Jakov G. Sinaj

Matematici a fyzici = kočky a psi?

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 59 (2014), No. 4, 274--276

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/144078

Matematici a fyzici = kočky a psi?

Jakov G. Sinaj, Princeton, NJ

Kladná odpověď na tuto otázku se objevila v recenzním posudku, který napsal jeden slavný fyzik na článek napsaný jedním slavným matematikem.

Následující text je písemnou verzí mé přednášky, kterou jsem pronesl během diskuse u kulatého stolu na 95. konferenci o statistické fyzice na Rutgers University v květnu 2006. Diskuse byla koordinována J. Lebowitzem. Tématem diskuse byla „Nesmyslná účinnost matematiky v přírodních vědách“, jak to zformuloval Eugene Wigner ve své courantovské přednášce na New York University. Wignerova přednáška se konala 11. května 1959, tj. téměř před 50 lety. Dalšími účastníky nedávné diskuse byli P. Anderson, F. Dyson a E. Witten. Předsedajícím sezení byl M. Fischer. Wigner publikoval článek se stejným názvem v Communications of Pure and Applied Mathematics, sv. 13, č. 1. Článek začíná touto historkou: Mladý statistik, který se zabýval problémy růstu populace, vysvětloval svému příteli potíže, na které naráží, a ukazoval mu některé výsledky své analýzy. Přítel spatřil v jeho vzorcích písmeno π a zeptal se ho, co to znamená. Statistik odpověděl, že π je obsah kruhu o poloměru 1. Na to přítel odvětil: „Chceš mě přesvědčit, že obsah kruhu má něco společného s růstem populace?“

Na konci svého článku Wigner také napsal: „Zázrak vhodnosti jazyka matematiky pro formulování zákonů fyziky je báječný dar, kterému ani nerozumíme, ani si jej nezasloužíme. Měli bychom být za to vděčni a doufat, že to tak zůstane zachováno i v budoucím výzkumu a že se to rozšíří za všech okolností k naší libosti, i když snad také může dojít k naší frustraci kvůli velké různosti odvětví výzkumu.“

Proslulé Wignerovy práce o souborech náhodných matic vyšly několik let před jeho článkem. Je těžké si představit moderní teoretickou fyziku bez algebraické geometrie a topologie. Na druhé straně, teoretická fyzika, zejména teorie strun, poskytuje těmto matematickým oborům spoustu krásných a významných problémů. Avšak fyzici nemají vždy velké uznání pro matematiku. Přední ruský fyzik L. Landau jednou řekl, že nejlepší fyzik v Rusku byl J. Frenkel, který ve svých pracích používal nanejvýš kvadratickou rovnici. Sám Landau byl trochu náročnější, protože občas potřeboval obyčejné diferenciální rovnice. Matematická část pověstného Landauova teoretického minima (pro přijímací zkoušky studentů teoretické fyziky, pozn. překladatele) obsahovala jen úlohy na integrování, vektorovou analýzu a obyčejné diferenciální rovnice. Poznámky o matematice ve stejném tónu jsou roztroušeny v učebnicích R. Feynmana. Matematici na to reagovali slovy, že fyzici zacházejí s matematikou tak, jako zločinci

Y. G. Sinai, Dept. of Mathematics, Princeton University, Princeton, NJ 08544-1000, USA. Z anglického originálu *Mathematicians and physicists = cats and dogs?*, Bull. Amer. Math. Soc. *43 (4)* (2006), 563–565, přeložil Oldřich Kowalski.

zacházejí s trestním zákoníkem (viz I. M. Gelfand). Některé důvody této zášti byly zřejmé. V matematice převládal styl založený na axiomatickém přístupu, epsilon-delta důkazech a přísných požadavcích na přesnost. Ve fyzice převládal trend směrem ke komplikovaným schématům perturbační teorie, diagramům atd., které byly pro klasické matematiky velmi obtížné na pochopení. Zřejmě to byla studená „kočko-psí“ éra.

Později začali matematici pravidelně navštěvovat fyzikální semináře a konference a počet matematiků, kteří do hloubky chápali problémy fyziky, významně narostl během života jedné nebo dvou generací. Zdá se, že tento proces začal koncem padesátých let, kdy fyzici pochopili, že mohou najít v moderní matematice něco užitečného, co dosud neznali. Dovolte mi uvést dva příklady spojené se slavnou KAM-teorií[1]. Jeden fyzik mi řekl, že KAM-teorie je tak přirozená, že musela být vynalezena fyziky. Na konci padesátých let přišli dva známí ruští fyzici, L. A. Arzinovič a M. A. Leontovič, na Moskevskou státní univerzitu na seminář vedený A. N. Kolmogorovem, aby vysvětlili problém existence magnetických ploch, který byl v té době považován za velmi důležitý. Mluvčím této skupiny L. A. Arzinovič, experimentální fyzik. Jeho přednáška byla velmi jasná a inspirující a brzy nato V. Arnold vyřešil základní problém s použitím KAM-teorie. Tuto událost je možno považovat za konec studené „kočko-psí“ éry.

