

Aktuárské vědy

Vilém Havlík

Die Reform der čechoslovakischen Pensionsversicherung der Privatangestellten in höheren Diensten und ihre Deckung. II. Die versicherungsmathematische Berechnung der Deckung und ihre Unterlagen

Aktuárské vědy, Vol. 2 (1931), No. 1, 37–53

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/144536>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Die Reform der čechoslovakischen Pensionsversicherung der Privatangestellten in höheren Diensten und ihre Deckung.

Von Dr. V. Havlík (Prag).

Zweiter Teil: Die versicherungsmathematische Berechnung der Deckung und ihre Unterlagen.*)

I.

Im ersten Teil habe ich angedeutet, in welcher Richtung die Änderung des Deckungssystems der neuen čsl. Pensionsversicherung durchgeführt wurde und erwähnte im Allgemeinen auch die Quellen der Deckung, von denen einige bisher nicht voll ausgenützt und nun aufgewertet wurden. In diesem Teile gebe ich die Rechenmethoden, welche bei dieser Abschätzung verwendet wurden, sowie das Gesamtergebnis bekannt.

Die grundlegenden Verhandlungen der dazu ernannten Kommission über das neue System der Pensionsversicherung wurden in den Jahren 1925 u. 1926 geführt. Deshalb wurden auch die grundlegenden Berechnungen zum 31. 12. 1925 durchgeführt.

Die wichtigste statistische Grundlage aller Berechnungen waren die Resultate der Statistik der Gehälter, welche zum 1. 12. 1925 durch eine besondere Zählung der Versicherten gewonnen wurde. Durch diese Zählung wurden die Gehaltsverhältnisse von 168.000 der Pensionsversicherung unterliegenden Privatangestellten genau festgestellt. Die wichtigsten Ergebnisse geben die Verteilung der Versicherten der Allg. Pensionsanstalt nach Gehaltsklassen (à 3000— Kč), nach dem Alter und Geschlecht an (siehe Tabelle No. 1). Diese Tabellen wurden zur Bestimmung der Summe der zukünftigen Steigerungsbeträge, sowie der zukünftig zu zahlenden Versicherungsbeiträge verwendet. So wurden die Daten der Tabelle No. 2 gewonnen, welche den durchschnittlichen Steigerungsbetrag für einen Versicherten und den durchschnittlichen Versicherungsbeitrag nach den im § 63 des neuen Gesetzes festgesetzten Sätzen angibt.

Die Ergebnisse der Statistik der Gehälter wurden aber auch dazu verwendet um möglichst genau den Einfluss der Gehaltssteigerungen und die daraus sich ergebende Erhöhung der Steigerungsbeträge resp. des Beitrages abzuschätzen. Es ist dem Fachmann begreiflich, dass es nicht möglich war, die Abhängigkeit des Gehaltes von der Dienstzeit mit Rücksicht auf das Eintrittsalter des Versicherten genau festzustellen. Die Verhältnisse der Privatangestellten sind in dieser Beziehung so ver-

*) Siehe Nr. 3 des I. Jahrg. dieser Zeitschrift S. 110—125.

Tabelle

Alters- gruppe	Jahresgehalt						
	0—3	3—6	6—9	9—12	12—15	15—18	18—21
<i>Verteilung von 10.000 männlichen</i>							
16—20	200	314	277	132	27	7	2
21—25	13	94	264	436	275	193	95
26—30	5	39	106	244	272	282	254
31—35	4	29	60	123	169	189	189
36—40	4	30	60	94	134	149	128
41—45	5	32	55	79	115	123	113
46—50	5	33	52	78	102	114	100
51—55	4	33	54	69	91	94	85
56—60	3	28	44	54	65	64	56
61—65	4	18	29	32	34	38	31
66—70	2	9	15	17	15	17	12
über 70	1	2	4	3	3	2	1
unbekannt	3	7	8	8	5	5	3
Summe	253	668	1.028	1.369	1.307	1.277	1.069
<i>Verteilung von 10.000 weiblichen</i>							
16—20	336	1.033	789	336	61	18	4
21—25	57	452	940	1.007	466	247	102
26—30	24	116	284	474	348	258	164
31—35	21	52	134	211	177	143	107
36—40	17	34	87	109	98	70	58
41—45	11	22	49	59	46	38	25
46—50	9	18	34	42	28	21	16
51—55	11	9	21	22	16	9	5
56—60	4	9	7	12	10	4	3
61—65	4	4	4	4	2	1	1
66—70	1	1	1	1	1	1	—
über 70	—	—	—	1	—	—	—
unbekannt	4	15	17	12	4	3	3
Summe	499	1.765	2.367	2.290	1.257	813	488
<i>Verteilung von 10.000 sämtlichen</i>							
16—20	230	476	391	178	34	9	2
21—25	23	174	416	565	318	205	96
26—30	10	56	146	296	290	275	234
31—35	8	34	77	143	171	179	170
36—40	7	31	66	97	126	131	114
41—45	6	30	54	74	99	104	93
46—50	6	30	48	69	86	93	81
51—55	5	28	46	59	74	75	67
56—60	4	24	36	45	52	50	44
61—65	4	15	23	25	27	30	25
66—70	1	7	12	13	12	13	9
über 70	1	2	3	2	2	2	1
unbekannt	3	9	10	9	5	5	3
Summe	308	916	1.328	1.575	1.296	1.171	939

No 1.

