

V. Červený; J. Kozák

Методика и некоторые результаты теоретических и экспериментальных исследований по распространению сейсмических объемных волн в Чехословакии

*Acta Universitatis Carolinae. Mathematica et Physica*, Vol. 17 (1976), No. 2, 29--[48h]

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/142387>

**Terms of use:**

© Univerzita Karlova v Praze, 1976

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## **Методика и некоторые результаты теоретических и экспериментальных исследований по распространению сейсмических объемных волн в Чехословакии**

В. ЧЕРВЕНЫ

*Геофизический Институт, Карлов Университет, Прага\*)*

Я. КОЗАК

*Геофизический Институт, Чехословацкая Академия Наук, Прага\*\*)*

*Статья поступила в редакцию 28. 1. 1975 г.*

Дается обзор теоретических и экспериментальных методов, применяемых в Чехословакии для изучения распространения объемных сейсмических волн. Приведены результаты теоретических вычислений и некоторых лабораторных измерений. Главное внимание уделяется лучевой теории в теоретической части и шлирен-измерениям в экспериментальной части работы.

Methods and certain results of theoretical and experimental investigations of seismic body wave propagation in Czechoslovakia. — An outline of theoretical and experimental methods used in Czechoslovakia in the study of seismic body wave propagation is given. Certain results of theoretical computations and laboratory measurements are presented. Main attention is focused on the ray theory in the theoretical part and on the schlieren method in the experimental part of the paper.

Metodika a některé výsledky teoretického a experimentálního studia šíření prostorových seismických vln v Československu. — V práci je uveden přehled teoretických a experimentálních metod užívaných v Československu při studiu šíření prostorových seismických vln. Jsou předloženy některé výsledky teoretických výpočtů i laboratorních měření. Hlavní pozornost je soustředěna na paprskovou teorii v teoretické části, a na šlírová měření v části experimentální.

### **1. Введение**

В Чехословакии проводятся исследования по распространению сейсмических объемных волн в трех учреждениях. Теоретические проблемы и проблемы вычислительной сейсмологии решаются прежде всего в Геофизическом институте Карлова Университета в Праге. Лабораторные методы разрабаты-

\*) 121 16 Praha 2, Ke Karlovu 3, Czechoslovakia

\*\*\*) 141 31 Praha 4-Spořilov, Czechoslovakia

ваются главным образом в Геофизическом институте Чехословацкой Академии Наук в Праге. Оба выше указанных института очень тесно сотрудничают в исследованиях волн, распространяющихся в земной коре и верхней мантии Земли. Национальное предприятие «Геофизика» в г. Брно занимается решением проблем интерпретации, важных с точки зрения сейсморазведки. Главным образом здесь разрабатываются методы отраженных волн.

В дальнейшем мы обратим внимание на проблемы, которые решаются в двух первых учреждениях, на методы исследований и на некоторые результаты. Обзор не является исчерпывающим, так как в короткой статье невозможно упомянуть все интересные работы и направления. Совсем не будет говориться о полевых и сейсмологических работах по исследованию сейсмических волн, о проблемах обработки сейсмических данных и о лабораторных измерениях скоростей сейсмических волн на образцах. Что касается теории, то основное внимание уделяется объемным волнам. Исследования поверхностных волн, проводимые в Чехословакии, в статье не описываются.

В Геофизическом институте Карлова Университета исследуются главным образом вопросы распространения импульсных волн в неоднородных, изотропных средах. Используются как лучевые, так и точные методы, а также различные асимптотические подходы в сингулярных областях. Начинают также применяться методы конечных разностей. При решении задач не только проводится теоретический анализ, но и обсуждаются физические проблемы. Неизбежным условием является также составление алгоритмов и подготовка программ для ЭВМ и расчет модельных задач.

В Геофизическом институте ЧСАН разрабатываются лабораторные методы исследования сейсмических волн. При интерпретации структуры земной коры и верхней мантии Земли использовались здесь в шестидесятых годах методы трехмерного ультразвукового моделирования (глубинное распределение скорости в исследуемых моделях соответствовало результатам сейсмических наблюдений в моделированных областях). Результаты измерений принесли ряд ценных сведений: дали, например, возможность объяснить некоторые характерные особенности амплитудных кривых объемных волн для поверхностных землетрясений и точнее установить вероятное глубинное распределение скоростей в исследованных областях земной коры и верхней мантии [1, 2, 3].

В последнее время был в этом институте разработан и использован оптический шликер-метод, который позволяет сделать видимым поле упругих Р-волн в прозрачных моделях. Этот метод особенно подходит для детального исследования волнового поля внутри модельных сейсмических структур. Разработана широкая программа исследований кинематических и динамических свойств отдельных волновых групп в простых типичных моделях, которые можно считать как бы элементами методического ряда. При модельных шликер-измерениях, осуществленных в Геофизическом институте АН ЧССР, был

использован чувствительный шлирен-прибор, работающий с пучком параллельных лучей. Исследуемые модели были построены из прозрачных однородных веществ (как жидкость, желатин, плексигласс), в которых скорость распространения упругих волн изменяется в требуемом диапазоне. Применяются источники упругих волн взрывного типа; объемные волны давления, которые распространяются внутри модели, и которые становятся видимыми при помощи шлирен прибора, регистрируются высокоскоростной камерой, работающей со скоростью до 2 миллионов кадров в сек. Запись опыта составляет систему кадров, на которых изображено волновое поле объемных волн через равные промежутки времени. В следующем будут приведены некоторые результаты, полученные шлирен-методом. Но в статье не приводится подробного анализа приведенных шлирен-снимков, и интересующиеся могут обратиться к указанной литературе. Заметим, что более широкие обзоры теоретических работ возможно найти в [29, 30], экспериментальных в [33, 38].

## 2. Методика и некоторые результаты теоретических и экспериментальных исследований

Теоретические работы, которые приведены в дальнейшем, характеризуют основные проблемы, разработанные главным образом в Геофизическом институте Карлова Университета в Праге в области теоретического изучения объемных сейсмических волн. Предложены некоторые записи модельных шлирен-измерений на сейсмических структурах, имеющих связь с выше упомянутыми теоретическими работами. Но показываются также шлирен-снимки волнового поля в таких моделях, для которых теория еще достаточно не разработана.

