Jan Novotný

100 let obecné teorie relativity

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 60 (2015), No. 3, 177–188

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/144413`

100 let obecné teorie relativity

Jan Novotný, Brno

Přednáška na výroční členské schůzi brněnské pobočky JČMF 9. 4. 2015

Vážené kolegyně a kolegové,

druhého prosince tomu bude sto let od chvíle, kdy ve Věstníku Pruské akademie věd vyšla Einsteinova práce [7] obsahující rovnice gravitačního pole, jimž se později začalo říkat Einsteinovy. Tím byl položen pevný základ obecné teorii relativity, kterou dodnes považujeme za jeden z nejpevnějších pilířů moderní fyziky. Je mi potěšením, že jste si její vznik, vývoj a perspektivy zvolili za téma dnešní přednášky, a je mi ctí, že jste o její přípravu a přednesení požádali mne. Přistupuji ke svému úkolu s jistým dojetím, protože je tomu již padesát let, co jsem se pod vedením profesora Jana Horského začal problémy obecné teorie relativity zabývat a podílel jsem se pak na práci brněnské relativistické skupiny, která nespočívala jen v publikacích, ale také ve výuce, popularizaci, překladech a pořádání vědeckých setkání, jež přiváděla do Brna i významné světové vědce. Nemohu samozřejmě v této přednášce své téma ani zdaleka vyčerpat, chci vám však být průvodcem, který se s vámi zastaví u mezníků historie a stále živých myšlenek s nimi spojených.

1. Nejkrásnější

Ve druhém díle Teoretické fyziky Landaua a Lifšice [26] čteme: „Teorie gravitačních polí, vybudovaná na základě teorie relativity, se nazývá obecná teorie relativity. Vytvořil ji Einstein a je to patrně nejkrásnější z existujících fyzikálních teorií. Je podivuhodné, že k ní Einstein došel čistě deduktivní cestou a teprve později byla potvrzena astronomickými pozorováními.“

Nechválí, výraz obdivu a estetického prožitku nacházíme u nich na tomto jediném místě. V poslední citované větě naznačují důvod svého obdivu. Pokusím se jej poněkud rozvést.

Původní experimentální základ obecné teorie relativity se omezuje na jediný, ale zato výrazný a se stále rostoucí přesností ověřovaný poznatek. Vyjádřím jej ve formě legendy, kterou jsem vymyslel pro studenty. Newton prý přišel na gravitační zákon, když mu jablko spadlo na hlavu. V té chvíli si uvědomil, že podobně by padal i Měsíc, kdyby se na obloze zastavil. Einstein vylezl na jabloň, aby si utrhl jablko. Pak se pod ním zlomila větev a při pádu pozoroval, že utržené jablko se od něho nevzdaluje. Proč, ptal se později, padají všechna tělesa za stejných počátečních podmínek stejně? Patrně proto, že svým pohybem vytyčují nejpřímější dráhu v prostoročase, která je dána jeho vlastnostmi a na malých tělesech nezávisí.

Prof. RNDr. Jan Novotný, CSc., Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Poříčí 9, 603 00 Brno, e-mail: novotny@physics.muni.cz

Tato základní myšlenka vystupuje při rozvíjení a ověřování relativistické teorie gravitace ve třech podobách. **Princip ekvivalence** říká, že působení gravitačního pole na částici je neodlišitelné od působení setrvačných sil v neinerciální soustavě — v obou případech pohyb nezávisí na povaze částice. V neinerciální soustavě je vysvětlení nasnadě — v plochém prostoročase s Minkowského geometrií je zobrazením prostoročasu přímka a po zavedení křivočarých souřadnic neinerciální soustavy se na tom nic nemění, pouze do pohybových rovnic geodetiky vstoupí metrické koeficienty závislé na souřadnicích. Experimentální podporu poskytuje principu ekvivalence **princip rovnosti tíhové a setrvačné hmotnosti**, který vystupuje již v newtonovské fyzice a v době počátku Einsteinových zkoumání byl s velkou přesností ověřen Eötvösovými pokusy s rovnováhou na torzních vahách. Protože gravitační pole buzená hmotami nelze zřejmě zrušit návratem k inerciální soustavě, musíme být připraveni, že to, čemu říkáme gravitace, odpovídá zakřivení prostoročasu, v němž již neexistují privilegované soustavy souřadnic. Je přirozené očekávat, že správná teorie gravitace i dalších fyzikálních jevů by měla splňovat **princip obecné kovariance**, který požaduje, aby tvar rovnic byl ve všech souřadnicových soustavách stejný.

Před teorií založenou na těchto principech vyvstává úkol najít souvislost mezi rozložením a pohybem hmoty a jejím gravitačním polem, které je dáno metrikou zakřiveného prostoročasu. Postup, kterým Einstein došel k vyřešení tohoto problému, se po shora naznačeném stanovení východiska již neodvolával na empirické poznatky, dokonce ani na Newtonův gravitační zákon. Byl podivuhodným příkladem tvůrčího procesu, který se opírá o logiku a matematiku, ale zahrnuje i intuici. Dovedl k výsledku, který v sobě zahrnoval jako limitní případ poznatky již známé a při tvorbě teorie nepoužité, stejně jako předpovědi dosud nejen neznámých, ale dokonce netušených fyzikálních jevů.