in 1000 Kč								
21—24	24—27	27—30	30—33	33—36	36—39	über 40	unbkt.	Summe
Versicherten nach Alter und Gehalt								
—	—	—	—	—	—	—	2	961
36	16	7	5	2	2	2	5	1.445
162	93	57	33	20	12	32	7	1.618
153	112	85	58	39	27	90	5	1.332
116	95	76	53	44	28	120	5	1.136
104	72	57	42	37	26	120	4	984
79	61	48	36	26	20	106	3	863
59	44	35	22	18	13	66	3	690
42	28	25	16	10	8	51	1	495
23	16	12	9	6	5	23	1	281
9	7	5	3	2	3	11	1	128
1	1	—	—	—	—	1	—	19
2	2	1	1	—	—	2	1	48
786	547	408	278	204	144	624	38	10.000
Versicherten nach Alter und Gehalt								
—	—	—	—	—	—	—	11	2.588
23	9	3	1	—	—	—	13	3.320
70	21	9	4	2	1	2	9	1.786
69	38	13	9	6	3	5	5	993
38	28	10	4	2	2	6	6	569
19	13	5	5	2	2	1	2	299
11	6	4	2	1	1	1	1	195
4	2	2	2	—	—	1	2	106
1	1	2	—	—	—	—	2	55
—	—	—	—	—	—	—	—	20
—	—	—	—	—	—	—	—	6
—	—	—	—	—	—	—	—	1
1	1	1	—	—	—	—	1	62
236	119	49	27	13	9	16	52	10.000
Versicherten nach Alter und Gehalt								
1	—	—	—	—	—	—	4	1.325
33	15	6	4	1	2	2	8	1.868
141	77	46	26	16	10	25	7	1.655
134	96	69	48	32	21	70	5	1.257
98	79	61	42	35	22	94	5	1.008
85	58	46	33	29	20	94	3	823
64	49	38	28	21	16	83	3	715
47	35	28	17	15	10	51	2	559
33	22	20	12	8	7	39	1	397
18	13	10	7	4	4	18	1	224
7	5	4	2	2	2	8	1	98
1	—	—	—	—	—	1	—	15
1	1	1	1	—	—	2	1	51
663	450	329	220	163	114	487	41	10.000

Tabelle No 2.

Altersgruppe	Durchschnittlicher					
	jährlicher Versicherungsbeitrag		jährlicher Steigerungsbeitrag		Betrag der Invaliden- rente, auf die der Anspruch erworben ist	
	Männer	Frauen	Männer	Frauen	Männer	Frauen
16—20	620,60	645,20	98,60	102,80	4.260,30	4.331,30
21—25	1.286,60	1.070,80	211,90	172,90	5.000,10	4.821,40
26—30	1.701,50	1.334,70	294,70	221,40	5.153,30	5.036,70
31—35	1.899,80	1.447,20	338,80	244,70	5.300,—	5.286,70
36—40	1.942,—	1.434,70	350,—	243,90	5.603,30	5.373,30
41—45	1.940,80	1.383,90	350,60	234,20	5.823,30	5.413,30
46—50	1.909,60	1.321,—	344,20	222,90	5.966,70	5.456,70
51—55	1.812,40	1.213,30	323,20	204,60	6.060,—	5.503,30
56—60	1.774,20	1.235,30	316,—	209,90	6.196,70	5.566,70
61—65	1.719,—	—	304,50	—	6.400,—	—

schieden, dass es nicht möglich ist für die zukünftige Entwicklung bei verschiedenen Betriebs- und Berufsgruppen diesen Zusammenhang aus dem augenblicklichen Stande festzustellen, z. B. mit Hilfe der Kollektiv-Arbeitsverträge und ähnlicher Einrichtungen. Auch ist es nicht möglich, eine derartige Tabelle aus der Statistik der bisherigen effektiven Gehaltsentwicklung in der Vergangenheit zu konstruieren, weil abgesehen von der Gehaltsklassengrenze von 9000 Kč des bisherigen Gesetzes vor kurzer Zeit in diese Entwicklung der Krieg störend eingriff und auch nach dem Kriege die Entwicklung ziemlich unregelmässig war. Allerdings lässt sich allgemein die Tatsache feststellen, dass der Gehalt im Durchschnitt zumindestens während der ersten 20 Dienstjahre ständig wächst und erst später sich entweder stabilisiert oder letzten Endes, infolge der verminderten Arbeitsfähigkeit besonders bei der in der letzten Zeit immer mehr eingreifenden Rationalisierung sinkt. Diese Tatsache lässt sich vorläufig dadurch beweisen, dass man die durchschnittliche Höhe des Gehaltes im Zusammenhang mit dem Alter studiert. Die Tabelle 1 zeigt dies schon deutlich und die Tabelle 3 ist ein anschaulicher Beweis dafür. Da ist ersichtlich, dass bei den Männern der Durchschnittsgehalt bis zum Alter von 36—45 Jahren auf ein Jahresgehalt von 22.000 Kč ständig wächst und dann langsam sinkt. Dabei behält der Gehalt von 20.000—22.000 Kč ungefähr durch 20 Jahre, das ist von der Altersgruppe 31—35 Jahre bis zur Altersgruppe 51—55 Jahre dieses stabilisierte Niveau. Bei den Frauen liegt die Sache ähnlich, nur mit dem Unterschied, dass das Maximum nur 14.000 Kč beträgt und das stabilisierte Niveau in den Altersgruppen einen Umfang von ungefähr 12.000—14.000 Kč hat. Der erwähnte Höhepunkt stellt sich bei den

Tabelle No 3.

Altersgruppe	Durchschnittlicher Jahresgehalt der		
	Männer	Frauen	Männer u. Frauen
16—20	5.939	6.139	6.026
21—25	12.195	9.966	11.306
26—30	17.381	12.651	16.238
31—35	20.824	14.199	19.649
36—40	21.931	14.136	20.949
41—45	22.043	13.742	21.377
46—50	21.531	12.990	21.009
51—55	20.003	11.714	19.654
56—60	19.607	11.408	19.362
61—65	18.742	19.596	18.548
66—70	18.107	12.000	18.020
über 70	14.110	9.900	14.026
Ackerbau	12.500	8.100	12.300
Industrie	20.100	10.900	18.400
Handel	17.000	10.500	15.200
Sonstige Berufe	16.600	9.800	14.000
Im Ganzen	17.600	10.300	16.000

Frauen schon in der Altersgruppe 31—40 Jahre ein. Das Maximum beträgt bei Männern das $3\frac{1}{2}$ fache, bei Frauen das $2\frac{1}{2}$ fache des niedrigsten Gehaltes.

War es auch nicht möglich, bei den Berechnungen genau die Abhängigkeit der Gehaltsbezüge von der Dienstzeit zu respektieren, so wurde mathematisch wenigstens die Abhängigkeit von dem Alter erfasst und zwar unter der Voraussetzung, dass die von beiden Argumenten abhängige Tabelle in ihren horizontalen Linien, welche die Abhängigkeit von der Dienstzeit darstellen, einen analogen Verlauf nehmen wird, wie die vertikale Tabelle, welche bloss die Abhängigkeit von dem Alter darstellt.