Для исследований горизонтальных неоднородностей в земной коре и верхней мантии были разработаны методы вычисления лучей, теоретических годографов и лучевых амплитуд в изотропной и анизотропной средах, неоднородных в двух или трех координатах. Приведенные среды могут содержать криволинейные границы раздела. Хорошо известно, что луч в такой среде можно описать системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Данные уравнения для неоднородной упругой анизотропной среды имеют следующую форму:

$$\frac{dx_i}{d\tau} = a_{ijkl} p_l D_{jk} / D, \quad \frac{dp_i}{d\tau} = -\frac{1}{2} \frac{\partial a_{ijkl}}{\partial x_i} p_l p_s D_{jk} / D, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} D_{11} &= (\Gamma_{22} - 1)(\Gamma_{33} - 1) - \Gamma_{23}, \\ D_{22} &= (\Gamma_{11} - 1)(\Gamma_{33} - 1) - \Gamma_{13}, \\ D_{33} &= (\Gamma_{11} - 1)(\Gamma_{22} - 1) - \Gamma_{12}, \\ D_{12} &= D_{21} = \Gamma_{13}\Gamma_{23} - \Gamma_{12}(\Gamma_{33} - 1), \\ D_{13} &= D_{31} = \Gamma_{12}\Gamma_{23} - \Gamma_{13}(\Gamma_{22} - 1), \\ D_{23} &= D_{32} = \Gamma_{12}\Gamma_{13} - \Gamma_{23}(\Gamma_{11} - 1), \\ D &= D_{11} + D_{22} + D_{33}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Gamma_{jk} = p_i \rho a_{ijk}, \quad a_{ijk} = c_{ijk} / \rho. \quad (3)$$

В системе (1) — (3)  $x_i$  обозначают координаты точек вдоль луча,  $p_i$  — компоненты вектора обратной скорости ( $p_i = \partial \tau / \partial x_i$ , где  $\tau(x_i) = t$  дает уравнение волнового фронта),  $\rho$  — плотность и  $c_{ijk}$  — модули упругости. Приведенную систему можно универсально использовать для всех типов объемных сейсмических волн в анизотропной среде, т.е. для квазипродольной волны и двух квазипоперечных волн (с исключением некоторых сингулярных ситуаций). Тип волны задается при помощи начальных условий. Система (1) содержит 6 уравнений, но их число возможно без каких-либо затруднений сократить до пяти (или меньше в случае различных симметрий [4]). Систему возможно решить при помощи стандартных методов, напр. метода Рунге-Кутты.

На основе выше упомянутой теории были составлены программы для расчета лучей и годографов квазипродольной и двух квазипоперечных волн, распространяющихся в неоднородной анизотропной среде. Был проведен ряд численных расчетов. При исследовании объемных волн, распространяющихся в модели неоднородной анизотропной земной коры, получилось, что даже сравнительно слабая анизотропия может в значительной степени оказать влияние на результаты интерпретации сейсмических измерений, особенно при определении глубин отражающих границ раздела [5]. Составленные программы используются также при решении некоторых отдельных проблем сейсмической разведки в Чехословакии.

Значительное внимание обращается на расчеты лучевых амплитуд в неоднородных изотропных и анизотропных средах с криволинейными границами раздела. При расчете амплитуд в таких сложных средах трудности возникают только при вычислении геометрического расхождения. Для расчета геометрического расхождения применяется несколько методов. Геометрическое расхождение  $\mathcal{J}$  можно, например, выразить при помощи шести вспомогательных величин  $\mathcal{J}_{ai}$  ( $a = 1, 2, i = 1, 2, 3$ ) в форме

$$\mathcal{J} = (EF - G^2)^{1/2}, \quad (4)$$

где

$$E = y_{1i} y_{1i}, \quad F = y_{2i} y_{2i}, \quad G = y_{1i} y_{2i}. \quad (5)$$

Вспомогательные величины  $y_{ai}$  являются в сущности производными  $x_i$  относительно параметров луча. Эти величины можно определить, решая систему обыкновенных дифференциальных уравнений. В случае неоднородной изотропной среды система дифференциальных уравнений для сейсмического луча имеет известный вид

$$\frac{dx_i}{dt} = v^2 p_i, \quad \frac{dp_i}{dt} = - \frac{\partial \ln v}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (6)$$

Из этой системы легко получается система для  $y_{ai}$  и  $z_{ai}$ ,

$$\frac{dy_{ai}}{d\tau} = p_i y_{aj} \frac{\partial^2 v}{\partial x_j^2} + v^2 z_{ai}, \quad \frac{dz_{ai}}{d\tau} = - \frac{\partial^2 \ln v}{\partial x_i \partial x_j} y_{aj}, \quad (7)$$

где  $v$  обозначает скорость распространения волны, а  $z_{ai}$  ( $a = 1, 2, i = 1, 2, 3$ ) — производные  $p_i$  относительно параметров луча. Аналогичная система для неоднородной анизотропной среды приведена в [4].

Определение начальных условий к выше записанным системам дифференциальных уравнений для сейсмического луча в случае точечного источника не представляет особых затруднений [4, 5]. Некоторые трудности возникают в случае вычисления амплитуд в анизотропных средах. Необходимо знать не только значение  $p_i$ ,  $y_{ai}$  и  $z_{ai}$  в точке источника, но и значения амплитуд на некоторой поверхности, окружающая точку источника, или фундаментальное решение для точечного источника. Если источник (включенный во времени  $t = 0$ ) помещен в точке  $x_i = 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ), фундаментальное решение для изотропной среды описывается формулой

