D. Freni
Sul la theorie de la dimension dans les hypergroupes

Acta Universitatis Carolinae. Mathematica et Physica, Vol. 27 (1986), No. 2, 67,80

Sur la Theorie de la Dimension dans les Hypergroupes

D. FRENI*)

Received 5 March, 1986

Closed subhypergroups of hypergroups are studied with a special emphasis on those proper ties which may be used in a theory of dimension and linear independency in hypergroups.

Studují se uzavřené podhypergrupy v hypergrupách. Zvláštní pozornost je věnována těm vlastnostem, které mohou být využity v teorii dimenze a lineární nezávislosti v hypergrupách.

Изучаются закрытые подгипергруппы в гипергруппах. Особенное внимание обращается на эти свойства, которых возможно использовать в теории дименэии и линейной неотвисимости в гипергруппах.

Introduction

Le premier paragraphe de ce travail est consacré à l'étude des sous-hypergroupes clos d'un hypergroupe, et en particulier on démontre des propriétés qui dans les paragraphes suivants permettent de développer une théorie d'indépendence linéaire et dimensionelle dans les hypergroupes.

En effet, déjà dans le travail [9] W. PRENOWITZ et J. JANTOSCIAK ont développé une théorie de la dimension dans une classe d'hypergroupes commutatifs appellés Exchange Space. Ici en posant pour tout sous-ensemble A d'un hypergroupe H, $\langle A\rangle$ égale à l'intersection de tous les sous-hypergroupes clos de H contenant A (c'est-à-dire $\langle A\rangle$ est la clôture de A), on introduit la notion d'hypergroupe cambiste (verifiant l'axiome d'échange) et on montre comme il est possible d'étendre une telle théorie à la classe plus vaste des hypergroupes cambistes. De plus, on établit de résultats dans le cas des dimensions infinies (W. Prenowitz et J. Jantosciak se limitent à considérer le cas de dimension finie) et on démontre des résultats consacrés à l'étude des relations existant entre bases et morphismes de deux hypergroupes cambistes.

Notations et rappels

Dans tout ce travail H désigne un hypergroupe et h un sous-hypergroupe de H.

On rapelle qu'un sous-hypergroupe h de H est dit CLOS à droite (resp. gauche) dans H s'il vérifie l'égalité $(H - h)\,h = (H - h)$ (resp. $h(H - h) = (H - h)$)

*) Via Palermo 523, 981 00 Messina, Italy

De plus, tous x de B vérifie $p(x) \notin \langle(p(B) - \{p(x)\})\rangle$. En effet, en posant $X = B - \{x\}$ puisque C est libre, on a $x \notin \langle C - \{x\}\rangle = \langle A \cup X\rangle = p^{-1} p(\langle A \cup X\rangle) = p^{-1} \cdot (\langle p(X)\rangle)$ et donc $p(x) \notin \langle p(X)\rangle$. Ainsi $p(B)$ est une partie libre de H', donc une base de H'.

En outre, la restriction p/B: $B \to p(B)$ est bijective. En effect, pour tout couple (x, y) d'éléments de B tel que $x \neq y$, en posant $X = B - \{x\}$, on a $y \in X$, donc $p(y) \in p(X) \subset \langle p(X)\rangle$ et puisque l'on a $p(x) \notin \langle p(X)\rangle$, car $p(B)$ est libre, il s'ensuit $p(x) \neq p(y)$.

Il en résulte $|B| = |p(B)| = \dim H'$, donc, $\dim H = |C| = |A| + |B| = \dim h + \dim H/h$.

Bibliographie

[1] BONANSINGA P. et CORSINI P.: Su gli omomorfismi di semi-ipergruppi e di ipergruppi, Boll. U. M. I., 1-B, 717—727, (1982).

[2] CORSINI P.: Ipergruppi semiregolari e regolari, Rend. Sem. Mat. Univ. Politecn. Torino, Vol. 40, 3, (1982).

[3] CORSINI P.: Recenti risultati in teoria degli ipergruppi, Boll. U. M. I., 2-A, (1983).

[4] DRESHER M. et ORE O.: Theory of multigroups, Amer. J. Math., 60, (1938).

[5] D. FRENI: Structure des hypergroupes quotients et des hypergroupes de type U, Ann. Sci. Uni. Clermont-Ferrand II, Sér. Math. Fasc. 22, pp. 51—77, (1984).

[6] D. FRENI: Hypergroupes cambistes — Hypergroupes de type U — Applications à la téorie de la dimension et à l'homologie non abélienne, Thése de Doctorat, Univ. de Clermont-Ferrand II, (1985).

[7] D. FRENI: Sur les hypergroupes de type U et sous-hypergroupes engendre par un sous-ensemble — Article à paraitre.

[8] M. KRASNER: La loi de Jordan-Holder dans les hypergroupse et les suites géneratrices des corps de nombres β-adiques, Duke Math. Jour. Vd 6, (1940).

[9] W. PRENOWITZ et J. JANTOSCIAK: Geometries and Join Spaces, Journal fur die reine und angewandte Mathematik, 257, (1972).

[10] Y. SUREAU: Contribution à la théorie des hypergroupes et hypergroupes opérant transitivement sur un ensemble, Thèse de Doctorat d'Etat, Univ. de Clermont-Ferrand II, (1980).

[11] Y. SUREAU: Hypergroupes de type C, Conférence Taormine, (1983).