Aus der Tabelle No 1 kann man sofort eine Tabelle über die Verteilung der Versicherten nach den Gehaltsklassen herstellen. (Siehe Tab. No 4.) Aus dieser Verteilung ist auch ersichtlich, wie unhaltbar der Stand vor der Novelle im Jahre 1929 war, wenn man bedenkt, dass von den Männern 80.5% und von den Frauen 53.7% der Versicherten in die höchste Gehaltsklasse eingereiht waren. Dieser Umstand ist der beste

Tabelle No 4.

Gehaltsklasse	Verteilung von je 1.000		
	männlichen	weiblichen	sämtlichen
	Versicherten nach Gehaltsklassen		
1	25	50	31
2	67	177	92
3	103	238	133
4	137	229	157
5	131	127	130
6	128	81	117
7	185	72	160
8	95	16	78
9	48	04	38
10	25	02	20
11	56	04	44

Bemerkung:

Kl. 1	des neuen Ges.	entspricht	der Kl. I.— V.	des alten Gesetzes.
„ 2	„ „	„ „	„ „ VI.— X.	„ „ „
„ 3	„ „	„ „	„ „ XI.— XV.	„ „ „
„ 4—11	„ „	„ „	„ „ XVI.	„ „ „

Beweis dafür, dass die čsl. Pensionsversicherung bis zur Novelle im Jahre 1929 zum grossen Teil eine Unterversicherung war.

Des allgemeinen Interesses wegen führe ich noch in der Tabelle No 3 den Gehaltsdurchschnitt der wichtigsten Betriebskategorien an. Der Motivenbericht enthält in dieser Beziehung noch einige, der Tabelle I analoge, ausführlichere Tabellen, welche es ermöglichen in den einzelnen Betriebsgruppen, auch den Zusammenhang der Höhe des Gehaltes mit dem Alter zu verfolgen.

Als zweite wichtige Grundlage für die Schätzung der augenblicklichen Verpflichtungen der Pensionsanstalt wurde der Ertrag der von den Versicherten erworbenen Anwartschaften der Versicherten festgestellt. Wie im ersten Teil erwähnt wurde, weichen diese Anwartschaften in ihrer Höhe und in dem System der Bemessung wesentlich ab von dem alten System, welches man weiter nicht in Betracht zieht. Zur Feststellung der Höhe der Anwartschaften nach dem neuen Systeme war es ausser einigen weniger wichtigen Details, erforderlich, die Summe der Versicherungsbeiträge, welche auf die Zeit bis zum 1. 7. 1920 und die Summe derjenigen, welche auf die Zeit nach dem 1. 7. 1920 entfallen, festzustellen. Die erworbenen Anwartschaften der Versicherten sind dann gleich dem Grundbetrag von Kč 3600.—, erhöht um $\frac{2}{3}$ der Summe der Prämien vor dem 1. 7. 1920 und $\frac{1}{3}$ der Prämien, welche in die Zeit nach

Tabelle No 5.

Alters- gruppe	Prozentuelle Altersverteilung der				
	Privatange- stellten nach der österrei- chischen Zählung 1896	Versicherten der tschechoslovakischen Allge- meinen Pensionsanstalt nach der Zählung zum			
		1. 7. 1920 (überwiegend Beamte)		1. 12. 1925 (auch Auf- sichtspersonal und Handlungsgehilfen)	
		Männer	Frauen	Männer	Frauen
16—20	6,4	6,8	25,5	9,6	25,9
21—25	12,2	14,7	39,4	14,4	33,1
26—30	15,5	14,9	18,0	16,1	17,9
31—35	15,0	14,4	8,3	13,3	9,9
36—40	13,3	13,0	4,1	11,4	5,7
41—45	11,2	11,5	2,2	9,8	3,0
46—50	9,3	9,5	1,2	8,7	2,0
51—55	7,4	7,4	0,6	6,9	1,1
56—60	4,7	4,7	0,3	5,0	0,5
über 60	5,0	3,1	0,4	4,0	0,9
Wieviel Personen die Zählung getroffen hat:					
	96,024	45.665	15.299	128.383	37.121

dem 1. 7. 1920 bis zum Datum der Novellierung fallen. Aus eigenem Materiale der Allg. Pensionsanstalt wurden diese Durchschnittsbeträge mit Rücksicht auf Alter und Geschlecht abgeleitet (siehe Tabelle No 2). Dabei wurde auch die durchschnittliche Beitragszeit festgestellt, und zwar, um den Rest der Wartezeit zu bestimmen, welchen die Versicherten der einzelnen Altersgruppen noch zu absolvieren haben. Auch die Verteilung der Versicherten nach dem Alter wurde bei dieser Gelegenheit bestimmt. Es ist interessant, diese Verteilung mit einigen älteren Ergebnissen zu vergleichen, wie dies in der Tabelle No 5 durchgeführt ist, wo die Ergebnisse der Allg. Pensionsanstalt zum 31.12. 1925 und zum 1. 7. 1920 — (mit diesem Datum trat die bedeutende Erweiterung der Versicherungspflicht ein) — mit den Ergebnissen der österreichischen Zählung der Privatangestellten im Jahre 1896 verglichen sind. Aus dem ganzen Aufbau der Tabelle ist die Tendenz, das Durchschnittsalter der Versicherten herabzudrücken, ersichtlich. Diese Entwicklung ist nicht nur durch die Erweiterung der Versicherungspflicht auf Kategorien, in welchen die jüngeren Versicherten überwiegen, hervorgerufen, sondern auch durch den allgemeinen Zuwachs an Angestellten, welche sich aus den Angehörigen der niedrigeren Altersgruppen rekrutieren.

II.