$$u = \frac{1}{4\pi R} \delta \left( \frac{R}{v} - t \right), \quad (8)$$

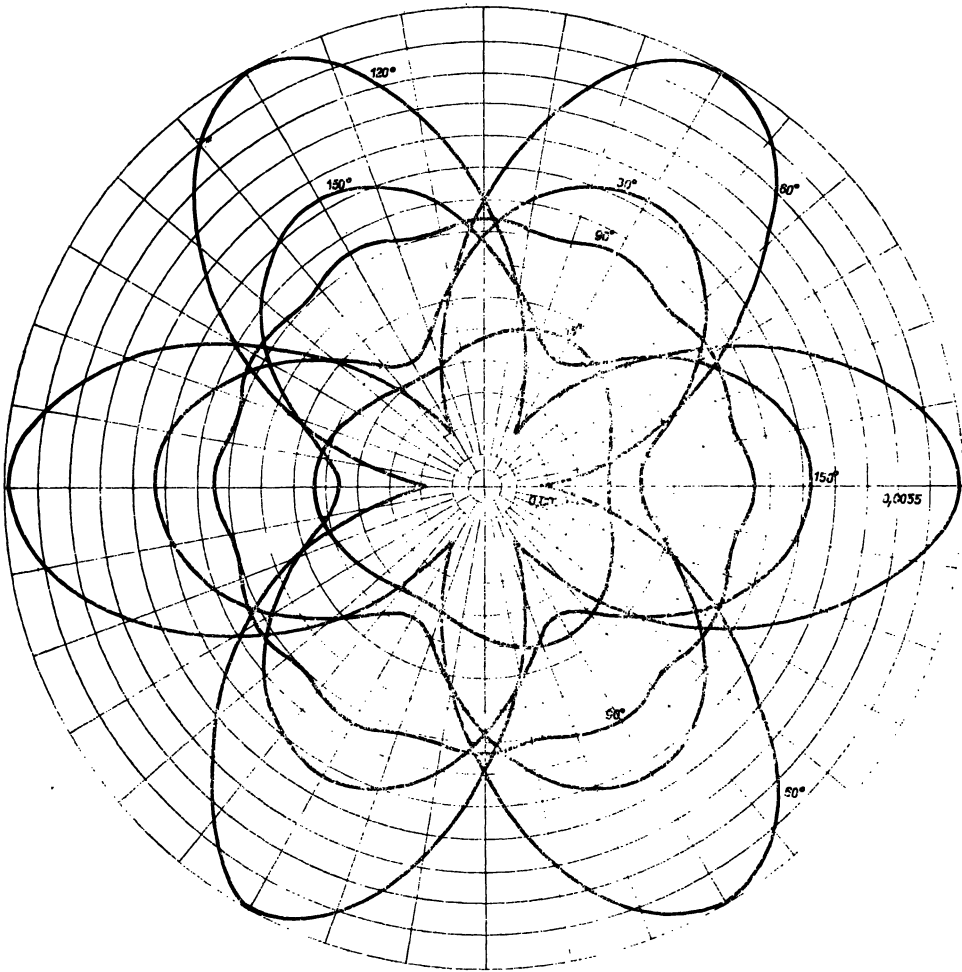
где  $R = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{1/2}$  — расстояние от источника,  $v$  — скорость распространения волны,  $\delta$  — импульсная функция. Для анизотропной среды фундаментальное решение получается во форме

$$u = C \frac{\vartheta_1 \vartheta_2 \vartheta_3}{4\pi\tau} \delta(\tau - t), \quad (8')$$

где  $\tau = \gamma_{ns} x_n x_s$ ,  $\gamma_{ns}$  обозначают приведенные элементы матрицы  $(v^2 \Gamma)^{-1}$ , элементы матрицы  $\Gamma$  даются формулами (3),  $v$  обозначает нормальную скорость, соответствующую изучаемой волне,  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$  — собственные числа выше указанной матрицы  $(v^2 \Gamma)^{-1}$  и  $C$  — некоторую постоянную. Более подробно это исследование приведено в [32].

Следовательно, амплитуды фундаментального решения в анизотропной среде зависят не только от расстояния до источника, но и от направления. Пример расчетов зависимости амплитуды от направления для квазипродольной волны в кварце дает фиг. 1. Эта картина показывает изолинии амплитуд для шести разных углов от одной из главных осей кварца,  $\varphi = 15^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ , и  $150^\circ$  [32].

Если луч отражается и преломляется на границе раздела, указанные величины  $y_{ai}$  и  $z_{ai}$  изменяются скачком. В таком случае необходимо ставить начальные условия для отраженного или преломленного луча. Пусть луч пересекает границу раздела  $f(x_i) = 0$  в точке  $M$ . Обозначим через  $N_i$  компоненты единичного вектора, перпендикулярного к границе раздела и направленного навстречу падающей волне. Обозначим дальше  $x_i(M) = X_i$ ,  $p_i(M) = P_i$ ,  $y_{ai}(M) = Y_{ai}$ ,  $z_{ai}(M) = Z_{ai}$ ,  $v_i(M) = V_i$  для падающей волны,  $x_i(M) = \tilde{X}_i$ ,



Фиг. 1

$p_i(M) = \tilde{P}_i$ ,  $y_{ai}(M) = \tilde{Y}_{ai}$ ,  $z_{ai}(M) = \tilde{Z}_{ai}$ ,  $v_i(M) = \tilde{V}_i$  для преломленной (отраженной) волны. Величины  $\tilde{X}_i$ ,  $\tilde{P}_i$ ,  $\tilde{Y}_{ai}$  и  $\tilde{Z}_{ai}$  можно найти по известной геометрии границы раздела, известному разложению скоростей и по известным свойствам падающей волны [6]:

$$\begin{aligned}
 \tilde{X}_i &= X_i, \\
 \tilde{P}_i &= P_i - N_i(A \pm B), \\
 \tilde{Y}_{ai} &= Y_{ai} + [(V^2 - \tilde{V}^2) P_i + \tilde{V}^2 N_i(A \pm B)] E_a, \\
 \tilde{Z}_{ai} &= Z_{ai} - N_i(1 \pm AB^{-1})(C_a - E_a N_k \partial \ln V / \partial x_k) \\
 &\quad + E_a \partial \ln(\tilde{V}/V) / \partial x_i - (A \pm B) D_{ak} N_{ik} \\
 &\quad \pm N_i B^{-1} D_{ak} (\tilde{V}^{-3} \tilde{V}_k - V^{-3} V_k),
 \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$\begin{aligned}
 A &= P_k N_k < 0, & C_a &= P_k N_{kj} D_{aj} + Z_{ak} N_k, \\
 B &= (\tilde{V}^{-2} - V^{-2} + A^2)^{1/2}, & E_a &= -N_k Y_{ak} / (V^2 A), \\
 V_i &= \partial V / \partial x_i, & D_{ai} &= Y_{ai} + V^2 P_i E_a, \\
 \tilde{V}_i &= \partial \tilde{V} / \partial x_i, & N_{ij} &= \partial N_i / \partial x_j.
 \end{aligned} \tag{10}$$

В случае отраженной необменной волны формулы (9), значительно упрощаются,

$$\begin{aligned}
 \tilde{X}_i &= X_i, \\
 \tilde{P}_i &= P_i - 2N_i A, \\
 \tilde{Y}_{ai} &= Y_{ai} - 2N_i (N_k Y_{ak}), \\
 \tilde{Z}_{ai} &= Z_{ai} - 2N_i (C_a - E_a N_k \partial \ln V / \partial x_k) - 2A D_{ak} N_{ik}.
 \end{aligned} \tag{9'}$$

Число дифференциальных уравнений в системе (6) можно сократить до пяти, а в системе (7) — до десяти [6]. Итак, для расчета лучей и лучевых амплитуд в общей неоднородной среде необходимо решить систему 15 обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. При этом очень удобным внести вместо компонент вектора обратной скорости  $p_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) деклинацию  $D$  и азимут  $A$  вдоль луча [6].