Nejen Einstein, ale i řada dalších fyziků proto viděla a vidí v obecné teorii relativity nejčistší vyjádření racionálního řádu světa, který jsme schopni aspoň zčásti odhalit a postihnout jeho osobitou krásu.

2. Trnitá cesta

V Einsteinově vědecké činnosti ještě pár let po „zázračném roce“ 1905 nic nenasvědčovalo tomu, že se ústředním tématem jeho života má stát gravitace. Naopak by se dalo očekávat, že bude stržen spojováním speciální teorie relativity s kvantovými idejemi, které byly v popředí zájmu jeho kolegů a těsně souvisí s pokrokem experimentální fyziky. V závěru Einsteinova přehledu důsledků principu relativity z roku 1907 [2] se gravitace objevuje ze dvou důvodů — za prvé by se teorie relativity neměla vyhýbat základní přírodní síle, i když k tomu není tlačena empirickými výsledky, a za druhé by se neměla omezovat na inerciální soustavy.

Einstein si jasnozřivě uvědomuje, že obě otázky těsně souvisí, a dospívá již zde k závěru, že gravitační pole ovlivňuje chod světelného paprsku. Podle provizorní teorie, která se vztahuje jen ke statickému poli a nepočítá ještě se zakřivením prostoru, je ovšem jeho předpověď odchylky pouze polovinou předpovědi, která bude podána a ověřena o deset let později.

K tématu relativistické teorie gravitace se Einstein vrací za svého pražského působení v letech 1911–1912. Jak sám říká v předmluvě, kterou napsal pro české vydání své knihy o teorii relativity [18], „v tichých místnostech ústavu pro teoretickou fyziku pražské německé univerzity ve Viničné ulici začal ponenáhlu odívat své myšlenky určitější formou.“ Název posledního Einsteinova článku napsaného v Praze [3] již svým názvem vytyčuje další dlouhodobý program. Einstein poznává, že se mu nepodaří zavést gravitační pole jako vektorové v duchu Newtonovy mechaniky či jako pole antisymetrického tenzoru v duchu Maxwellovy teorie elektromagnetismu. Uvědomuje si hlavní potíž pro své záměry — souřadnice ztrácejí v zakřiveném prostoročase svůj bezprostřední význam.

Příští rok přináší velkorysý *Projekt obecné teorie relativity* [19], který je založen na využití diferenciální geometrie, do níž Einsteina zasvětil spoluautor projektu Marcel Grossmann. Zde je už pohromadě většina základních myšlenek: gravitační pole bude popsáno metrickým polem koeficientů g_{ik} závislých na souřadnicích a vystupujících ve vzorci pro interval

$$\mathrm{d}s^2 = g_{ik}\left(x^j\right)\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^k \tag{1}$$

(používáme Einsteinovy sumační symboliky, které však zde ještě neužíval) a cílem budou rovnice nahrazující newtonovskou Poissonovu rovnici svazující derivace potenciálu s hustotou hmotnosti

$$\Delta\phi = 4\pi k\rho \tag{2}$$

rovnicemi, v nichž úlohu hustoty hmotnosti ρ převezme tenzor energie-hybnosti hmoty T_{ik} a úlohu gravitačního potenciálu ϕ komponenty metrického tenzoru g_{ik}. Tyto rovnice by tedy měly být tvaru

$$G_{ik} = \kappa T_{ik}\,, \tag{3}$$

kde veličiny na levé straně závisí na derivacích metriky podle souřadnic do druhého řádu. Základním vodítkem pro nalezení správných výrazů by měly být zákony zachování pro tenzor energie-impulzu hmoty, které jsou známy již ze speciální teorie relativity, a lze je napsat pomocí kovariantní divergence ve tvaru platném ve všech souřadnicových soustavách

$$T^{ik}_{;k} = 0 \tag{4}$$

(používáme tu dnešního zápisu, v němž je kovariantní derivace označena středníkem, Einstein s Grossmannem mají zápis formálně složitější).

Uskutečnění programu si vyžadovalo ještě asi tři roky práce a dvě desítky publikací. Dnešní čtenář, který zná z nějaké monografie nejkratší cestu, se může ptát: Proč tak dlouho a těžce? Je ovšem v pozici pozorovatele leteckého snímku velehory, na němž je zakreslena trasa prvovýstupu horolezce, který neměl ani mapu a tápal v nepřehledném, pro něho zcela novém terénu.

Načrtněme nejdříve dnešní řešení: Veličiny na levé straně (dnes se jim říká Einsteinův tenzor) by měly být lineární v druhých derivacích a obecně kovariantní (stejně vyjádřeny ve všech souřadnicových soustavách). Z diferenciální geometrie je známo, že tuto podmínku splňuje pouze lineární kombinace výrazů R_{ik} a g_{ik}, kde Ricciho tenzor R_{ik} a skalární křivost R jsou vytvořeny z tenzoru křivosti

$$R^i_{klm} = \Gamma^i_{km,l} - \Gamma^i_{kl,m} + \Gamma^i_{nl}\Gamma^n_{km} - \Gamma^i_{nm}\Gamma^n_{kl}\,, \tag{5}$$

$$\Gamma^i_{kl} = \tfrac{1}{2}g^{im}\left(g_{mk,l} + g_{ml,k} - g_{kl,m}\right), \tag{6}$$

pomocí operace úžení jako

$$R_{ik} = R^l_{ilk}, \quad R = R^i_i \tag{7}$$

(Ricciho tenzor a skalární křivost). Poměr koeficientů v lineární kombinaci se určí tak, aby byly splněny zákony zachování (4).