Von den übrigen statistischen Daten sind in erster Linie diejenigen wichtig, welche sich auf die in der Zukunft eintretenden Versicherten beziehen. In dieser Richtung wurden die Angaben über die in die Versicherung bei der Allg. Pensionsanstalt in den Jahren 1923 bis 1925 eingetretenen Versicherten genau verfolgt. Es wurde aus der Anstaltsstatistik die Verteilung dieser Versicherten nach dem Alter und den Gehaltsklassen in welche sie nach dem alten Gesetze eingereiht waren, bestimmt. Aus diesem statistischen Materiale wurde auf das sorgfältigste die Tabelle No 6 hergestellt, welche die Daten enthält über die Anzahl der jährlich zur Allg. Pensionsanstalt Beitretenden, über den Durchschnitt der Steigerungsbeträge, welche sie auf Grund der Verteilung

Tabelle No 6.

Alters- gruppe	Anzahl der		Durchschnittlicher jährlicher			
			Steigerungsbeitrag		Versicherungsbeitrag	
	männli- chen	weibli- chen	männli- chen	weibli- chen	männlichen	weiblichen
jährlich beitretenden Versicherten						
16—20	10.990	5.890	57,90	60,40	359,90	373,10
21—25	4.078	1.421	161,50	111,70	988,90	694,90
26—30	1.728	396	252,50	149,50	1.461,—	916,10
31—35	574	121	303,90	178,30	1.705,70	1.068,30
36—40	107	22	314,—	186,90	1.750,10	1.110,40
	17.477	7.850				

in den neuen Gehaltsklassen unter Wirksamkeit der Novelle erwerben werden und über die, unter Verwendung derselben Grundlagen, errechneten Versicherungsbeiträge. Es ist interessant, dass in dieser Tabelle die wahrscheinliche durchschnittliche Bemessungsgrundlage für die 16 bis 20 jährigen Versicherten niedriger erscheint als in Tabelle 3. Aus Sicherheitsgründen wurden für die Berechnung der Belastungswerte diese Daten verwendet. Die Diskrepanz ist hier aber nur eine scheinbare, denn unter den zukünftig hinzukommenden Versicherten der Altersgruppe der 16 bis 20 jährigen haben sicher die jüngsten Versicherten ein bedeutendes Übergewicht, wogegen in der Gruppe der 16 bis 20 jährigen Versicherten der sogenannten jetzigen Generation die Verteilung eher aufsteigend ist, sodass hier die älteren und schon einige Zeit in der Beschäftigung stehenden Versicherten das Übergewicht haben.

Zwecks Schätzung des Wertes der Anwartschaften derjenigen Versicherten, welche seinerzeit aus der Versicherung austraten und bis zum 31. 12. 1925 nicht wieder eintraten, wurde aus dem Material der Anstalt das Durchschnittsalter aller dieser Versicherten festgestellt, sowie alle übrigen Daten, welche zur Bestimmung der Barwerte der Anwartschaften und des Versicherungsbeitrages notwendig sind. Die Gesamtanzahl dieser Versicherten, welche eine bedeutende ist, wurde mit Verwendung der seit 1920 für die Bilanzen der Versicherungsträger verwendeten Reduktionstabellen auf die wahrscheinliche Anzahl derjenigen, welche in Zukunft wieder in die Versicherung eintreten, reduziert. In den Berechnungen wurde dann das Aktivum und Passivum für diese begrenzte Anzahl der ausgetretenen Versicherten abgeschätzt.

Wie im ersten Teil angeführt wurde, wurden als Aktivum auch die Austrittsreserven verwendet, das sind freie Reserven, welche die Versicherungsträger dadurch ansammeln, dass ein gewisser Teil der ausgetretenen Versicherten nicht in die Pensionsversicherung und auch in keine andere eine Überweisung begründende Sozialversicherung eintritt.

Tabelle No. 7.

Kalender- jahr des Austrittes	Alters- gruppe	Anzahl der in zwei Landesstellen der Allge- meinen Pensionsanstalt ausgetretenen Mit- glieder, welche bis Ende 1925 in die Pensions- versicherung nicht zurückgetreten sind:			
		Männer	Frauen	insgesamt	
				absolut	in % der Versicherten des Aus- trittsjahres
1925	bis 30	6144	3359	9.503	13.8%
	über 30	3174	684	3.858	
	Summe	9318	4043	13.361	
1924	bis 30	4462	1921	6.383	10.7%
	über 30	2761	420	3.181	
	Summe	7223	2341	9.564	
1923	bis 30	3180	1674	4.854	9.3%*)
	über 30	2414	416	2.830	
	Summe	5594	2090	7.684	

*) Bei einer dieser Landesstellen war die Materie weiter verfolgt und es wurden sogar folgende Prozentsätze festgesetzt: 1922 — 10.7%, 1921 — 11.1%, 1920 — 11.7%.

Die Anzahl, Verteilung sowie alle zur Abschätzung der Versicherungswerte erforderlichen Daten für die austretenden Versicherten wurden für die Jahre 1923—1925 bei zwei Landesstellen, welche mehr als die Hälfte der Versicherten der Allgemeinen Pensionsanstalt versichern, genau festgestellt. In der Tabelle Nr. 7 ist die Anzahl und die Verteilung nach Alter und Geschlecht der Versicherten angegeben, welche in den Jahren 1923—1925 aus der Versicherung austraten und bis zum Ende des Jahres 1925 nicht mehr in die Versicherung zurückkehrten und zwar sowohl in absoluten Zahlen, als auch in relativen, mit Rücksicht auf die durchschnittliche Anzahl der Versicherten dieser Landesstellen in den betreffenden Austrittsjahren. Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, dass nicht nur ein bedeutender Teil der Versicherten alljährlich aus der Versicherung austritt und im laufendem Jahre nicht mehr zurückkehrt (13,8% der Versicherten) sondern dass auch ein bedeutender Teil nicht einmal im zweiten und dritten Jahre in die Versicherung wieder eintritt. Aus der älteren ausführlichen Anstaltsstatistik, welche dem die Bilanzen der Versicherungsträger betreffenden Erlasse des Ministeriums für soziale Fürsorge vom Jahre 1921 als Grundlage gedient hatte, ist ausserdem bekannt, dass ungefähr 50% der Versicherten, welche aus der Versicherung ausgetreten sind, nie mehr in die Versicherung wieder eingetreten.