Podle mého názoru je velmi důležité a užitečné pro matematiky, kteří se rozhodnou pracovat na problémech souvisejících s fyzikou, mít víceméně pravidelné kontakty s fyziky. Já jsem se setkával velmi často s J. M. Lifšicem, který byl jedním z předních teoretických fyziků té doby. Když jsme se setkali poprvé, zeptal se mě, čím se zabývám. Když jsem odpověděl, že ergodickou teorií, poznamenal: „Ergodická teorie je teorie, která vysvětluje, že každá tkanička od bot se dříve nebo později rozváže.“ Během své další návštěvy jsem se snažil Lifšicovi vysvětlit naše společné výsledky s mým žákem S. Pirogovem o fázových diagramech mřížkových modelů při nízkých teplotách. Začal naslouchat, ale pak velmi rychle řekl, že všechno je velmi jednoduché a zřejmé. Pak napsal několik vzorců odvozujících naše výsledky. Odcházel jsem ve velkých rozpacích, a až za nějakou dobu jsem zjistil, že vzorce pro logaritmy rozkladových funkcí, které Lifšic použil, byly konečným a nejobtížnějším výsledkem naší teorie.

Podobné reakce jsme se dočkali od I. M. Gelfanda. Když jsme mu vysvětlovali naše výsledky, poznamenal, že fyzikovi musí být všechno zřejmé. Avšak když jsme se ho zeptali, zdali máme napsat text s podrobným vysvětlením celé teorie, odpověděl: „Jistěže ano.“

Byly mnohé další případy, kdy reakce fyziků byly překvapující a velmi odlišné od reakcí matematiků. Jednou jsem se vrátil do Moskvy z cesty do USA a vysvětloval jsem příteli fyzikovi hypotézu, kterou jsem slyšel od T. Spencera, totiž o přebytku hodnot parametru, pro které standardní zobrazení nemá žádné KAM-ostrovy.[2] Můj přítel chvíli přemýšlel a pak řekl: „To musí být velká matematická věta, protože my fyzici jsme ji nikdy neviděli.“ Avšak o něco později napsal ve své další publikaci, že, jak každý ví, standardní zobrazení připouští hodnoty parametrů, pro které neexistují žádné ostrovy.

[1] KAM = Kolmogorov–Arnold–Moser

[2] Pozn. překladatele: Standardní zobrazení (známé také jako Čirikovovo–Taylorovo zobrazení nebo jako Čirikovovo standardní zobrazení) je chaotické zobrazení čtverce o straně 2π na sebe, které zachovává obsah. Viz Wikipedie.

Někdy matematici chápou příliš doslovně tvrzení nebo výsledky fyziků. Před několika lety vyšel článek M. Berryho a M. Tabora, ve kterém autoři tvrdili, že rozložení vzdáleností mezi sousedními vlastními hodnotami Laplaceova operátoru pro integrovatelné metriky konverguje podle Poissonova zákona. Z hlediska teorie pravděpodobnosti vypadá toto tvrzení velmi přitažlivě a já jsem strávil několik let snahou je dokázat. Nakonec jsem ukázal, že tvrzení je pravdivé pro náhodné integrovatelné metriky. Pokud vím, nebylo ještě nic dokázáno pro konkrétní metriky. Nedávno jsem hovořil na toto téma s jedním fyzikem a ten mi řekl, že fyzici rozumějí pod Poissonovým zákonem tvrzení, že korelační funkce druhého řádu se blíží kladné limitě, jestliže se vzdálenosti blíží nule. To má jasně za následek absenci odpuzování úrovní (ve smyslu Wignera a von Neumanna, pozn. překladatele), což je hlavní výsledek. Ale to je mnohem jednodušší věta, kterou lze snadno dokázat za velmi obecných předpokladů.

Nyní je víceméně obvyklé zvát matematiky jako přednášející na fyzikální semináře. Po jedné mé přednášce na velkém semináři o teoretické fyzice se mě předsedající zeptal na možné aplikace mých výsledků v experimentální fyzice. Odpověděl jsem mu, že pro mne teoretická fyzika hraje stejnou roli jako experimentální fyzika pro něj. To nebyl žert. Obvykle nedůvěřuji fyzikům, dokud nenajdu svůj vlastní důkaz, nebo přinejmenším vysvětlení jejich výsledků. Z toho důvodu zůstává velká část teoretické fyziky mimo moje chápání. Můj zesnulý přítel R. L. Dobrušin jednou poznamenal, že každý matematik buduje sám pro sebe svou vlastní teoretickou fyziku. To je určitě přehnané. Je ovšem pravda, že světy matematiků a fyziků jsou zcela odlišné a je tu hranice, která je odděluje. Ta hranice je velmi individuální a každý si ji volí sám pro sebe.

O autorovi

Jakov G. Sinaj je profesorem v Matematickém ústavu university v Princetonu. Mezi jemu udělené pocty patří Wolfova cena, Nemmersova cena (původně udělovaná jen za ekonomiku, pozn. překladatele) a členství v Americké národní akademii věd, Americké akademii umění a věd a Ruské akademii věd.[3]

[3]Pozn. překladatele: Jakov G. Sinaj získal mnoho dalších ocenění včetně Abelovy ceny za matematiku — viz předchozí článek v PMFA *59* (2014), 265–273.