Na konci Projektu čteme ovšem osudný doplněk. Autoři uvažují o gravitačním poli tělesa konečných rozměrů. Určení tohoto pole na základě správných rovnic by mělo být jednoznačné. V duchu obecné kovariance však můžeme zavést dvě různé soustavy souřadnic, které se shodují v konečné oblasti obsahující těleso, ale liší se vně této oblasti. Zdá se tedy, že dostáváme dvojí pole g_{ik}, řešení problému není jednoznačné a ideu obecné kovariance rovnic musíme opustit. Einstein s Grossmannem proto navrhují nekovariantní rovnice, k nimž ovšem nevede spolehlivý kompas požadavku obecné kovariance.

Poučený čtenář si ihned uvědomí vadu v úvaze: metrika nalezená z obecně kovariantních rovnic bude přece jediná, i když metrické koeficienty budou mít v různých souřadnicích různé hodnoty a pro získání konkrétní podoby řešení budeme muset obecně kovariantní rovnice pole doplnit nekovariantními podmínkami kladenými na souřadnice. Nesprávná úvaha se stala zásadní brzdou pro úspěšné rozvíjení teorie, i Einsteinův přehled [4] stavu řešení Projektu z roku 1914 sice přináší řadu formálních zdokonalení, ale opakuje chybnou úvahu a nepřináší pokrok v hledání důvěryhodných rovnic. Dochází dokonce k hluboké krizi, kdy další pokusy o jejich nalezení vedou jen ke ztrátě jasnosti a názornosti teorie. Šťastný zlom přichází až roku 1915, kdy se Einstein ve dvou článcích [5], [6] vrací k obecně kovariantním rovnicím a navrhuje pro ně tvar

$$R_{ik} = \kappa T_{ik}\,. \tag{8}$$

Zákony zachování (4) ovšem mohou být splněny pouze za předpokladu, že stopa tenzoru energie-impulzu $T = T^i_i$ je nulová, jak je tomu v případě elektromagnetického pole. Nicméně nové rovnice se shodují s dosud nenalezeným konečným řešením alespoň ve vakuu a Einstein tak může vypočítat správnou odchylku světelných paprsků v gravitačním poli Slunce a zejména vysvětlit již od poloviny 19. století známou odchylku stáčení Merkurova perihelu od hodnoty předvídané Newtonovou teorií. To je první, ale nesmírně povzbudivý úspěch teorie z hlediska potvrzení pozorováním a Einstein jej ke konci roku dovršuje úspěchem teoretickým, kdy prosté, ale geniální přidání členu na pravé straně rovnic mu dovoluje splnit zákony zachování pro každý tenzor energie-impulzu. Definitivní podoba Einsteinových rovnic v [7] je

$$R_{ik} = \kappa \left(T_{ik} - \tfrac{1}{2} T g^{ik}\right)\,. \tag{9}$$

Ani v této práci, jejíž sté výročí si připomínáme, není ovšem vývoj Einsteinových rovnic po formální stránce dovršen. Einstein udává výraz na levé straně ve zbytečně komplikovaném tvaru, z něhož ani není patrna souvislost s tenzorem křivosti. Váže také stále platnost svých rovnic na souřadnicovou podmínku $\sqrt{-g} = 1$, kde g je determinant metriky.

Teprve v rozsáhlém výkladu své teorie [8] z roku 1916 Einstein konstatuje, že obecně kovariantní rovnice žádnou specifickou podmínku na souřadnice nevyžadují. Levou stranu rovnic (9) však stále zapisuje málo průhledným způsobem. V dnes obvyklém tvaru, odpovídajícím původní podobě Projektu (3),

$$R_{ik} - \tfrac{1}{2} R g_{ik} = \kappa T_{ik} \tag{10}$$

se rovnice u Einsteina objevují [13] až roku 1918, poté, co už je napsal Hilbert. Ekvivalence (10) a (9) se snadno dokáže výpočtem stopy tenzorů na obou stranách a dosazením.

Kromě podrobnějšího zdůvodnění cesty k obecné teorii relativity a přehledu dosažených výsledků obsahuje práce [8] také podstatný krok nutný k uznání teorie fyzikální komunitou. Ukazuje se v ní, že přibližným důsledkem rovnic (9) je v případě slabého gravitačního pole buzeného hmotou, která má povahu nekoherentního prachu, Poissonova rovnice (2), kde vztah mezi Einsteinovou a Newtonovou gravitační konstantou je

$$\kappa = \frac{8\pi k}{c^4}\,. \tag{11}$$

Dále rovnice geodetické čáry

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^i}{\mathrm{d}s^2} + \Gamma^i_{kl}\left(\frac{\mathrm{d}x^k}{\mathrm{d}s}\right)\left(\frac{\mathrm{d}x^l}{\mathrm{d}s}\right) = 0 \tag{12}$$

ve slabém gravitačním poli odpovídá působení na částici podle Newtonova gravitačního zákona

$$\frac{\mathrm{d}^2 x^i}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{\partial\phi}{\partial x^i}\,. \tag{13}$$

Einsteinova teorie není proto v rozporu s Newtonovou v oblasti lidské zkušenosti, v níž se Newtonova teorie osvědčila.

