty$.

Für $b \geqq a$ ist l_x^a augenscheinlich monoton abnehmend und positiv für alle endlichen Werte von $x > x_0$.

Für $b < a$ verschwindet dagegen l_x^a nach (14) in dem Punkt

$$x = x_0 + \frac{\operatorname{Log}(a-b) - \operatorname{Log} c}{(a-b) - c}, \tag{16}$$

und nach (15) in dem Punkt

$$x = x_0 + \frac{1}{c} \tag{17}$$

und bleibt danach negativ. Diese Werte sind offenbar immer $> x_0$.

Was μ_x^a betrifft, so erhält man aus (14)

$$\mu_x^a = a + \frac{c\,(b-a+c)}{c + (b-a)\, e^{(b-a+c)(x-x_0)}} \quad (b - a + c \neq 0), \tag{18}$$

---

[2]) Den Zusatz „für alle $x > x_0$“ werden wir oft auslassen, wo Mißverständnisse nicht zu befürchten sind.

und aus (15)

$$\mu_x{}^a = a + \frac{c}{1 - c\,(x - x_0)} \qquad (b - a + c = 0). \tag{19}$$

Für $b > a$ ist $\mu_x{}^a$ daher monoton abnehmend von $a + c$ gegen a; für $b = a$ konstant und $= a + c$.

Für $b < a$ wird $\mu_x{}^a$ unendlich in dem Punkt, wo $l_x{}^a = 0$. Bis diesen Punkt, gegeben durch (16) oder (17), wächst $\mu_x{}^a$ monoton von $a + c$ gegen $+\infty$, springt dann von $+\infty$ auf $-\infty$, und wächst danach monoton gegen a, wenn $b - a + c \geqq 0$, und gegen $b + c$, wenn $b - a + {} + c < 0$. Nach (18) verschwindet $\mu_x{}^a$ in dem Punkt

$$x = x_0 + \frac{\operatorname{Log}(a - b) - \operatorname{Log} c}{(a - b) - c} + \frac{\operatorname{Log} a - \operatorname{Log}(b + c)}{a - (b + c)}, \tag{20}$$

welcher, wie die Schreibweise (oder das obige Räsonnement) zeigt, rechts von dem Punkt (16) liegt. Nach (19) verschwindet $\mu_x{}^a$ für

$$x = x_0 \quad \frac{1}{c} + \frac{1}{a}. \tag{21}$$

Für $l_x{}^j$ gilt, wenn $b - a + c \neq 0$,

$$l_x{}^j = \frac{c}{b - a + c}\left[e^{-ax} - e^{(b-a+c)x_0-(b+c)x}\right], \tag{22}$$

und, wenn $b - a + c = 0$,

$$l_x{}^j = c\,(x - x_0)\,e^{-ax}. \tag{23}$$

Seinen Maximalwert erhält $l_x{}^j$ nach (22) für

$$x = x_0 + \frac{\operatorname{Log} a - \operatorname{Log}(b + c)}{a - (b + c)}, \tag{24}$$

und nach (23) für

$$x = x_0 + \frac{1}{a}; \tag{25}$$

diese Werte sind offensichtlich $> x_0$.

Der Verlauf von $l_x{}^j$ hat demnach an und für sich nichts Auffallendes, aber unter Umständen, wo $l_x{}^a$ negativ wird, hat man wegen (2) $l_x{}^j > l_x$, was natürlich unsinnig ist.

Man hat schließlich für $\mu_x{}^a$ nach (1) und (12)

$$\mu_x{}^a = \mu_x{}^a - c, \tag{26}$$

und der Verlauf von $\mu_x{}^a$ folgt daher unmittelbar aus dem über $\mu_x{}^a$ Gesagten. Es muß selbstverständlich verlangt werden, daß $\mu_x{}^a$ positiv ist, so daß jedenfalls $b \geqq a$ sein muß. Für $b > a$ nimmt $\mu_x{}^a$ monoton ab von a gegen $a - c$; für $b = a$ ist $\mu_x{}^a$ konstant und $= a$. Wenn $b > a$, muß man daher $a \geqq c$ verlangen.

Wenn μ_x^a positiv ist, werden μ_x^a und l_x^a natürlich auch positiv sein. Falls man durch „Widerspruchslosigkeit der Grundlage" nur versteht,[3]) daß außer der drei Intensitäten (11) auch μ_x^a positiv ist,[4]) sind wir daher zu dem Resultat gelangt, daß die Grundlage widerspruchslos sein wird, wenn von den positiven Konstanten a, b und c entweder

$$b > a \geqq c \tag{27}$$

oder

$$b = a \tag{28}$$

ist.