Aus Sicherheitsrücksichten wurden jedoch die aus der Tabelle Nr. 7 und den Reduktionssätzen des erwähnten Erlasses sich ergebenden Sätze nicht verwendet, sondern gegenüber diesen Erfahrungen strengere Annahmen benützt. Es wurde nämlich bei den weiteren Berechnungen für die Abschätzung der Belastungswerte angenommen, dass alljährlich 6.500 Prämienreserven von Männern und 3000 von Frauen, welche seinerzeit aus der Versicherung austraten, zu Gute kommen. Diese Zahlen wurden mit Rücksicht auf das Verhältnis der Männer und Frauen unter den Versicherten sowie auch auf die Wahrscheinlichkeit des definitiven Austrittes, welche selbstverständlich bei den beiden Geschlechtern verschieden ist, den Berechnungen zugrunde gelegt. Die Summe von 9.500 definitiv austretenden Versicherten entspricht 4,7% des Standes der Versicherten von Ende des Jahres 1925. Angenommen, dass — wie aus Tabelle Nr. 7 ersichtlich — 13,8% der Versicherten jährlich austreten, entspricht die Anzahl der definitiv Austretenden bloß 35% der Anzahl der sämtlichen austretenden Versicherten.

Die Annahme einer Zuwachsrate von 5%, welche die alljährliche Vermehrung des Standes der Versicherten durch neue Beitritte abzüglich der durch Invalidisation und Tod ausscheidenden Versicherten ergibt, würde für die Zukunft auch eine Voraussetzung eines Anfangs wesentlich hohen Zuwachses der Anzahl der definitiv austretenden Versicherten begründen. Es wurde jedoch aus Sicherheitsrücksichten folgende Hypothese gemacht: Die Zuwachsrate setzt für die ersten

10 Jahre mit 4⁰/₀ an, reduziert sich dann immer in 10 Jahren um $\frac{1}{2}$ ⁰/₀ bis auf 2⁰/₀, welcher Satz für 30 Jahre verbleit, die endgültige Zuwachsrate beträgt dann $1\frac{1}{2}$ ⁰/₀. Daraus ist ersichtlich, dass relativ genommen im Laufe der Zeit die Anzahl der der Anstalt zu Gute kommenden Prämienreserven gegenüber der Anzahl der Versicherten derselben Zeit immer sinken wird. Es genügt anzuführen, dass Ende des Jahres 1929 der Stand der Versicherten Allgemeinen Pensionsanstalt 300.000 betrug und dass nach den mitgeteilten Annahmen auf das Jahr 1929 ungefähr 11.000 verfallende Reserven kommen würden, was eine Quote von nur 3,7⁰/₀ der Versicherten bedeutet.

Ebenfalls aus Sicherheitsrücksichten wurde angenommen, dass in diesen Fällen mit Rücksicht auf die Schutzfrist beim Austritte nach § 57 die Prämienreserve erst im dritten Jahre nach dem Austritte verfallen kann.

Bei Versicherten beider Geschlechter wurde angenommen, dass 5 Beitragsjahre abgelaufen sein werden (bei den Frauen entsteht der Anspruch auf den Ausstattungsbeitrag erst nach 5 Versicherungsjahren). Die Unterstützung für diese Annahme bietet die Tabelle Nr. 8, welche für die am 31. 12. 1920 versicherten Personen die durchschnittliche erworbene Beitragszeit angibt. Dieser Durchschnitt wird mit längerer Wirksamkeit des Gesetzes noch steigen, sodass die Annahme, dass die 30 jährigen männlichen und 25 jährigen weiblichen definitiv austretenden Versicherten eine 5 jährige durchschnittliche Beitragszeit zurückgelegt haben, volle Sicherheit gewährt.

Tabelle Nr. 8.

Altersgruppe	Anzahl der Beitragsmonate, welche	
	männliche	weibliche
	Versicherte bis Ende 1925 bei der A. P. A. erworben haben	
bis 20	17,7	21,6
21—25	38,7	48,6
26—30	53,7	67,2
31—35	73,3	86,7
36—40	91,3	93,3
41—45	102,4	94,1
46—50	110,—	96,—
51—55	114,6	104,4
56—60	130,2	109,1
über 60	170,—	157,8

Als Austrittsalter wurde in Übereinstimmung mit den Erhebungen über ausgetretene Versicherte, welche die Unterlage der Schätzung der Belastungswerte für die Ausgetretenen, welche voraussichtlich in die

Versicherung zurückkehren werden, war (siehe Tabelle Nr. 51 des Motivenberichtes) bei männlichen Versicherten das Alter von 30 Jahren und bei den weiblichen Versicherten das Alter von 25 Jahren verwendet. Ebenfalls in Anlehnung an die Tabelle der Gehaltssteigerung (siehe hier Tabelle Nr. 3) wurde bei den ausgetretenen zur Erfassung des Einflusses der Gehaltssteigerung als Gehaltsklasse zur Zeit des Eintrittes in die Versicherung bei Männern die 5. und bei Frauen die 2. Gehaltsklasse verwendet.

III.

Im ersten Teile des Referates habe ich über die neuen statistischen Unterlagen und über die Konstruktion der neuen Rechnungsgrundlagen berichtet. Als Anhang hiezu seien hier informative Tabellen Nr. 9 und 10 eingereiht, welche einen Auszug aus den betreffenden Tabellen wiedergeben.

Die neue Konstruktion des Finanzplanes wurde im ersten Teile erörtert und es soll noch über die mathematische Erfassung dieser Grundsätze berichtet werden. Betreffende Berechnungen wurden bloss zwecks Schaffung der mathematischen Grundlagen zur Festsetzung der Prämiensätze durchgeführt. In dem Motivenberichte Seite 37 sind die Gründe ausführlich auseinander gesetzt, aus welchen die Berechnung für die Prämiensätze und für die Feststellung des Gleichgewichtes der Versicherungsträger der Sozialversicherung, bloss als Schätzungen zu betrachten sind, welche jedoch für den erwähnten Zweck mit voller Verlassenheit angewendet werden können. Es wurde auch die übliche Form der Bilanzberechnung insoweit verlassen, dass keine Prämienreserven berechnet worden sind, sondern die versicherungsmathematischen Werte der Verpflichtungen der Anstalt gegenüber den Werten der Einnahmen bezw. anderen Aktiven gestellt wurden.