Lze tedy říci, že i když Einsteinovy rovnice byly zapsány již roku 1915, teprve syntetická práce z roku 1916 vybudování obecné teorie relativity dovršuje.

3. Spolubojovník i rival

Pomineme-li Grossmannovu pomoc na poli matematiky, prorážel Einstein cestu k relativistické teorii gravitace po řadu let sám. V listopadu 1915 si v soukromém dopise postěžoval, že „jen jeden kolega ji (jeho myšlenku) opravdu pochopil a snaží se ji nyní dovedně nostrifikovat“ [32]. Tímto kolegou nebyl nikdo jiný než jeden z největších matematiků své doby David Hilbert.

Hilbert se blíže seznámil s Einsteinovými myšlenkami během jeho přednáškového pobytu v Göttingen a byl jimi zaujat natolik, že jich užil v přednášce *Základy fyziky* pro Göttingenskou akademii věd 20. listopadu 1915. V tištěné podobě [23], která ovšem vyšla až na jaře následujícího roku, navrhuje vyvodit základní rovnice fyziky z variačního principu — nulovosti variace integrálu

$$\int\!\!\int\!\!\int\!\!\int \sqrt{-g}\,(R+L)\,\mathrm{d}V\mathrm{d}t \tag{14}$$

přes čtyřrozměrnou oblast v prostoročase. První člen R v součtu závisí podle (5), (7) na metrice a na jejích derivacích do druhého řádu a představuje Lagrangeovu funkci gravitačního pole, druhý, explicitně neurčený člen L představuje u Hilberta Lagrangeovu funkci elektromagnetického pole závislou na proměnných pole, jejich derivacích a na metrice, mohla by to však být i Lagrangeova funkce libovolné „hmoty“. Z variačního principu plynou Einsteinovy rovnice v dnes nejčastěji používaném tvaru (10). Pro jejich vyvození se obvykle využívá toho, že pro Hilbertovu hustotu platí

$$\sqrt{-g}\, R = \sqrt{-g}\, G + \chi^i_{,i}\,, \tag{15}$$

kde se druhé derivace metriky objevují jen ve druhém členu, ten má povahu divergence a nepřispívá proto k hledaným rovnicím. K jejich nalezení lze proto použít prvního členu bez druhých derivací, i když G na rozdíl od R není skalár a v tomto smyslu není obecně kovariantní.

Kuriózní je, že Hilbert nevyvozuje rovnice (10) jako Eulerovy–Lagrangeovy rovnice variačního počtu, ale zdůvodňuje jejich levou stranu zřejmě mylným argumentem, že je to jediná možnost, jak obecně kovariantní výrazy najít.

Porovnání dat Hilbertovy přednášky a Einsteinova článku může vést k otázce priority. Kdybychom měli k dispozici pouze publikace, mohlo by se zdát, že sami autoři si takovou otázku ani v náznaku nekladli. Hilbert ve [23] cituje Einsteinovy práce včetně [8] a v úvodu i v závěru vysoce hodnotí Einsteinovu klíčovou roli při vytvoření nového pohledu na gravitaci. Einstein v [9] oceňuje a využívá Hilbertův přínos k projasnění základů obecné teorie relativity. Teprve z korespondence víme, že Hilbertův příliš aktivní zájem zpočátku vyvolal v Einsteinovi rozladění.

Problémem priority a vztahem Einsteina a Hilberta se zabývá řada publikací, já jsem čerpal hlavně z [33]. Zdá se ovšem, že jej na základě dochovaných dokumentů s úplnou jistotou rozhodnout nelze. Nevíme, co přesně psal v kritické době Hilbert Einsteinovi. Byly nalezeny korektury Hilbertovy publikace, které se však výrazně liší od pozdější definitivní verze, a kromě toho pasáž, která by mohla mít význam pro posouzení priority, se ztratila. (Z korektur je ovšem patrno, že Hilbert tehdy ještě zastával podobný názor jako donedávna Einstein, že obecně kovariantní rovnice gravitačního pole existovat nemohou.) Téměř jistě Hilbert ve své přednášce formuloval variační princip, ale ještě nikoliv rovnice z něho plynoucí — mezitím Einstein došel k rovnicím vlastní cestou. O stupni vzájemného ovlivnění můžeme jen spekulovat.

Má to ale vůbec smysl? Lze pochopit Einsteinův pocit běžce, jenž má být těsně před cílem předběhnut soupeřem, který se za ním předtím „svezl“, i Hilbertův zájem zajistit si pohotovou publikací uznání vlastního přínosu. Musíme však vysoce ocenit Einsteinovu snahu o narovnání [33], na kterou Hilbert zřejmě přistoupil. Oba tak dali světu a potomkům lepší příklad než kdysi Newton a Leibniz.

4. Inspirátor

V úvodu práce [8] vyjadřuje Einstein vděčnost matematikům — jmenováni jsou Gauss, Riemann, Christoffel, Ricci, Levi-Civita a nakonec Grossmann. Fyzikální rozbor však začíná odvoláním na Ernsta Macha. Einstein ilustruje jeho myšlenku příkladem. Mějme dvě stejně hmotná kapalná tělesa, která jsou hodně vzdálena jedno od druhého i od ostatních hmot, a každé z nich se vzhledem ke druhému otáčí. Jedno těleso je koulí, druhé elipsoidem. Jak vysvětlit rozdíl?