Durch Intensitäten ausgedruckt lauten diese Bedingungen

$$\mu_x^i > \mu_x \geqq \mu_x^\beta, \tag{27a}$$

$$\mu_x^i = \mu_x, \tag{28a}$$

Forderungen, welche natürlich nicht ohne weiteres auf den Fall überführt werden können, wo die drei Intensitäten (11) nicht konstant sind.

3. Wir kehren jetzt zu dem allgemeineren Problem zurück, wo die Intensitäten (11) freilich nicht konstant, aber doch positiv gewählt werden sollen. Indem wir die in der Praxis gewöhnlich vorliegende Situation in Augen fassen, scheidet die sehr vereinfachende Möglichkeit, $\mu_x^i = \mu_x$ zu setzen, sofort aus; denn in der Pensionsversicherung haben die früh Invalid gewordenen eine bedeutend erhöhte Sterblichkeit. Dagegen empfiehlt es sich,

$$\mu_x^i > \mu_x \tag{29}$$

für alle $x \geqq x_0$ zu wählen. Wenn μ_x^i und μ_x demselben Beobachtungsmaterial entstammen, kann es freilich eintreffen, daß im Greisenalter $\mu_x^i < \mu_x$, und dann muß natürlich diese Tatsache respektiert werden; aber unter den hier angenommenen Umständen, wo μ_x^i einem fremden Material entnommen werden soll, und das aus der Rechnung resultierende μ_x^a daher mehr oder weniger hypotetisch wird, scheint es besser an die Hypothese (29) festzuhalten. Wir werden zunächst untersuchen, was hieraus für unser Problem folgt.

Man ersieht jetzt aus (8), daß $l_x^a > 0$, was früher nicht bewiesen werden konnte. Aus dieser Tatsache in Verbindung mit dem schon bewiesenen $l_x^j > 0$ folgt ferner durch (2), daß $l_x > l_x^j$, so daß im ganzen

$$0 < l_x^a < l_x, \quad 0 < l_x^j < l_x \tag{30}$$

bewiesen ist.

Man erhält ferner aus (9) und (2)

$$\mu_x = \frac{l_x^a \mu_x^a + l_x^j \mu_x^i}{l_x^a + l_x^j},$$

[3]) Es kann natürlich noch darüber diskutiert werden, ob diese Definition der Widerspruchslosigkeit für alle Zwecke genügt.

[4]) Negative Werte von μ_x^j sind dagegen zulässig.

so daß μ_x ein Mittelwert mit positiven Gewichten von μ_x^a und μ_x^i ist. Es ist also wegen (29)

$$\mu_x^a < \mu_x < \mu_x^i. \tag{31}$$

4. Die Annahme $\mu_x^i > \mu_x$ genügt noch nicht, wie das Beispiel in Paragraph 2 lehrt, um zu sichern, daß $\mu_x^a > 0$. Wir müssen daher unseren Intensitäten (11) noch eine Bedingung auferlegen. Die Forderung $\mu_x^a > 0$ ist nach (9) damit gleichbedeutend, daß $l_x \mu_x > l_x^i \mu_x^i$ oder

$$\mu_x^i < \frac{\mu_x}{1 - \dfrac{l_x^a}{l_x}}; \tag{32}$$

hier ist jedoch vorläufig die rechte Seite von dem unbekannten l_x^a abhängig. Es ist aber, indem $l_{x_0} = l_{x_0}^a$,

$$\frac{l_x^a}{l_x} = e^{-\int\limits_{x_0}^{x} (\mu_x^a - \mu_x) \mathrm{d}x}$$

$$= e^{-\int\limits_{x_0}^{x} (\mu_x^a + \mu_x^\beta - \mu_x) \mathrm{d}x}$$

und somit, da nach (31) $\mu_x > \mu_x^a$,

$$\frac{l_x^a}{l_x} > e^{-\int\limits_{x_0}^{x} \mu_x^\beta \mathrm{d}x}$$

oder

$$\frac{l_x^a}{l_x} > \frac{l_x^\beta}{l_{x_0}^\beta}. \tag{33}$$

Eine hinreichende Bedingung dafür, daß (32) erfüllt ist, und deshalb dafür, daß $\mu_x^a > 0$, ist daher, daß μ_x^i so gewählt wird, daß

$$\mu^i_x < \frac{\mu_x}{1 - \dfrac{l_x^\beta}{l_{x_0}^\beta}}.$$

Nimmt man auch (29) in Betracht, wird das Resultat unserer Untersuchung sein, daß μ_x^a jedenfalls positiv sein wird, wenn μ_x und μ_x^β positive Funktionen sind, und μ_x^i zwischen den Grenzen

