Aktuárské vědy

Literatura

Aktuárské vědy, Vol. 2 (1931), No. 3, 164–167

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/144550

et, ayant égard à la relation (13), on déduit enfin l'inégalité

$$| x_i - \bar{x} |^{2+\delta} < 2^{1+\delta} . (| x_i |^{2+\delta} + | \bar{x} |^{2+\delta})$$

citée par Liapounoff.[6])

Cette inégalité sert à établir une inégalité remarquable entre les moments d'une variable éventuelle, à savoir entre des moments d'écarts absolus d'une côté, et des moments de valeurs absolues de la même variable d'une autre côté, comme il suit. En la multipliant par la probabilité $f(x_i)$ relative à la valeur x_i et en sommant ensuite pour tous les i possibles, nous aurons l'inégalité

$$\bar{\mu}_{2+\delta} < 2^{1+\delta} \{m_{2+\delta} + | \bar{x} |^{2+\delta}\}, \tag{14}$$

où $\bar{\mu}_{2+\delta}$ désigne, comme plus haut, la valeur probable d'ordre $2 + \delta$ de l'écart absolu de la variable X

$$\bar{\mu}_{2+\delta} = \Sigma \, | x_i - \bar{x} |^{2+\delta} . f(x_i),$$

et $\bar{m}_{2+\delta}$ la valeur probable de même ordre pour les valeurs absolues de la variable étudiée

$$\bar{m}_{2+\delta} = \Sigma \, | x_i |^{2+\delta} . (f(x_i).$$

L'interprétation de l'inégalité (14), ainsi que celle de l'inégalité

$$\sigma^2 < 2 \, (\Sigma \, x_i^2 . f(x_i) + \bar{x}^2),$$

qui en suit pour $\delta = 0$, ne présente aucune difficulté.

LITERATURA.

Transactions of the Actuarial Society of America. Říjen 1930.

E. Olifiers: **Vyrovnání tabulek sňatků a znovuprovdání pomocí matematických vzorců.** Z přibližného vztahu mezi pravděpodobností, že se x-letá osoba dožije stáří $(x + 1)$ let, a pravděpodobností, že se tato osoba ožení během příštího roku, odvozuje autor přibližný vzorec pro hodnotu pojištění spojených životů.

R. B. Robbins: **Učitelské pense a náš obecnější starobní problém.** Autor podává přehled charakteristických znaků, společných četným systémům učitelských pensí, které ve Spojených státech existují, a podává některé zásady, na jichž podkladě by se tyto systémy měly vyvíjeti.

J. E. Hoskins: **Některé základní charakteristické znaky vzájemného životního pojištění.**

O. W. Perrin: **Zkušenosti s úmrtností v pojišťovně Penn Mutual Life Insurance Company v případech pojištění kapitálu 50.000 dolarů a více.**

H. J. Stowe: **Poznámky o pojištění orientálních životů.**

A. Hunter: **Hraničná risika.** Hraničná risika jsou taková, jež jsou na hranicích mezi normálními a méněcennými risiky. Autor snaží se vymeziti pokud možno pojem hraničného risika a připojuje poznámky o úmrtnosti těchto risik a jiných otázkách s tímto pojmem souvisících.

---

[6]) L. c. p. 4.

F. D. Mac Charles: **Životní pojištění bez lékařské prohlídky.** V článku uvedeny jsou podmínky pro uzavírání pojištění bez předchozí lékařské prohlídky u pojišťovny Great-West Life Assurance Company a četné tabulky obsahující přehled tohoto pojištění.

Kromě uvedených článků obsahuje toto číslo Transactions podrobnou zprávu o statistice aviatiky opatřenou četnými tabulkami týkajícími se zejména úmrtnosti letců. *J. S.*

Skandinavisk Aktuarietidskrift, 1930, č. 3—4.