Число дифференциальных уравнений дальше понизится в случае разных симметрий. Так например, в горизонтально-неоднородной среде, в которой скорость  $v$  зависит только от двух координат, полная система для лучей и геометрического расхождения состоит только из шести уравнений [6, 7].

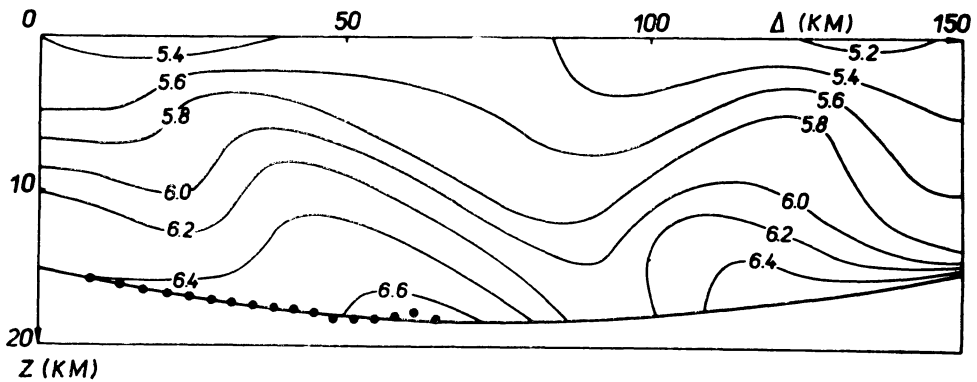
Программы для выше показанных случаев составлены и используются на практике.

Выше упомянутые методы расчета лучей и фронтов объемных волн, распространяющихся в горизонтально-неоднородной среде с криволинейными границами раздела, позволяют также проводить автоматическую или полуавтоматическую интерпретацию годографов рефрагированных и отраженных волн. Разложение скоростей определяется из годографов рефрагированных и закиртически-отраженных волн обычным методом подбора. Первое приближение ищется, исходя из предположения, что скорость зависит только от глубины. Используется напр. метод Вихерт-Герглотца и его модификации (метод Гервера и Маркушевича или  $\tau$  — метод [9]). Численное дифференцирование годографов проводится с кусочно-кубической интерполяцией годографа с сглаживанием («сплайнами» [10]). Также используются другие подходы для определения скоростей, напр. метод Павленковой [11]. Криволинейные границы раздела определяются из годографов отраженных волн. Составлено несколько программ, основанных на разных принципах, например, на методе волновых полей [12, 13]. Фиг. 2 и 3 показывают теоретический пример решения обратной задачи годографа отраженных волн в случае горизонтально-неоднородной модели среды. (Программы были составлены и расчеты были выполнены И. Пшенчиком [13]). Сплошные тонкие линии — это изолинии

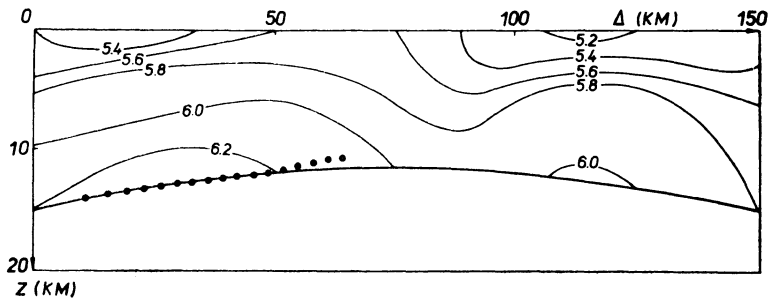


скоростей. Непрерывная линия обозначает действительную границу раздела, точки показывают численно определенную границу раздела.

На основе лучевых методов строятся также теоретические сейсмограммы [14]. Лучевая теоретическая сейсмограмма — это суперпозиция так называемых элементарных сейсмограмм, которые соответствуют отдельным лучам. Отдельные элементарные сейсмограммы вычисляются независимо. Для расчета



Фиг. 2



Фиг. 3

элементарной сейсмограммы, соответствующей данной волне, необходимо знать только время прихода данной волны, ее комплексную амплитуду и временную функцию источника. Возможности вычислений времени прихода и амплитуды любой объемной регулярной волны в случае общей горизонтально-неоднородной среды с криволинейными границами раздела указаны выше. Следовательно, в принципе можно строить лучевые теоретические сейсмограммы для совсем общих сред. Что касается формы элементарных сейсмограмм, то к их расчету нужно применить комплексную свертку или трансформацию Гильберта временной функции источника. Расчеты очень ускорились тем, что для широкого класса импульсов, часто встречающихся на практике, уда-

лось найти простые приближенные выражения для их трансформации Гильберта. Особенно простое приближенное выражение для трансформации Гильберта удастся найти для временной функции источника

$$f(t) = \exp(-\omega^2 t^2 / \gamma^2) \cos(\omega t + \nu), \quad (11)$$

где  $t$  обозначает время,  $\omega$ ,  $\gamma$  и  $\nu$  — параметры данной функции. Приведенная функция может при подходящем выборе параметров аппроксимировать широкую шкалу сейсмических импульсов [15]. Если  $\gamma$  — большое ( $\gamma \geq 3$ ), то для трансформации Гильберта  $g(t)$  функции (11) получается приближенная формула

$$g(t) = -\exp(-\omega^2 t^2 / \gamma^2) \sin(\omega t + \nu). \quad (12)$$

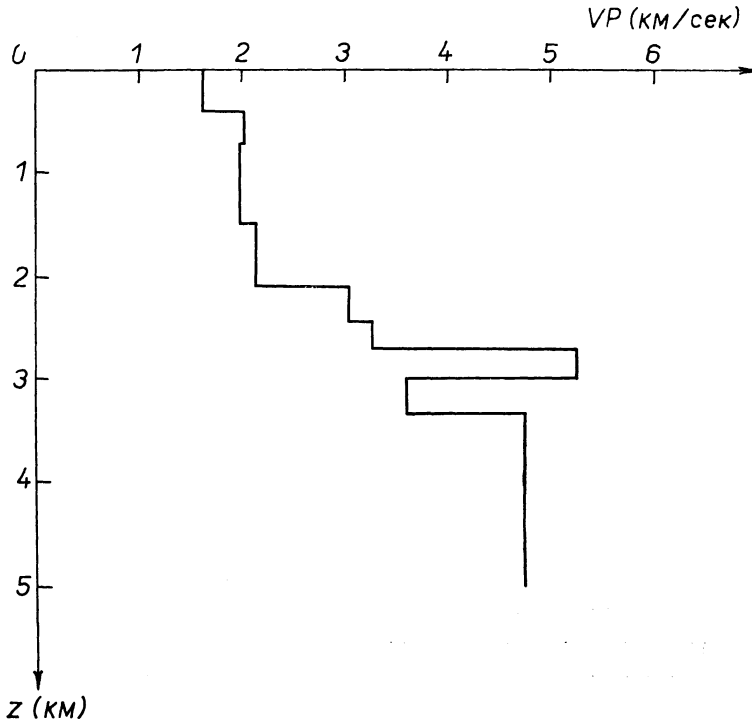
Уже при  $\gamma = 4$  точные и приближительные выражения практически совпадают.