$$\mu_x < \mu_x^i < \frac{\mu_x}{1 - \dfrac{l_x^\beta}{l_{x_0}^\beta}}, \tag{34}$$

gewählt wird. In der Praxis dürften diese Grenzen genügen. In den jüngeren Jahren sind sie sogar sehr weit, später verengern sie sich beträchtlich, und in den Greisenjahren ist $\mu_x{}^i$ kaum mehr von μ_x unterscheidbar; aber dies ist kein Übelstand, denn zwischen $\mu_x{}^i$ und μ_x muß eine gewisse asymptotische Verwandschaft bestehen, welche darin zum Ausdruck kommt, daß im Laufe der Zeit alle, die nicht als Aktive gestorben sind, dienstunfähig werden müssen[5]) und dann der Sterblichkeit $\mu_x{}^i$ unterliegen.

5. Wir werden jetzt untersuchen, wie sich $\frac{l_x}{l_x{}^i}$ für große Werte von x verhält, wenn $\mu_x{}^i$ zwischen den Grenzen (34) gewählt ist. Wir schreiben dabei (34) auf die Form

$$0 < \mu_x{}^i - \mu_x < \frac{l_x{}^\beta \mu_x}{l_{x_0}{}^\beta - l_x{}^\beta}. \tag{35}$$

Es ist

$$\frac{l_x}{l^i{}_x} = \frac{l_{x_0}}{l_{x_0}{}^i}\, e^{\int\limits_{x_0}^{x}(\mu_x{}^i - \mu_x)\,\mathrm{d}x}. \tag{36}$$

Für $x \geqq x_0 + 1$ hat man aber

$$\begin{aligned}\int\limits_{x_0}^{x}(\mu_x{}^i - \mu_x)\,\mathrm{d}x &= \int\limits_{x_0}^{x_0+1}(\mu_x{}^i - \mu_x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{x_0+1}^{x}(\mu_x{}^i - \mu_x)\,\mathrm{d}x \\ &< \int\limits_{x_0}^{x_0+1}(\mu_x{}^i - \mu_x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_{x_0+1}^{x}\frac{l_x{}^\beta \mu_x}{l_{x_0}{}^\beta - l_x{}^\beta}\,\mathrm{d}x \\ &< \int\limits_{x_0}^{x_0+1}(\mu_x{}^i - \mu_x)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{l_{x_0}{}^\beta - l^\beta{}_{x_0+1}}\int\limits_{x_0+1}^{x} l_x{}^\beta \mu_x\,\mathrm{d}x,\end{aligned}$$

wo das letzte Integral im Allgemeinen (z. B. wenn μ_x und $\mu_x{}^\beta$ als Makeham-Ausdrücke dargestellt sind) für $x \to \infty$ konvergiert. Alsdann ist auch $\int\limits_{x_0}^{\infty}(\mu_x{}^i - \mu_x)\,\mathrm{d}x$ konvergent, und $\frac{l_x}{l_x{}^i}$ hat einen Grenzwert für $x \to \infty$. Man kann daher Radix für $l_x{}^i$ in solcher Weise wählen, daß

$$\frac{l_x}{l_x{}^i} \to 1 \text{ für } x \to \infty. \tag{37}$$

6. Die Bedingung (35) kann erfüllt werden, indem man

$$\mu_x{}^i = \mu_x + \frac{l_x{}^\beta \mu_x}{l_{x_0}{}^\beta - l_x{}^\beta}\cdot \eta_x \tag{38}$$

---

[5]) Es wird angenommen, daß $\mu_x{}^\beta$ für alle x kontinuierlich ist. Der Fall, wo Pensionierung spätestens bei einem gewissen Alter erfolgt, muß dann durch Kombination von $a_x{}^{ai}$ und $a_x{}^a$ in bekannter Weise erledigt werden.

setzt, wo η_x irgend eine zwischen 0 und 1 verlaufende Funktion ist. Bei der praktischen Durchführung habe ich vorgezogen,

$$\mu_x^i = \mu_x + \frac{l_x^\beta}{h_x}, \tag{39}$$

zu setzen und die Funktion

$$h_x \equiv \frac{l_x^\beta}{\mu_x^i - \mu_x} \tag{40}$$

durch einen Makeham-Ausdruck

$$h_x = a + br^x \tag{41}$$

darzustellen. Man hat dann zur Berechnung von l_x^a durch (8)

$$\frac{l_x^a}{l_x^{i\beta}} = \frac{l_{x_0}}{l_{x_0}^{i\beta}} + \int_{x_0}^{x} \frac{l_x}{l_x^i} \cdot \frac{dx}{a + br^x}, \tag{42}$$

wo die numerische Integration wegen (37) sehr bequem verläuft.