Newtonovskou odpověď, že pouze druhé těleso se otáčí vzhledem k prostoru, pokládá Einstein v Machově duchu za neuspokojivou. Tato odpověď svádí příčinu na fiktivní, smyslovému poznání nepřístupný prostor, zatímco skutečnou příčinou může být jen pozorovatelné rozložení a pohyb vzdálených kosmických těles. Protože není žádný důvod privilegovat soustavu spojenou s některým z těchto těles, je nutno zobecnit princip relativity a předpokládat, že fyzikální zákony jsou stejné ve všech vztažných soustavách.

Jak už jsme vylíčili, od tohoto závěru vede cesta k Einsteinovým rovnicím, které Einstein zprvu považoval za ztělesnění Machových myšlenek. Brzy se však o tom vynořily pochybnosti. Poznamenejme, že jedním z pochybujících byl i náš František Nachtikal [27].

Podobné debaty se musí vyrovnat s faktem, že „Machův princip“ může být chápán a formulován různě. Uveďme formulaci ve Votrubově knize [34], která se shoduje s newtonovskou fyzikou v tom, že předpokládá eukleidovskou geometrii prostoru a absolutní čas. Pak je možno vyhovět Machovým představám požadavkem, aby zákony pohybu soustavy částic byly stejné ve všech tuhých vztažných soustavách. K nalezení pohybových rovnic je možno využít variačního principu [28], když nahradíme součet kinetických energií částic $\frac{1}{2}m_i v_i^2$ úměrných kvadrátům rychlostí součtem $\frac{1}{2}K\ m_i m_j\,(\mathrm{d}r_{ij}/\mathrm{d}t)^2$ přes dvojice částic úměrných kvadrátu změny vzdáleností. V [34] se ukazuje, že pak pro částici uprostřed izotropně rozložené vesmírné hmoty platí (po vystředování přes „vesmír“) Newtonova mechanika. Kdyby vesmírná hmota byla kolem nás rozložena s výraznou anizotropií, mohlo by se to projevit pozorovatelnými efekty, například důsledky srážky aut by závisely na směrech, v nichž se auta pohybovala. Faktická izotropie vesmíru tak brání tomu, aby se Machův princip, jestliže vskutku platí, projevil.

Vylíčenou teorii můžeme tedy považovat pouze za nejprostší model naznačující, jak by mohl svět podle Macha vypadat. I složitější modely by však měly společnou myšlenku odstranění výlučnosti setrvačných sil, které by se měly stát silami vyjadřujícími interakci a zařadit se tak do „rodiny“ jiných sil, jako je třeba i newtonovská gravitace. Einsteinova teorie však míří jiným směrem — gravitační síly jsou jakožto vlastnosti prostoročasu připodobněny setrvačným silám a odděleny tak od ostatních sil, čímž vzniká určité „rozštěpení“ fyziky, které trvá dodnes. V přednáškách, které pronesl Einstein v Princetonu a na nichž je založena jeho kniha [17], je ještě přesvědčen, že výsledky obecné teorie relativity jsou s Machovým principem v souladu a že „veškerá setrvačnost, tj. všechna pole g_{ik}, jsou v prvé řadě určena rozložením hmoty ve vesmíru a nikoliv hraničními podmínkami v nekonečnu“.

Proti tomu lze ovšem namítat, že metrika rotujícího tělesa v prázdném prostoru se nedá žádnou transformací převést na metriku tělesa, které nerotuje, nebo že existují (aspoň v podobě modelů) i rotující vesmíry, které nelze převést v nerotující. Machovo hledisko privileguje hmotu jako pozorovatelný zdroj gravitačního pole před přímo nepozorovatelným polem, což se dostává do rozporu s pozdější Einsteinovou snahou o vytvoření jednotné teorie pole, v níž by hmota jako něco odlišného od pole a poli v nějakém smyslu nadřazeného neexistovala. Einstein proto ve své pozdější tvorbě ztrácí o Machův princip zájem.

Současnou analýzu Machova principu a jeho vztahu k obecné teorii relativity nalezneme např. v [1].

5. Velký příběh kosmologické konstanty

Einsteinovy rovnice čekalo ještě jedno doplnění. V roce 1917 Einstein přistoupil k řešení „kosmologického problému“, nalezení homogenního a izotropního řešení svých rovnic. Požadoval, aby toto řešení bylo také statické. Když zjistil, že takové řešení neexistuje, využil toho, že bez narušení zákonů zachování lze doplnit rovnice kosmologickým členem [10], takže nabývají tvaru

$$R_{ik} + \lambda g_{ik} \ = \kappa \left(T_{ik} - \tfrac{1}{2} g_{ik} T\right) \tag{16}$$

či

$$R_{ik} - \tfrac{1}{2} R\, g_{ik} - \lambda g_{ik} = \kappa T_{ik}\,. \tag{17}$$

V Hilbertově variačním principu (14) odpovídá kosmologický člen přidání výrazu $2\sqrt{-g}\,\lambda$, jehož integrál je úměrný objemu oblasti prostoročasu.