При расчете лучевых теоретических сейсмограмм вызывает затруднение не расчет элементарных сейсмограмм, а генерация элементарных волн. Алгоритм их генерации самый простой в случае горизонтально-слоистой среды. Для этой среды применяется теоретический подход, который предложили Петрашень и Вавилова [16]. На его основе элементарные волны распределяются в группы кинематических аналогов. К сожалению, число групп, которые приходят в точку приема в рассматриваемом диапазоне времени, обычно очень большое, главным образом в случае тонкослоистой среды. Надо генерировать не все волны (или группы волн), а только самые интенсивные из них. Составлена общая программа для генерации и выбора волн в однородно-слоистой среде с плоскопараллельными границами раздела [14]. На основании этой программы возможно выбирать полезные волны (или группы волн) в согласии с некоторыми критериями и нашими желаниями.

В случае общей неоднородной среды с криволинейными границами раздела использование выше указанных алгоритмов невозможно. Выбор и генерация элементарных волн при конструкции теоретических сейсмограмм в этом случае является более сложной проблемой.

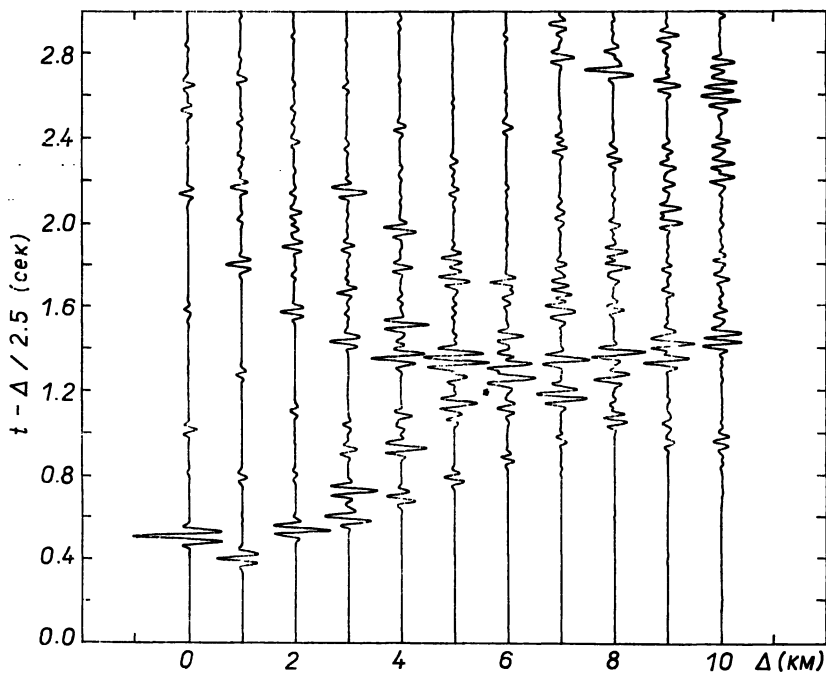
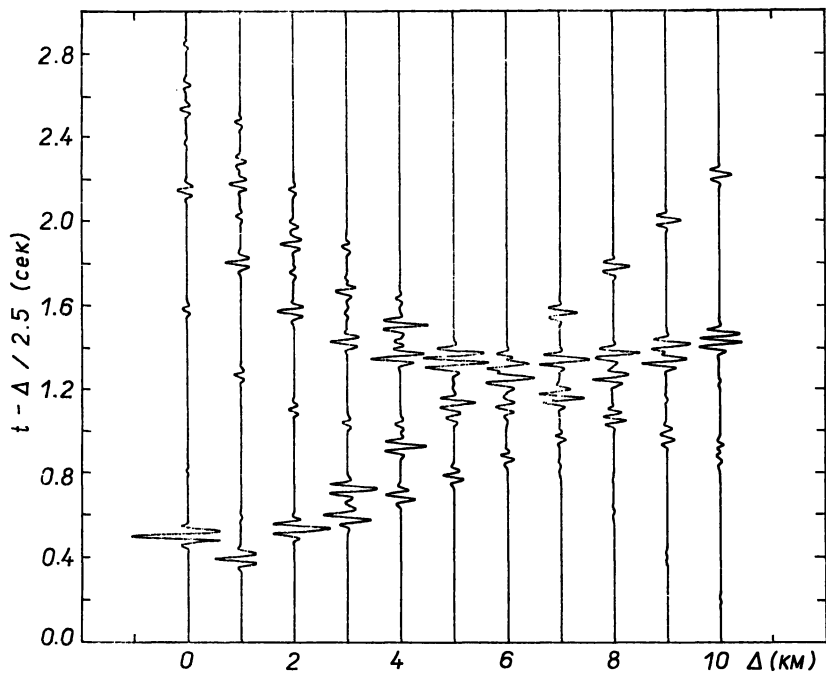
Самой важной проблемой применения лучевой теории является ее неточность в некоторых сингулярных областях. В случае горизонтально-слоистой среды это особенно касается области начальной точки головных волн (так называемой критической области). Этой областью мы интересовались долгое время и результаты опубликовали в ряде работ (см. [17, 18], где возможно найти другие ссылки). Критическая область имеет большое значение при сейсмической интерпретации, т.к. в этой области амплитудная кривая отраженных волн достигает своего максимума. Этот максимум не получается прямо в критической точке (как вытекает из лучевой теории), а смещается до больших эпицентральных расстояний. Смещение зависит от частоты надающей волны, оно тем больше, чем меньше частота. Были обнаружены некоторые простые приближенные выражения, которые позволяют описать волновое поле в этой

области. Включить полученные формулы в программы для вычисления теоретических сейсмограмм несложно. Программы для теоретических сейсмограмм, составленные этим образом в Геофизическом институте Карлова университета [14], работают с высокой точностью и намного быстрее, чем программы, основанные на точных методах. Следовательно, эти программы возможно использовать не только для исследовательских целей, но и в стандартной интерпретации сейсмических измерений.