Wie früher erwähnt, wurde bei allen Berechnungen die voraussichtliche Gehaltserhöhung berücksichtigt. Es wurde in Übereinstimmung mit den erwähnten statistischen Erfahrungen vorausgesetzt, dass angefangen vom 20. Lebensjahre der Gehalt jährlich um 20% des Anfangsgehaltes steigt, und zwar bei den Männern bis auf das $3\frac{1}{2}$ fache (beim 33. Lebensjahr) und bei den Frauen höchst auf das $2\frac{1}{2}$ fache (beim 28 Lebensjahr). Versicherungsmathematisch wurde dieser Umstand folgenderweise berücksichtigt:

Sei

$${}^{(m)}N_x^{(a65)} = N_x^{ai} + N_{65}^{aa(12)} + \frac{1}{2}N_{x(y)}^{av} + \frac{1}{4}{}^{18}N_{x(z)}^a + \frac{1}{8} [{}^{18}N_{x(z)}^{ai} - {}^{18}N_{65(z)}^{ai} + {}^{18}N_{65(z)}^{aa}] + \frac{1}{5}M_x^{a*}$$

* Ähnliche Ausdrücke sind für weibliche Versicherte zu bilden, und zwar auf Grund der Zahlen:

$${}^{(w)}N_x^{(a60)} = N_x^{ai} + N_{60}^{aa(12)} + \frac{1}{4} \cdot 0,15 {}^{18}N_{x(z)}^a + \frac{1}{8} \cdot 0,15 [{}^{18}N_{x(z)}^{ai} - {}^{18}N_{60(z)}^{ai} + {}^{18}N_{60(z)}^{aa}] + M_x^{ap} + \frac{1}{5}M_x^a.$$

Tabelle No. 9.

$x =$	20	30	40	50	60	70
i_x	0,0021	0,00096	0,00382	0,01375	0,05427	0,15781
q_x^{aa}	0,00907	0,00683	0,00938	0,01524	0,02520	0,04438
q_x^i	0,1020	0,0656	0,0622	0,0510	0,0512	0,0780
w_x	0,020	0,640	0,888	0,927	0,897	0,681
y_x	22	27	36	45	54	63
l_x	100,050	92,482	85,104	74,463	58,609	35,650
l_x^{aa}	100,000	92,091	83,473	69,188	43,046	10,649
l_x^{ii}	50	391	1,631	5,275	15,563	25,001
h_x^p	0,077	0,093	0,026	0,011	0,001	—
q_y	0,00666	0,00816	0,00986	0,01336	0,03010	0,06843
h_y^v	0,1480	0,1158	0,0335	0,0116	0,0024	0,0003
$\alpha_x^{i(12)}$	7,859	9,343	9,819	9,737	8,386	6,190
k_x	0,90	0,70	0,77	0,83	0,90	0,97
$a x ^i$	7,493	6,866	7,919	8,468	7,967	6,456

Tabelle No. 10.

$x =$	20	30	40	50	60
D_x^{aa}	41.464,29	24.588,58	14.351,47	7.659,87	3.068,76
$N_x^{aa(12)}$	692.198,09	369.075,14	177.716,16	69.626,41	17.340,11
N_x^{ai}	30.868,58	29.793,61	27.174,50	21.536,73	11.169,94
S_x^{ai}	1,082.948,94	778.322,28	489.981,49	240.485,61	68.394,07
$N_x(y)^{av}$	66.269,64	60.340,12	45.289,38	26.923,75	9.969,01
$S_x(y)^{av}$	1,800.234,07	1,154.938,13	613.257,62	242.325,56	53.675,35
${}_{18}N_x(z)^a$	53.789,44	49.004,11	29.901,61	10.967,38	2.379,00
${}_{18}S_x(z)^a$	1,220.829,60	694.617,07	280.752,60	73.900,54	10.957,77
${}_{18}N_x(z)^{ai}$	16.808,88	16.808,88	14.652,79	8.338,10	2.403,94
${}_{18}S_x(z)^{ai}$	516.449,33	348.369,53	185.750,12	65.487,98	11.532,80
M_x^{ap}	50.369,23	12.966,13	2.432,05	386,80	3,00
M_x^{aa}	6.800,49	4.276,67	2.821,67	1.596,97	619,16
M_x^{ai}	2.684,99	2.588,36	2.370,20	1.961,94	1.170,16
M_x^a	9.485,48	6.865,03	5.191,87	3.558,91	1.789,32
$(m)N_x^{(a65)}$	87.832,48	82.072,32	66.548,08	45.878,01	23.791,06
$(m)S_x^{(a65)}$	2,664.918,75	1,804.970,79	1,045.959,80	471.488,85	113.228,05
$(n)N_x^{(a60)}$	102.924,62	63.743,01	49.498,42	40.660,38	29.122,54
$(n)S_x^{(a60)}$	2,250.345,45	1,402.216,43	841.822,24	386.141,09	29.122,54

eine summarische Komutationskolonne und dementsprechend

$${}^{(m)}S_x^{(a65)} = \sum {}^{(m)}N_{x+k}^{(65)}.$$

Es wurde dann berechnet:

$${}^{(m)}N_x^{(a65)s} = s_x {}^{(m)}N_x^{(a65)}$$

$$mS_x^{(a65)s} = \sum {}^{(m)}N_x^{(a65)s}$$

$$N_x^{aa(12)s} = \sum s_x (N_x^{aa(12)} - N_{x+1}^{aa(12)}).$$

Ferner wurden folgende Zahlen berechnet: für den Wert der Anwartschaften auf zukünftige Steigerungsbeträge:

$${}_1^{(m)}a_x^{(a65)s} = \frac{{}^{(m)}S_x^{(a65)s}}{D_x^{aa}}$$

für den Wert der zukünftigen Prämienzahlungen

$$a_x{}_{65-x}{}^{aa(12)s} = \frac{N_x{}^{aa(12)s} - N_{65}{}^{aa(12)s}}{D_x^{aa}}$$

für den Wert der erworbenen Ansprüche

$${}_k^{(m)}a_x^{(a65)} = \frac{{}^{(m)}N_x^{(a65)} + 1,5 (M_x{}^{aa} - M_{x+k}{}^{aa})}{D_x^{aa}}$$

resp. der Ansprüche, welche nach Ablauf der Wartezeit oder eines k -jährigen Restes derselben erworben wären. Diese Zahlen wären bei individuellen Berechnungen für einzelne Versicherungen mit den Erhöhungsfaktoren s_x für das Anfangsalter zu kürzen um die Werte der Anwartschaften bzw. Prämienzahlungen für individuelle Fälle zu erhalten. Bei den Kollektivrechnungen, wo es sich bloss um Feststellung des Gleichgewichtes des Versicherungsträgers und Bestimmung des durchschnittlichen Beitragssatzes für den ganzen Versicherungsstock handelt, kann man wegen Vereinfachung der Berechnungen auf diese Kürzung verzichten; ausserdem wurde festgestellt, dass sich die Einflüsse dieser Kürzungen in Saldobeträgen ausgleichen.