Einstein tak nalezl první relativistický kosmologický model, statický Einsteinův vesmír. Jak se později ukázalo, statický vesmír není dobrým řešením kosmologického problému již proto, že je nestabilní. Neméně důležité je, že teorie (Friedman) i pozorování (Hubble) vedou k nestacionárním modelům vesmíru, které nenulovost kosmologické konstanty připouštějí, ale nevyžadují. V této souvislosti bývá citován Einsteinův výrok, že zavedení kosmologické konstanty bylo největší chybou, jakou v životě udělal. Tento výrok sice není doložen, ale v prvním dodatku k [17] věnovaném kosmologii Einstein napsal: „Kdyby hubblovské rozpínání bylo objeveno již v době, kdy vznikala obecná teorie relativity, kosmologický člen by nikdy nebyl zaveden.“ V té době netušil, že kosmologický člen čeká slavná budoucnost — jeho zahrnutí (s kladnou hodnotou λ) může vysvětlit před deseti lety objevené zrychlené rozpínání vesmíru [25].

Dnes je kosmologický člen zpravidla interpretován jako temná (resp. skrytá) energie a přesunut z levé na pravou stranu Einsteinových rovnic. Můžeme jej pak chápat jako součást tenzoru energie-hybnosti, které odpovídá kladná hustota energie λ/κ a záporný tlak (tedy napětí) λ/κ. Snad tyto veličiny odpovídají vakuu a fyzika někdy v budoucnu vysvětlí jejich původ a hodnoty. Pak je možno vykládat historii Einsteinových rovnic tak, že Einstein již v roce 1915 objevil správné rovnice a v roce 1917 v nich specifikoval základní a univerzální součást tenzoru energie-impulzu.

Je však také stále možné držet se tradičnějšího pojetí, ponechat kosmologický člen na levé straně rovnic a chápat Einsteinovu teorii gravitace prostě jako teorii se dvěma konstantami, gravitační κ a kosmologickou λ.

6. Z Einsteinových pozdějších let

Je dosti široce rozšířené přesvědčení, že po vzniku obecné teorie relativity Einstein v podstatě marnil čas hledáním unitární teorie a nic významného pro fyziku již neudělal. Ve skutečnosti i potom stojí u zrodu několika velmi důležitých příspěvků k obecné teorii relativity.

Již v roce 1918 vyváří základy teorie gravitačních vln [11]. V témže roce se věnuje [12] problému zákonů zachování v obecné teorii relativity. Kovariantní divergence tenzoru energie-hybnosti (4) přechází v obyčejnou divergenci a v běžný zákon zachování pouze tehdy, když jsou Christoffelovy symboly (6) rovny nule. V celé oblasti zakřiveného prostoročasu to učinit nelze a nemůžeme tedy integrací získat integrální zákony zachování. To je samo o sobě dobře vysvětlitelné — v bilanci zachování musí hrát roli nejenom „hmota“ popsaná tenzorem T_{ik}, ale také energie a impulz gravitačního pole. K řešení problému nabízí cestu variační počet, vztahy (14), (15) a teorémy E. Noetherové, potíž je však v tom, že doplnění „hmotných“ veličin T_{ik} veličinami reprezentujícími gravitační pole není jednoznačné. Jak vidíme z (15), není jednoznačná volba Lagrangeovy hustoty a v zakřiveném prostoročase není ani jasné, co máme chápat jako posunutí v čase a v prostoru, které vyžadují teorémy Noetherové. Jak postřehl již Einstein, narážíme při řešení problému na jistý konflikt mezi diferenciálními a integrálními zákony zachování: „V rozporu s naším obvyklým myšlením dospíváme k tomu, že připisujeme integrálu větší realitu než jeho diferenciálům.“ Formulování rozumných integrálních zákonů zachování si podle Einsteina žádá smířit se s nelokalizovatelností gravitační energie.

Ani Einsteinovo řešení nebylo jednoznačně přijato a dlouholeté pokusy o řešení problému oživené zejména v šedesátých letech minulého století vyústily spíše do ztracena. Připomněl jsem tento problém trochu podrobněji i proto, že jsme se jím v Brně hodně zabývali. Je možné si o tom přečíst např. v [24], [31], [29].

Hodně pozornosti věnoval Einstein otázce, zda může obecná teorie relativity něco říci o stavbě elementárních částic. Spolu s Rosenem [28] nalezli topologii sféricky symetrického řešení ve vakuu, v níž různé oblasti prostoročasu spojuje Einsteinův–Rosenův most. Mohla by nějak tak vypadat částice? Je to průkopnická práce, na kterou navázali mnozí další.

V následujícím roce Einstein zpracovává námět inženýra Mandla (původem z Čech) a odvozuje základy teorie gravitačních čoček [14]. Jak se později zjistilo z Einsteinových deníků, Einstein teoreticky předvídal existenci čoček již za svého pražského pobytu, ale pravděpodobně nevěřil, že by mohly být skutečně objeveny, takže objev nepublikoval a nyní nechtěl Mandla zarmoutit.

Zásadním problémem, ke kterému se Einstein občas vracel, je problém pohybu. Jak jsme dříve viděli, teorie relativity v prvotním znění pracuje s rovnicemi pole (10) — hmota ukazuje prostoročasu, jak se má zakřivit — a s rovnicemi pohybu (12) — prostor ukazuje hmotě, jak se má pohybovat. Jde však o nezávislé rovnice? Lze **snadno** dokázat, že světočarami nekoherentního prachu jsou podle Einsteinových rovnic geodetiky. Einstein si však spolu se svými spolupracovníky položil mnohem těžší otázku, zda jsou geodetikami i světočáry bodových singularit. Početně velmi složitá práce [21] vyústila v kladnou odpověď.