E. Arosenius: **Table préliminaire de mortalité et de survie pour les années 1921—1925.** Švédský ústřední úřad statistický pravidelně sestavuje úmrtnostní tabulky pro desetiletí; jelikož však výsledky za poslední desetiletí 1911—1920 jsou značně pod vlivem chřipkové epidemie z r. 1918—1919, přikročil tentokráte k zpracování výsledků z roků 1921—1925. Šetření potvrzuje opět, že úmrtnost obyvatelstva jeví neustále pokles. Článek je stručným referátem o použitých početních metodách — velmi jednoduchých — a obsahuje také konečné tabulky.

A. Walther: **Bemerkungen über das Tschebyscheffsche Verfahren zur numerischen Integration.** Obyčejně užívané aproximační formule pro výpočet omezeného integrálu používají ekvidistantních hodnot integrované funkce s proměnnými vahami. Čebyšev v Crellově journalu r. 1874 zabývá se formulí

$$\int_{-1}^{+1} F(x)\,\varphi(x) = k\,[\varphi(x_1) + \varphi(x_2) + \ldots + \varphi(x_n)],$$

kde čísla $x_1, x_2, \ldots, x_n$ mají býti nezávislá na $\varphi(x)$. Velmi elegantně odvozuje tato čísla x_k, která jsou kořeny polynomu $\psi(z)$ daného polynomiálním členem funkce $e^{\frac{1}{k}\int_{-1}^{+1} F(x)\log(z-x)\,dx}$. Autor ve svém článku zabývá se jednodušším případem $\int_a^b f(x)\,dx$; podává elementární odvození polynomu $\psi(z)$, vycházeje při tom z interpolační formule Waring-Lagrangeovy. Opravuje dále Čebyševem uváděné numerické hodnoty x_i až do $n = 9$. Podstatnou část článku tvoří odvození vzorce pro zbytek a rozbor jeho pro jednotlivá n. Konečně pak odvozuje obecnou formuli pro polynom $\psi(z)$, který je dán polynomiální částí výrazu

$$z^{n+1} e^{-\frac{n+1}{b-a}\left(\frac{b^2-a^2}{1.2.z} + \frac{b^3-a^3}{2.3.z^2} + \ldots\right)}$$

K. G. Hagstroem: **Correlation Once More.** Navazuje na své dřívější práce o korelaci taktéž uveřejněné v S. A., poukazuje znova autor na obtíže s aplikací korelačních metod v praxi a to hlavně zásadního rázu v otázce přípustnosti a průkaznosti výsledků početně odvozených. Vzhledem k tomu nemá také podle autora smyslu prováděti příliš podrobné výpočty, když pro praktické účely má význam hlavně řád korelačních konstant. Ukazuje na konkrétním případě, že formule $\varrho = \cos m\pi$, kde m je součet pravděpodobností mezi regresními křivkami, dává dobrou možnost posouditi korelaci. Dokazuje, že pro normální korelaci je ϱ rovno Galtonovu koeficientu. Druhá míra korelace jím navržená, která je dána poměrem součtu ploch mezi korelačními křivkami a osami x, y jdoucími aritmetickým středem kolektivu a ploch mezi oběma korelačními křivkami, je méně případná, ač nesporně počtářsky velmi jednoduchá.

H. Christen: **Ein Beitrag zum Zinsfussproblem.** Opět příspěvek k praktickým metodám početním v tomto časopise již několikrát diskutovaným, jak při změně úrokové míry z hodnot napočtených pro jinou úrokovou míru stanoviti hodnoty nové, aniž je nutno konstruovati nová základní čísla. Podstata autorovy myšlenky je v tom, že čísla $D_x, N_x, S_x, \Sigma S_x, C_x, M_x, \ldots$ lze přibližně vyjádřiti parabolou. Proto nejvyšším tabelovaným součtem proloží parabolu $f(x_0 + t) = f(x_0)\left(1 - \frac{t}{w - x_0}\right)^m$, kde w je konečný věk v tabulce, načež odvodí Eulerovou sumační formulí další komutační čísla potřebná pro Taylorův rozvoj.