Tabelle No. 11.

	Beträge in Mil. Kč
Reserve für die Versicherung der gegenwärtigen Generation und der Ausgetretenen, welche zurückkehren Wert der Renten und der Ansprüche der Rentner	3.947,2 525,6
Summe der Passiva	4.472,8
Reines Vermögen und der Anteil an der Liquidation der Wiener A. P. A. Wert der Gewinne aus der höheren Verzinsung Wert der Überschüsse der Austrittsreserven über das Anfangspassivum der Versicherung der zukünftigen Generation	1.030,3 210,— 3.315,5
Summe der Aktiva	4.555,8
Überschuss	83,0

In der Tabelle Nr. 11 ist eine Übersicht der detaillierten Berechnungen dargestellt. Um sich ein Bild über die Art und Weise des Gleichgewichtes zu schaffen, sind in dieser Übersicht die üblichen Prämienreservebeträge angeführt, wogegen die Tabelle Nr. 54 des Motivenberichtes einzelne Zahlen für die Werte der Anwartschaften u. Beiträge aufweist. Es ist zu bemerken, dass wie auf S. 37 des Motivenberichtes ausführlich auseinander gesetzt wird, als Bruttobeiträge in jeder Gehaltsklasse die Bruttobeiträge abzüglich der $8\frac{3}{4}\%$ (Verwaltungskosten etc.) gerechnet wurden. Aus der bisherigen Entwicklung der Verwaltungskosten wurde festgestellt, dass für die Zukunft $6\frac{1}{2}\%$ der Bruttobeiträge ausreichen werden. Von dem Reste des Abzuges sollen $1\frac{1}{2}\%$ der Bruttobeiträge zu Zwecken der Heilfürsorge verwendet werden und $\frac{1}{2}\%$ zur Unterstützung der Erwerbslosen. Zur Bildung einer Sicherheitsreserve sind $\frac{1}{4}\%$ bestimmt.

Über die Berechnung der in der Tabelle No 11 angegebenen Resultate ist folgendes anzuführen:

Die Reserve aus der Versicherung der gegenwärtigen Generation wurde nach der Formel:

$$R(G) = H^A(G) - H^P(G) = \\ = \Sigma M_x^m (A_x^{Gm} \cdot (m)_k | a_x^{(a65)} + S_x^{Gm} \cdot (m)_{k+1} | a_x^{(a65)s} + M_x^w (A_x^{Gw} \cdot (w)_k | a_x^{(a60)} + \\ + S_x^{Gw} \cdot (w)_{k+1} | a_x^{(a60)s}) + \Sigma (M_x^m P_x^{Gm} \cdot a_{x\overline{65-x}|}^{aa(12)s} + \\ + M_x^w P_x^{Gw} \cdot a_{x\overline{60-x}|}^{aa(12)s}) 0,9125$$

berechnet, wo x das mittlere Alter der Altersgruppe bedeutet, M_x die Anzahl der Versicherten der betreffenden Altersgruppe, A_x den Durchschnittsbetrag der Erworbenen Ansprüche (auf Invalidenrente), S_x den durchschnittlichen Steigerungsbetrag und P_x den durchschnittlichen jährlichen Bruttobeitrag. Eine ähnliche Formel gilt für die Reserve der ausgetretenen Versicherten, welche in die Versicherung zurückkehren.

Für die Berechnung des Überschusses der Zukünftigen Entwicklung der Versicherung der jährlich neu beitretenden und der jährlich austretenden und in die Versicherung nicht zurückkehrenden Versicherten wurden folgende Formeln verwendet:

$$R(Z) = H^A(Z) - H^P(Z) = 32,4648 [\Sigma N_x^{(m)} (A_x^{Zm} \cdot (m)_5 | a_x^{(a65)} + \\ + S_x^{Zm} \cdot (m)_6 | a_x^{(a65)s}) + N_x^w (A_x^{Zw} \cdot (w)_5 | a_x^{(a60)} + S_x^{Zw} \cdot (w)_6 | a_x^{(a60)s}) - \\ - \Sigma (N_x^m P_x^{Zm} \cdot a_{x\overline{65-x}|}^{aa(12)s} + N_x^w P_x^{Zw} \cdot a_{x\overline{60-x}|}^{aa(12)s})], \\ R(A) = H^A(A) - H^P(A) = 53,3095 \{ [A^m (A^{Am} \cdot (m)_{33} | a_{33}^{(a65)} + \\ + S^{Am} \cdot (m)_{33} | a_{33}^{(a65)s}) + A^w (A^{Aw} \cdot (w)_{28} | a_{28}^{(a60)} + S^{Aw} \cdot (w)_{28} | a_{28}^{(a60)s})] - \\ - [A^m P^{Am} \cdot a_{33\overline{32}|}^{aa(12)s} + A^w P^{Aw} \cdot a_{28\overline{32}|}^{aa(12)s}] 0,9125 \}.$$

Hierin ist N_x die Anzahl der Versicherten einer „zukünftigen Generation“ und A die Anzahl der jährlich austretenden Versicherten.

Tabelle No. 12.