Hlavní náplní Einsteinova hledání se však přece jen stávala snaha o vytvoření teorie, která by umožnila zbavit se blíže neurčeného tenzoru energie-impulzu na pravé straně Einsteinových rovnic a opírala by se čistě o geometrické veličiny. Taková teorie by mohla obsáhnout gravitační a elektromagnetické pole, jejich vzájemné působení a možná i něco navíc. Během let se Einstein věnoval různým variantám, které po čase zklamaně opouštěl. Podrobněji o nich například v [30].

Jedna z možností byla vícedimenzionální teorie. Např. v pětirozměrném prostoročase s 15 nezávislými komponentami g_{ik} by mohlo být zahrnuto gravitační pole (10), elektromagnetický čtyřpotenciál (4) a ještě skalární pole (1). Později Einsteina zaujaly hlavně teorie, v nichž se jako základní proměnné chápaly metrické koeficienty g_{ik} a složky konexe Γ^i_{kl}. Nadějnou cestu k nalezení rovnic podává variační princip. Již v Hilbertově variačním principu můžeme chápat složky metriky a konexe jako nezávislé a dostaneme tak Levi-Civitovu konexi (6). Pro rovnice (1) a (12) jsou důležité jen symetrické části metriky a konexe, je však možné zavést nesymetrickou konexi na základě vztahu pro paralelní přenos vektoru

$$\delta A_i = \Gamma^k_{il} A_k \mathrm{d}x^l \tag{18}$$

a hustotu objemu vytvořenou z nesymetrické metriky

$$\eta = \sqrt{-g}\,. \tag{19}$$

16 proměnných nesymetrické metriky by mohlo představovat 10 komponent gravitačního pole a 6 komponent pole elektromagnetického. Teorii s těmito proměnnými věnoval Einstein svou poslední práci [15], která je druhým dodatkem ke knize [21]. Práce je po stránce matematické velmi důmyslná, rovnice, které v ní obdržel, však nenašly fyzikální uplatnění.

7. Bilance a perspektivy

Vracím se v myšlenkách do poloviny cesty, kterou obecná teorie relativity od svého zrodu do dneška prošla. V roce 1965 jsem začínal ještě jako student dělat první výpočty metrik, tenkrát ovšem vždy tužkou na papíře. Nedovedl jsem si ani představit, že všechno, s čím se týdny mořím, jednou za chvíli zvládnou počítače. Experimentální potvrzení se omezovalo na klasické tři testy — posun perihelu Merkura, odchylka paprsků hvězd při zatmění Slunce, červený posuv spektrálních čar způsobený rozdílem potenciálů. Poslední z nich byl přesvědčivě dokázán teprve před sedmi lety užitím Mössbauerova jevu. Velmi čerstvý byl návrh čtvrtého testu — Shapirovo zpoždění návratu radarových signálů procházejících v blízkosti kosmických hmot, zjištěné asi rok nato.

Testy neztrácejí svůj význam, jsou dnes mnohem komplexnější a přesnější, malé stáčení perihelu je bezpečně prokázáno i u Venuše a Země a mnohem větší u binárních pulsarů, odchylku světla potvrzují gravitační čočky, vliv rozdílu potenciálů na plynutí času je podstatný pro fungování GPS.

O pár let později bude ohlášeno a po nadšených ohlasech a bouřlivých diskusích zase odvoláno Weberovo zachycení gravitačních vln z vesmíru. Až později nám binární pulsar PSR B1913+16 podal aspoň nepřímý důkaz, že gravitační vlny odnášejí energii a tedy existují — na přímé potvrzení stále čekáme.

Nejhodnotnější doklady správnosti teorie relativity přinášejí ovšem družicové experimenty. Zmíním se aspoň o Thirringově–Lensově jevu precese setrvačníku obíhajícího v gravitačním poli rotující Země, což, i když s omezenou přesností, potvrdil experiment Gravity Probe B. Potěšilo mě, že pochybnost nejen o teorii relativity, ale i o Newtonově zákonu na velkých vzdálenostech, kterou vyvolalo anomální zpomalování družic Pioneer na hranicích Sluneční soustavy, byla věrohodně vysvětlena: jde patrně o důsledek asymetrie tepelného záření.

Dovolil bych si proto říci, že v makroskopických rozměrech, od věží až po Sluneční soustavu, je obecná teorie relativity spolehlivě potvrzena a že v těchto rozměrech už natrvalo zůstane tím nejlepším, co máme.

Ještě impozantnější, ale jistě i více vystaveno pochybnostem je to, co jsme se díky obecné teorii relativity dověděli v oblasti astrofyziky a kosmologie. V polovině dosavadního života obecné teorie relativity byly pojmy „černá díra“ či „reliktní záření“ ještě čerstvé, nic podobného černé díře však dosud nebylo pozorováno. Kosmologický člen byl skoro všeobecně odložen do archivu. Dnešní stav a vývoj astrofyziky a kosmologie by si ovšem vyžádal další přednášku. Vyjádřím proto jen naději, že se spolu s teorií relativity dožijeme zaznamenání průchodu gravitačních vln a získání dat z urychlovačů, které nás uvedou na stopu hlubšího propojení gravitace a mikrofyziky.