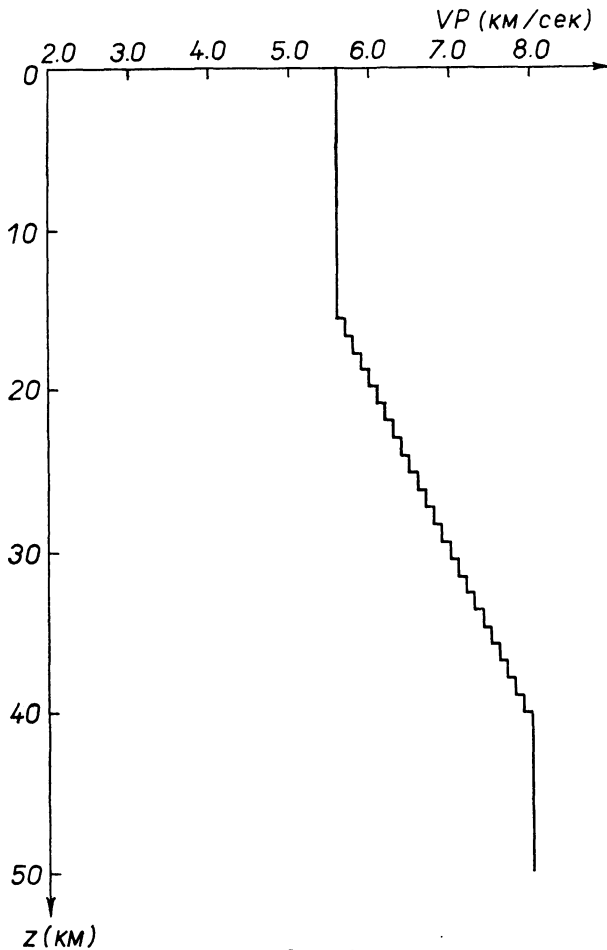
Фиг. 4

Были проведены некоторые численные эксперименты с целью исследования возможности и точности теоретических сейсмограмм, построенных выше указанным образом. Однородно-слоистая среда с плоскопараллельными границами раздела — очень удобная модель среды для этих расчетов, т.к. результаты расчетов возможно сравнить с точными расчетами теоретических сейсмограмм и с некоторыми прежними расчетами в частотной области [18, 20]. Здесь будут приведены только два примера. Для упрощения в этих расчетах не используются обменные волны. Предполагается, что источник (типа центра расширения) и приемник находятся вблизи поверхности земли, и что временная функция источника задается равенством (11), где  $\gamma = 4$ ,  $\nu = 0$ . В фиг. 4 при-



Фиг. 5

ведена упрощенная модель одной области Северного моря [19]. Вычисление теоретических сейсмограмм для этой модели простое, т.к. число слоев малое и слои не тонкие. Теоретические сейсмограммы для этой модели приведены в фиг. 4, преобладающая частота  $f_M = 20$  гц. В фиг. 5 показаны две системы

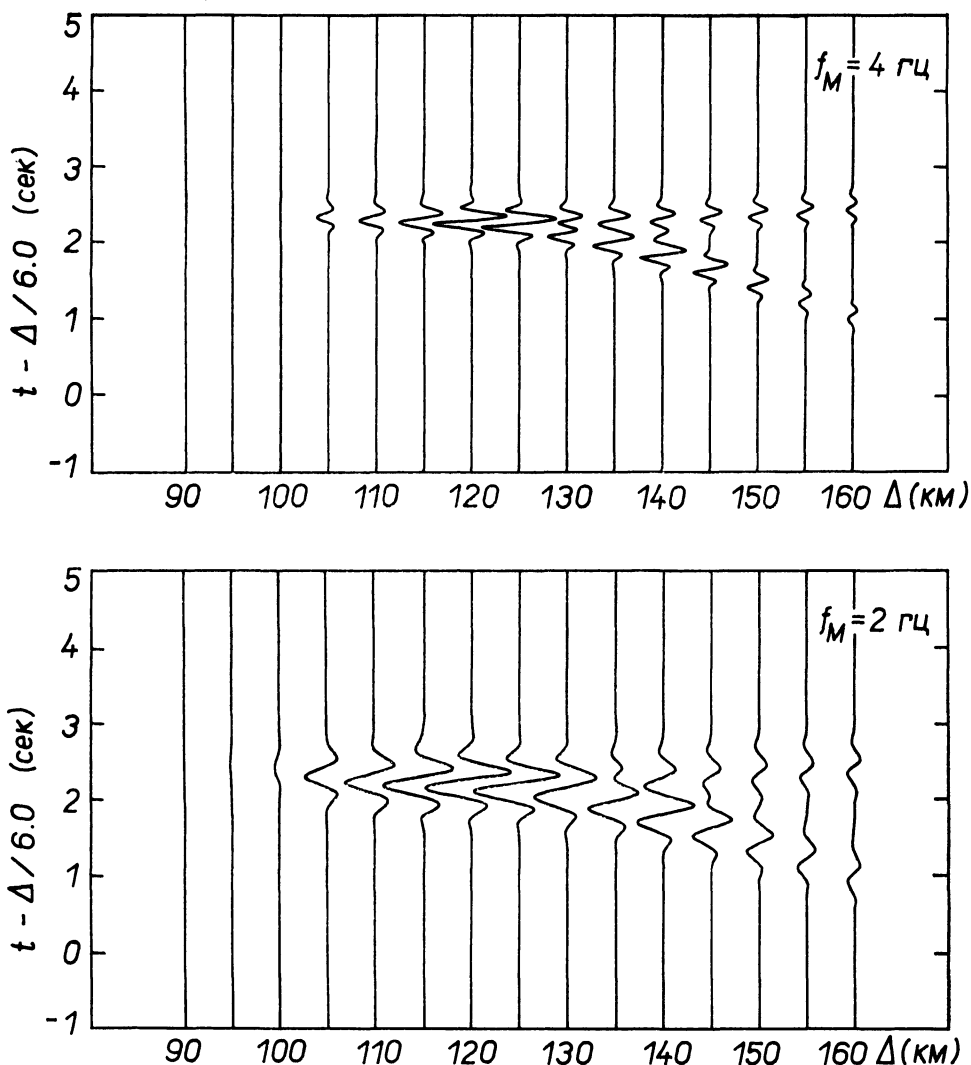


Фиг. 6

теоретических сейсмограмм, во верхней системе не учитываются многократные отражения, в нижней же системе многократные отражения учитываются. Расчеты проводились на машине ИБМ 370/165, время вычисления для первой системы всего 4 сек, для второй 11 сек.