	Werte in Mill. K \ddot{c}	
	ohne	mit
	individuelle K \ddot{u} rzung der Werte mit Bezug auf die Anfangsfaktoren s_x	
Gegenw \ddot{a} rtige Generation und Ausgetretene, welche in die Versicherung wieder eintreten:		
$H^A(G)$	15.495,7	9.070,2
$HP(G)$	11.548,5	5.187,9
$R(G)$	3.947,2	3.882,3
Zuk \ddot{u} nftige Generation:		
$H^A(Z)$	22.425,9	17.017,6
$HP(Z)$	19.900,8	13.478,7
$R(Z)$	2.525,1	3.538,9
Die aus der Versicherung definitiv Aus- tretenden:		
$H^A(A)$	43.971,6	18.253,2
$HP(A)$	38.131,0	11.427,7
$R(A)$	5.840,6	6.825,5
$R(A) - R(Z)$	3.315,5	3.286,6
Reines Verm \ddot{o} gen und der Anteil an der Liquidation der Wiener A. P. A. Gewinn aus h \dd{o} herer Verzinsung Wert der Renten und der Anwartschaften der Rentner	1.030,3 210,— 525,6	1.030,3 210,— 525,6
Rechnungsm \dd{a} ssiger \dd{U} berschuss	83,—	119,—

W \dd{a} re in allen diesen Formeln die oben erw \dd{a} hnte individuelle K \dd{u} rzung auf das Niveau des Anfangsgehaltes durchgef \dd{u} hrt, so w \dd{a} re zu schreiben:

$$\begin{aligned}
 R(G) &= H^A(G) - HP(G) = \Sigma M_x^m (A_x^{Gm} \cdot (m)_k | a_x^{(a65)} + \\
 &\quad + S_x^{Gm} \frac{1}{s_x} (m)_{k+1} | a_x^{(a65)s} + M_x^w (A_x^{Gw(w)})_k | a_x^{(a60)} + \\
 &\quad + S_x^{Gw} \frac{1}{s} (w)_{k+1} | a_x^{(a60)s} + \Sigma (M_x^m P_x^{Gm} \frac{1}{s_x} a_x^{\overline{65-x}|aa(12)s} + \\
 &\quad + M_x^w P_x^{Gw} \frac{1}{s_x} a_x^{\overline{60-x}|aa(12)s}) 0,9125,
 \end{aligned}$$

$$R(Z) = H^A(Z) - H^P(Z) = 32,4648 [\Sigma N_x^m (A_x Z^m)^{(m)}_5 | a_x^{(a65)} + \\ + S_x Z^m \frac{1}{s_x} (m)_6 | a_x^{(a65)s} + N_x^w (A_x Z^w)^{(w)}_5 | a_x^{(a60)} + S_x Z^w \frac{1}{s_x} (w)_6 | a_x^{(a60)s} - \\ - \Sigma (N_x^m P_x Z^m \frac{1}{s_x} a_x^{65-x} |^{aa(12)s} + N_x^w P_x Z^w \frac{1}{s_x} a_x^{60-x} |^{aa(12)s}) \cdot 0,9125],$$

$$R(A) = H^A(A) - H^P(A) = 53,3095 \{ [A^m (A^{Am})^{(m)} a_{33}^{(a65)} + \\ + S_A^m \frac{1}{s_x} (m)_1 | a_{33}^{(a65)s} + A^w (A^{Aw})^{(w)} a_{28}^{(a60)} + S_A^w \frac{1}{s_x} (w)_1 | a_{28}^{(a60)s}] - \\ - [A^m P A^m \frac{1}{s_x} a_{33}^{33} |^{aa(12)s} + A^w P A^w \frac{1}{s_x} a_{28}^{33} |^{(a60)s}] \cdot 0,9125 \}.$$

Wenn man nach dieser Formel die Rechnung durchführt und die Resultate mit denen des Motivenberichtes vergleicht — wie dies in der Tabelle Nr. 12 durchgeführt worden ist — so kommt man zur Erkenntniss dass die Annahme richtig war, dass beide Berechnungen zu demselben Endresultate — der Feststellung des Gleichgewichtes — führen. Die zweite Methode führt sogar zu einem um 36 Mill. Kč höheren Überschusse als die des Motivenberichtes.

LITERATURA.

Bulletin Trimestriel de l'Institut des actuaires français Nr. 139. M. Hochart: Sur la représentation analytique d'une famille de tables de mortalité. Analogickým způsobem, jakým Quiquet odvodil theoretickými úvahami svou obecnou formuli pro l_x , odvozuje autor obecnější formuli za předpokladu, že funkce l_x závisí na selekci. Pro intenzitu úmrtnosti μ dospívá k těmto diferenciálním rovnicím:

$$A_0 \mu + A_1 \frac{\partial \mu}{\partial x} + \dots + A_{n-1} \frac{\partial^{n-1} \mu}{\partial x^{n-1}} + A_n \frac{\partial^n \mu}{\partial x^n} = A_{n+1}$$

$$B_0 \mu + B_1 \frac{\partial \mu}{\partial z_1} + \dots + B_{n-1} \frac{\partial^{n-1} \mu}{\partial z_1^{n-1}} + B_n \frac{\partial^n \mu}{\partial z_1^n} = B_{n+1}$$

.....

$$D_0 \mu + D_1 \frac{\partial \mu}{\partial z_m} + \dots + D_{n-1} \frac{\partial^{n-1} \mu}{\partial z_m^{n-1}} + D_n \frac{\partial^n \mu}{\partial z_m^n} = D_{n+1}$$

kde z_1, z_2, \dots, z_m jsou „koeficienty selekce“; n má též význam jako ve formulích Quiquetových. Autor řeší tyto rovnice pro $n = 0, 1, 2$ (na př. pro $n = 1$ je obecně $l(x, z_1, \dots, z_m) = e^{A+Bx+Ce^{r x + s_1 z_1 + \dots + s_m z_m}}$) a ukazuje na některé jejich zajímavé vlastnosti.

G. Vanlaer: Le 41^{ème} rapport fédéral et la méthode de Zillmer. Otázku vhodnosti či nevhodnosti Zillmerovy metody nelze všeobecně zodpovědět. Metoda tato vyhovuje potřebám pojišťoven nových, které se teprve rozvíjejí, nehodí se však pro pojišťovny, které dosáhly ve vývoji svého vrcholu. Referent poukazuje v této věci na rozdíl pojišťoven švýcarských a francouzských, postižených poklesem ceny peněz. Vhodným způsobem lze však — jak ukazuje — vyhnouti se nedostatkům Zillmerovy metody. V. Kalivoda.