K. G. Hagstroem: **Sickness Experience of Framtiden.** Ze zkušeností let 1911—1927 švédské vzájemné pojišťovny Framtiden, která provádí pojištění s osvobozením od placení pojistného pro dobu nemoci, trvala-li nemoc déle než čtyři týdny, odvozeny jsou početní podklady pro toto pojištění. Materiál vztahoval se na dosti velký počet pozorovaných let, bohužel příliš dlouhé pozorovací období vede zcela určitě k nehomogenitě kolektiva. Je to zřejmě viděti z publikovaných tabulek, jmenovitě z tab. I. S touto výhradou šetření vede k zajímavým a i pro praxi důležitým poznatkům. Našim aktuárům v životních soukromých pojišťovnách lze tento článek co nejlépe odporučiti; najdou v něm mnoho zajímavých podnětů pro svou praxi.

E. Keinänen: **Eine approximative Technik der Invaliditätsversicherung.** Pro invalidní pojištění řád aktivity l_x^{aa} odvozuje se obyčejně z řádu obecné úmrtnosti l_x pomocí i_x a $q^i_{[x]+k}$. Z těchto čísel pak stanoví se další hodnoty, specielně a_x^{ai}. Z formule $_{|z-x}a_x^{ai} = {}_{z-x}a_x - {}_{|z-x}a_x^{aa}$*) lze rekurentně odvoditi $_{|z-x}a_x^{ai}$. Výsledky závisí slabě na z, ale na příkladech je ukázáno, že rozdíly mezi hodnotami a_x^{ai} takto stanovenými a mezi hodnotami přesnými nemají praktického významu.

J. F. Steffensen: **Infantile Mortality from an Actuarial Point of View.** První, kdo se zabýval algebraickou formulí vyhovující pro dětský věk, byl Opperman, od kterého pochází známá formule $\mu_x = \frac{a}{\sqrt{x}} + b + c\sqrt{x}$; O. sám však nic o tomto tématě nepublikoval. Steffensen z původních pramenů s velkou pečlivostí znovu konstruuje, jak asi O. postupoval. Po rozboru O. formule i formule Thieleho vyslovuje svůj názor, že velmi pravděpodobně formule, která by vyjadřovala dosti dobře pro všechna x, je formule Makehamova s dodatkovým členem, který pro větší x ztratí praktický význam, ale naopak který pro malé x vyjádří dobře úmrtnost dětskou. Jako takový dodatkový člen uvažuje $\log l_x = 10^{-\varkappa\sqrt{x}-\lambda}$ + const.; z úmrtnostní dánské lidové tabulky z r. 1921—1925 odvozuje $\varkappa = 0{,}71282$, $\lambda = 1{,}27607$. Výraz $10^{\varkappa-\sqrt{x}-\lambda}$ pro $x \geqq 27{,}3$ je menší než 10^{-5}, takže splňuje v tomto ohledu kladený požadavek. Je proto možno jeho přidáním k Makehamově formuli pro věkovou tabulku dostati úplnou formuli pro všechny věky. Provádí to na tabulce $D^{M(5)}$, avšak výsledky nijak uspokojují. *A. Z.*

A short Collection of actuarial Tables. Anglický Institute of actuaries vydal v minulém roce tuto knížečku (75 stránek) jako praktickou příruční pomůcku pro kandidáty a to zejména pro rychlou orientaci při zkouškách. Knížka obsahuje tedy nejdůležitější tabulky, kterých je při takové příležitosti třeba. Vedle obvyklých materialií z politické aritmetiky obsahuje základní čísla a komutační sloupce jakož i některé jiné důležitější pojistně matematické hodnoty počítané jednak podle „English Life Table No. 8 — Males“ dále podle „H^m Experience-Text Book Graduation“, pak podle

*) Tím rozumí se zastavení také dříve napadlého invalidního důchodu nebo při dosaženém věku z.