Své vystoupení nemohu zakončit lépe než Einsteinovým výrokem [16] z roku 1933: „Ve světle již dosažených výsledků se šťastně nalezené jeví, jako by se to téměř rozumělo samo sebou. Ustoupila do pozadí dlouhá léta hledání v temnotě plná předtuch, napjatá očekávání, střídání naděje a deprese a posléze průnik k jasnosti. Ale to pochopí jen ten, kdo to všechno sám zažil.“

Literatura

[1] Barbour, J.: *Kepler and Mach's principle.* Fundamental Theories of Physics 177, Bičák, J., Ledvinka, T. (eds.), Springer, Heidelberg, 2014.

[2] Einstein, A.: *Über das Relativitätsprinzip und die demselben gezogenen Folgerungen.* Jahrbuch d. Radioaktivität u. Elektronik *4* (1907), 411–462.

[3] Einstein, A.: *Relativität und Gravitation.* Ann. Phys. *38* (1912), 1059–1064.

[4] Einstein, A.: *Die formale Grundlagen allgemeinen Relativitätstheorie.* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *2* (1914), 1030–1085.

[5] Einstein, A.: *Zur allgemeinen Relativitätstheorie.* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *44 (2)* (1915), 778–786.

[6] Einstein, A.: *Zur allgemeinen Relativitätstheorie. (Nachtrag.)* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *46 (2)* (1915), 799–801.

[7] Einstein, A.: *Die Feldgleichungen der Gravitation.* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *48 (2)* (1915), 844–847.

[8] Einstein, A.: *Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie.* Ann. Phys. *49* (1916), 769–822.

[9] Einstein, A.: *Das Hamiltonische Princip und allgemeine Relativitätstheorie.* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *2* (1916), 1111–1116.

[10] Einstein, A.: *Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie.* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *1* (1917), 142–152.

[11] Einstein, A.: *Über Gravitationswellen.* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *1* (1918), 154–167.

[12] Einstein, A.: *Der Energiesatz in der allgemeinen Relativitätstheorie.* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *1* (1918), 448–459.

[13] Einstein, A.: *Spielen die Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wessentliche Rolle?* Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *1* (1919), 349–356.

[14] Einstein, A.: *Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field.* Science *84* (1936), 506–507.

[15] Einstein, A.: *Relativistic theory of the non-symmetric field.* The Meaning of Relativity. 5th edition, Princeton, 1955.

[16] Einstein, A.: *Einiges über die Entstehung der allgemeinen Relativitätstheorie.* George A. Gibbon Foundation Lecture, 20th June 1933. Mein Weltbild, Frankfurt am Main, 1955, 170–175.

[17] Einstein, A.: *The meaning of relativity.* Routledge Classics, London and New York, 2003.

[18] Einstein, A.: *Teorie relativity.* VUTIUM, Brno, 2005, 83.

[19] Einstein, A., Grossmann, M.: *Entwurf einer Relativitästheorie und Theorie der Gravitation.* Z. Math. und Phys. *62* (1913), 225–261.

[20] Einstein, A., Rosen, N.: *The particle problem in the general theory of relativity.* Phys. Rev. *48* (1935), 73–77.

[21] Einstein, A., Infeld, L., Hoffmann, B.: *Gravitational equations and problems of motion.* Ann. of Math. *39* (1938), 65–100.

[22] Einstein, A., Infeld, L.: *Gravitational equations and the problems of motion II.* Ann. of Math. *41* (1940), 455–484.

[23] Hilbert, D.: *Die Grundlagen der Physik.* Nachr. K. Gesellsch. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse, 1915, *Heft 3*, 395–408.

[24] Horský, J., Novotný, J.: *Conservation laws in general relativity.* Czechoslovak J. Phys. *B19* (1969), 419–442.

[25] Kirschner, R. P.: *Výstřední vesmír.* Paseka, Praha, 2005.

[26] Landau, L. D., Lifšic, E. M.: *Teorija polja, tom II.* Nauka, Moskva, 1988, 295.

[27] Nachtikal, F.: *Princip relativity.* A. Píša, Brno, 1921.

[28] Novotný, J., Horský, J.: *The Mach principle and the inverse variational problem.* Proc. Internat. Conference Ernst Mach and the Development of Physics, Charles University, Prague, 1988, 199–204.

[29] Novotný, J.: *Otázky nad energií.* Nové trendy ve fyzice, Ústav fyziky FEI VUT, Brno, 2001, 32–45.

[30] Novotný, J.: *Einstein and the unity of physics.* Proc. 15th Conference of Slovak and Czech Physicists, Slovak Academy of Sciences, Košice, 2005, 1–5.

[31] Rybníčková, J.: *Zákon zachování v obecné teorii relativity – 85 let hledání.* Čs. čas. fyz. *51 (2)* (2001), 93–116.

[32] Stachel, J.: *New light on the Einstein-Hilbert priority question.* J. Astrophys. Astronom. *20* (1999), 94.

[33] Stachel, J.: *New light on the Einstein-Hilbert priority question.* J. Astrophys. Astronom. *20* (1999), 91–101.

[34] Votruba, V.: *Základy speciální teorie relativity.* Academia, Praha, 1977, 33–38. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *1* (1917), 142–152.