Benutzt man diese Metode, muß man nachträglich, wenn die Konstanten a, b und r bestimmt worden sind, untersuchen, ob die Bedingung (35) wirklich erfüllt ist. Dies erfordert jedoch nur wenig Rechnung, wie ich an einem Beispiel erläutern werde.

Als Sterblichkeitstafel war gegeben die dänische $D^{M(5)}$, wo

$$\log l_x = 5 - ,0009033x - 10^{,039668x + \bar{4},68435},$$
$$\mu_x = ,002080 + 10^{,039668x + \bar{4},007222},$$

und für die Funktionen l_x^β und μ_x^β war gegeben

$$\log l_x^\beta = 1 - ,0006614x - 10^{,082x + \bar{7},936726},$$
$$\mu_x^\beta = ,0015229 + 10^{,082x + \bar{7},574971}.$$

An μ^i_x wurden die folgenden drei Forderungen gestellt:

1⁰. Auf der Strecke 20—60 soll μ^i_x einigermaßen konstant sein und ungefähr den Wert 0,05 haben.

2⁰. Es soll $\mu^i_x - \mu_x \to 0$ für $x \to \infty$, und die Differenz soll von ungefähr siebzig Jahren ab wenig bedeutend sein.

3⁰. Es soll überall $\mu_x^i > \mu_x$ sein.

Alle diese Forderungen konnten befriedigt werden, indem

$$\mu_x^i = \mu_x + \frac{l_x^\beta}{h_x},$$
$$h_x = 203,83 + 10^{,056624x + \bar{2},75506}$$

gesetzt wurde. Die drei Konstanten in h_x wurden einfach dadurch bestimmt, daß man die Werte von μ_{20}^i, μ_{40}^i und μ_{60}^i aus einer schon ausgeglichenen Tafel der Sterblichkeit unter pensionierten dänischen

Staatsbeamten beibehielt. Natürlich kann man nicht mit Sicherheit erwarten, daß eine so summarische Konstantenbestimmung auch in anderen Fällen genügen wird.

Die Frage, ob die Bedingung (35) erfüllt ist, kann jetzt mit wenig Rechnung entschieden werden. Mit der Bezeichnung (40) schreiben wir die Bedingung auf die Form

$$l_{x_0}{}^{\beta} - h_x \mu_x < l_x{}^{\beta}, \tag{43}$$

wo in dem vorliegenden Fall $x_0 = 15$ ist.

Es ist zunächst, indem wir nur mit 3 Dezimalen zu rechnen brauchen,

$$l_{15}{}^{\beta} - h_{15}\mu_{15} = 9{,}267 < l^{\beta}{}_{44} = 9{,}277,$$

und da $h_x\mu_x$ immer wächst, $l_x{}^{\beta}$ immer abnimmt, ist (43) in dem Interva $15 \leqq x \leqq 44$ befriedigt.

Es ist demnächst

$$l_{15}{}^{\beta} - h_{44}\mu_{44} = 8{,}060 < l_{58}{}^{\beta} = 8{,}172,$$

so daß (43) auch für $44 \leqq x \leqq 58$ erfüllt ist.

Es ist endlich

$$l_{15}{}^{\beta} - h_{58}\mu_{58} = 2{,}756 < l_{70}{}^{\beta} = 3{,}011,$$

so daß (43) für $58 \leqq x \leqq 70$ erfüllt ist; und da $l_{15}{}^{\beta} - h_{70}\mu_{70}$ negativ ist, wird (43) für alle $x \geqq 15$ befriedigt sein.

Es ist natürlich vorzuziehen, die Widerspruchslosigkeit in dieser Weise im Voraus festzustellen, um nicht die etwas umständliche Berechnung der Invaliditätstafel vergeblich machen zu müssen.

Kommutationswerte zu 4% auf der obigen Grundlage findet man in meinem (dänisch geschriebenen) Buche „Forsikringsmatematik".[6])

Versicherungsmathematische Werte bei Zinsfussänderungen.

(Vortrag im „Spolek pro pěstování aktuárských věd", 24. 4. 1936.)

Dr. *Ant. Zelenka.*

I.

Die versicherungsmathematischen Werte der Lebensversicherung sind einerseits von der Absterbeordnung, anderseits von der Zinsintensität abhängig. Beide Größen μ_x resp. δ werden als unabhängig von der Zeit d. h. als fest für die in Betracht kommende Zeitperiode angenommen.

---

[6]) Die Funktion $\mu_x{}^{\alpha}$ ist dort aus typografischen Rücksichten mit $\mu_x{}^{\varkappa}$ bezeichnet worden.