„*Onm* Experience" a konečně podle „Carlisle Experience". Kromě těchto tabulek pak obsahuje ještě na podkladě manchesterského materiálu úmrtnostních a morbiditních tabulek podklady pro výpočet zejména důchodu nemocenského a pod. Knížka je i pro nás dobrou příručkou, přesto, že je založena na statistických podkladech, kterých se u nás v praxi obvykle nepoužívá. (Cena 6 s 6 d.) *V. H.*

An elementary treatise on actuarial mathematics by Harry Freeman. (Cambridge 1931, cena Kč —.—.) Je to základní příručka matematiky pro studující pojistné matematiky v Anglii, která nám dává zajímavý doklad toho, do jaké míry se zde požaduje znalost všech nejdůležitějších principů vyšší matematiky. Počíná se elementární trigonometrií, následuje obsažná kapitola o počtu diferenčním a sumačním, jakož i kapitola o počtu diferenciálním a integrálním s upozorněním na metody numerické integrace. Kniha je uzavřena pojednáním o základech počtu pravděpodobnosti. Ve všech kapitolách je mnoho příkladů s uvedeným řešením. *V. H.*

Americké sociální pojištění. V minulých dnech meškala v Praze delegace čtyř vysokých úředníků největší americké životní pojišťovny „Metropolitain" aby připravila půdu pro americké sociální pojištění, které má býti v nejkratší době provedeno. Toto faktum lze vysvětliti jednak současnou hospodářskou krisí a jednak populačními a jinými ohledy, je nejvýše zajímavé vzhledem k odmítavému stanovisku, které dosud americké vlády vůči sociálnímu pojištění zaujímaly.

K recensím. Pro nedostatek místa jsme nuceni uveřejnění recense o knize „Základy teorie statistické metody" od Stanislava Kohna odložiti do 4. čísla. *Sch.*

ZPRÁVY.

Prof. Dr. Emil Schoenbaum: **Bemerkungen zu verschiedenen Fragen der Versicherungsmathematik.**[1]) Die durchschnittliche Verzinsung. „Folgende Aufgabe kommt in der Praxis vor: „Man kennt bei einem Institut z. B. einer Versicherungsgesellschaft das zu Anfang des Kalenderjahres vorhandene Vermögen K_0, weiter dasjenige K_1 am Ende des Jahres und die während des Jahres vereinnahmten Zinsen U, die in K_1 enthalten sind. Man soll den durchschnittlichen Zinsfuss p bestimmen, der im Kalenderjahre erzielt wurde. Als dann nimmt man an, dass die Summe K_0 und der Vermögenszuwachs, der gleich $K_1 - K_0 - U$, wenn man von den in K_0 enthaltenen Zinsen abzieht, durchschnittlich ein halbes Jahr zinstragend angelegt ist. Auf Grund dieser Annahme kann man bei $p\%$ die Summe $K_0 p/100 + \frac{1}{2}(K_1 - K_0 - U)\, p/100$ als Jahreszins ansehen. Setzt man den gefundenen Betrag gleich dem wirklich erzielten Zins U, so erhält man für p den Wert:

$$p = \frac{100\,U}{K_0 + \frac{1}{2}(K_1 - K_0 - U)} = \frac{100\,U}{(\frac{1}{2}K_0 + K_1 - U)}.\text{“}^{2})$$

---

[1]) Bei Gelegenheit der Vorbereitung meiner seit 1922 an der Karls-Universität abgehaltenen Vorlesungen über Versicherungsmathematik und mathematische Statistik zum Drucke halte ich es aus verschiedenen Gründen für angezeigt aus diesen Vorlesungen schon jetzt einige Bemerkungen zu veröffentlichen, in denen verschiedene Fragen in einer von den sonst in Lehrbüchern üblichen Methoden abweichenden Weise gelöst werden.

[2]) Loewy: Mathematik des Geld und Zahlungsverkehrs 1920. S. 22. Ich benütze andere Bezeichnung.