Второй пример исследует возможности и точность метода в окрестности каустики. Модель чисто теоретическая, скорость постоянная в верхней части земной коры и растет с глубиной в нижней части (см. фиг. 6). Непрерывное нарастание скорости с глубиной в нижней части земной коры симулируется системой тонких однородных слоев. Теоретические сейсмограммы для этой модели приведены на фиг. 7 для двух частот временной функции источника,  $f_M = 2$  гц и  $f_M = 4$  гц. Отчетливо выделя-

ются две ветви рефрагированной волны. (Заметим, что рефрагированная волна формируется как суперпозиция критических отражений от отдельных границ раздела.) Максимум амплитуд смещается до эпицентральных расстояний за геометрическую каустик, которая находится на расстоянии 120 км. Смещение зависит от частоты падающей волны; оно тем больше, чем ниже частота. Некоторые слабые рефрагированные волны существуют уже перед каустикой. Сравнение результатов с прежними расчетами в области каустик [20] показало хорошее сходство.



Фиг. 7

Ряд других примеров и сравнений можно найти в [14] и в работах, которые готовятся к печати. Изучались, например, слаборефрагированные волны, волны от переходных слоев, волны в области перехода в зону тени, волны в зоне тени и др. Программы тоже используются в ГСЗ земной коры и в сейсмической разведке.

Для расчета теоретических сейсмограмм в горизонтально-слоистой среде возможно тоже использовать точную теорию. В ЧССР приводились расчеты при помощи точной теории как во временной области, так и в области частот.

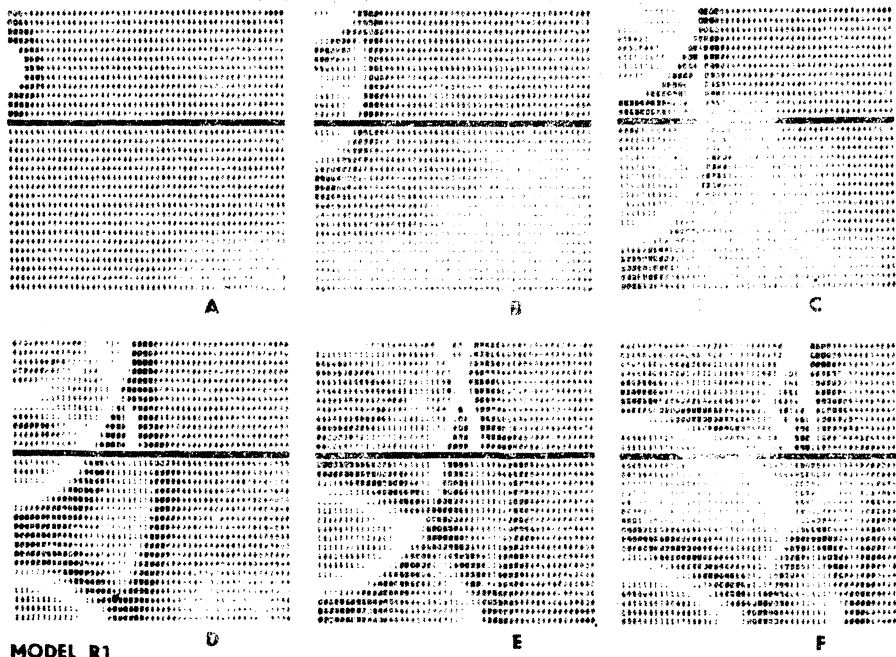
Вычисления в области частот производятся интегрированием вдоль специальных контуров в комплексной области [21, 31]. Точная теория дает оценку точности лучевой теории (в модельных ситуациях, конечно), позволяет также осуществлять расчеты и получать физические следствия там, где лучевая теория не дает хороших результатов. Если применяется для расчета точная теория, расчет автоматически включает разные нерегулярные волны, которых изучать при помощи лучевой теории трудно или невозможно.

В связи с исследованием физики границ раздела в земной коре и верхней мантии Земли и в связи с изучением поверхностных волн используются тоже матричные методы, главным образом матрицы Хаскеля. Но матрицы Хаскеля не обеспечивают в некоторых случаях желаемую точность. Лучше использовать матрицы миноров второго порядка [22], так называемые  $\delta$  — матрицы [27]. Некоторые трудности возникли при вычислении коэффициентов преломления на основании  $\delta$ -матриц (формулы приведены в [22]).

Исследования волн в зонах тени в ЧССР только начинаются. Существуют программы для расчета так называемых дифрагированных лучей и годографов дифрагированных волн в горизонтально-неоднородных средах с гладкими криволинейными границами раздела [23]. Дифрагированные лучи и годографы дифрагированных волн также определяются решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого рода, скользящие лучи вдоль границ раздела определяются применением принципа Ферма к границе раздела. Расчеты используются в ГСЗ земной коры и в МПВ.

Для исследования некоторых проблем дифракции возможно тоже использовать метод конечных разностей. Исследования этим методом ведутся в Чехословакии в двух направлениях. Во-первых, уравнения движения решаются для гармонического режима [24], во вторых уравнения решаются прямо во временной области. Второй подход, развитый Я. Заградником [25, 26], оказался более удобным. Подобно как в шпирен-методе получаются «кадры» волнового поля в исследуемой модели на разных временных уровнях. Для наглядности результаты на выбранных временных уровнях печатаются прямо на стандартной быстродействующей печатающей машине в форме как бы теневых картин. Фиг. 8 показывает форму этих картин на очень простом примере отражения и преломления сферической волны на плоской границе раздела. Параметры модели: высота верхнего слоя  $2\lambda$ , высота нижнего слоя  $3\lambda$ , длина модели  $15\lambda$ ,  $v_1 = 5,6$  км/сек,  $v_2 = 8,0$  км/сек, точечный источник находится в середине верхнего слоя. Проводились тоже расчеты некоторых дифракционных эффектов, например, дифракции на углах и на других телах. Результаты подготавливаются в печать.

Для количественного изучения дифракционных эффектов являются подходящими также некоторые лабораторные методы, особенно выше указанный шпирен-метод, который делает волновое поле в исследуемой среде видимым.



Фиг. 8

Для объяснения и продемонстрирования ширен-изображения волн продольных волн рассмотрим один из самых простых моделей отражения и преломления сферических волн на плоской границе раздела. На фиг. 9 показано отражение продольной волны на границе раздела, на которой скорость увеличивается скачком. На приведенном ширен-снимке хорошо видны волновые фронты прямой волны  $P_1$ , головной волны  $P_{121}$ ; отраженной волны  $P_1P_1$ , и преломленной волны  $P_{12}$ . Видны также детали волнового поля, как, например, повышение интенсивности отраженных волн в области начальной точки головных волн, изменения фазы отраженных волн в этой области и т.д. Также возможно видеть некоторые нерегулярные волны.

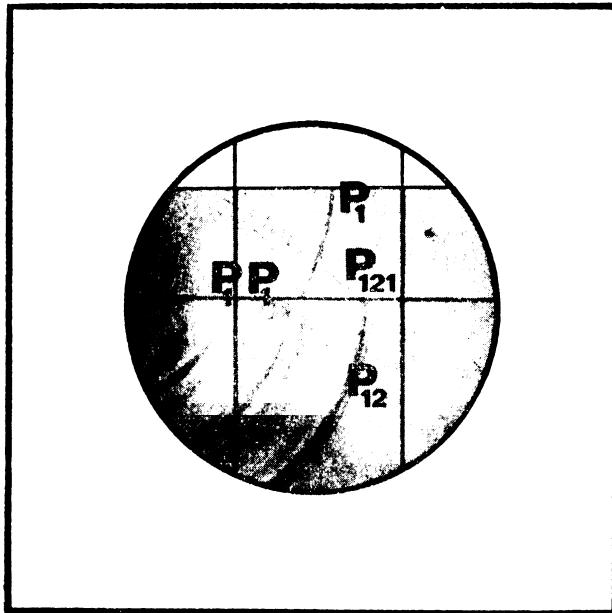
Интенсивность отдельных волновых групп характеризуется степенью почернения или осветления примененной киноплёнки. При помощи денситометра возможно выразить исследуемые части ширен-снимка в количественной форме. Это позволяет исследовать не только кинематические, но и динамические параметры отдельных волновых групп внутри модели.

Дифракционные эффекты, возникающие при прохождении сферической волны угловыми структурами, показываются рисунками 10, 11 и 12.

На фиг. 10 иллюстрируется падение сферической волны на угол с повышенной скоростью в модели терпентин/диэлектрик. На снимках хорошо



видны некоторые дифракционные эффекты, в том числе краевые волны и другие волны дифракционного происхождения. На снимках хорошо заметно более медленное понижение интенсивности неоднородных волн в сравнении с преломленной волной. С временем неоднородные волны становятся самыми



Фиг. 9: Шлирен- запись продольных волн, распространяющихся в модели  $v_1 < v_2$ ,  $v_1$  — скорость продольных волн верхней среды,  $v_2$  — скорость продольных волн нижней среды модели. Источник волн помещен на поверхности модели.  $P_1$  — прямая волна,  $P_1P_1$  — отраженная волна,  $P_{12}$  — преломленная волна,  $P_{121}$  — головная волна. Расстояние двух отвесных линий на этом и на дальнейших снимках ровно 100 мм

интенсивными волнами в более быстрой среде. Поле отраженных волн характеризует сильная волна, отраженная обратно в более медленную среду.

Выход упругих волн из угла с повышенной скоростью в модели терпентин/плексигласс показывают шлирен-записи на фиг. 11. На снимках хорошо заметно различие между прямой и преломленной волнами в угловой области. Прямая волна сильно отражается от поверхности модели и от плексигласса. После падения прямой волны на угол возникают также вторичные преломленные и головные волны. Преломленная волна, на оборот, легко, без отражений, проходит через угол и образует один континуальный волновой фронт с головной волной. На первых четырех снимках серии заметна инструментальная волна распространяющаяся в модели в постоянном расстоянии за преломленной волной  $P_{12}$ .

На фиг. 12 показаны шлирен-записи, изображающие распространение

упругих волн прямоугольной структурой формы  $\sqsubset$ . Верхняя серия снимков показывает выход прямой волны из первого угла структуры, нижняя серия показывает падение прямой волны на другой угол структуры. Длина падающей волны в сравнении с размерами структуры показана в левой верхней части рисунка.

На снимках очевидны некоторые дифракционные эффекты: Прямая волна во время перехода через структуру образует четыре источника вторичного возмущения (даже угол, находящийся в «тени» прямой волны, является источником — см. последний снимок верхней серии). Все вторичные источники посылают волны более низкой частоты в сравнении с первоначальным источником. Первая серия снимков тоже показывает особенные обстоятельства после прохода прямой волны первым углом.

Преломленная волна при переходе через структуру быстро затухает, и, в отличие от прямой волны, легко проходит через все углы структуры, образуя три головные волны в верхней среде.

Фиг. 13 показывает распространение упругих волн в двухслойной модели  $v_1 > v_2$ . График в левой верхней части рисунка характеризует скоростные свойства модели. Верхняя серия снимков (1) показывает волновое поле в случае, когда источник  $S_1$  находится на поверхности модели (см. средний график). В нижней серии снимков (2) показано волновое поле, когда источник  $S_2$  помещен внутри верхнего слоя модели (см. график в правой части рисунка); в этой серии снимков хорошо видны нерегулярные волны  $\bar{P}_{12}$ . Вопросы нерегулярных (псефдосферических)  $\bar{P}_{12}$  волн, в том числе анализ основных параметров модели, обуславливающих возникновение и определяющих интенсивность этих волн, были подробно изучены в [34 и 35].

Фиг. 14 показывает упругие волны, возникающие при падении сферической волны на криволинейную границу раздела выпуклого и вогнутого типа ( $v_1 < v_2$ ). Источник волн в обоих случаях находится на поверхности модели. Длина падающей волны по сравнению с размером искривления видна на обоих графиках. Снимки показывают влияние искривления границы раздела на кинематические и динамические свойства отдельных волновых групп в обеих моделях, особенно на амплитуду головных волн: выпуклая граница раздела вызывает более сильные головные волны, чем вогнутая граница раздела (см. [36]).

На фиг. 15 приведены шпирен-записи упругих волн, распространяющихся двумя моделями  $v_1 < v_2$  с границей раздела синусоидальной формы. Длину падающей волны в сравнении с величиной искривления границы раздела показывают графики в левой части рисунка. На снимках хорошо видно различие в волновом поле в обеих моделях. В случае, когда длина волны сравнима с высотой и длиной колебания границы раздела, волновое поле сохраняет свою классическую форму отражения и преломления на плоской границе раздела (верхняя серия снимков). Волновое поле в нижней серии снимков

уже разбито искривлениями границы раздела, величина которых по сравнению с длиной падающей волны велика [37].

На фиг. 16 показаны упругие волны, распространяющиеся в двухслойной модели  $v_1 < v_2$  с плоской границей раздела; в нижнем слое модели находится круглое отверстие (диаметром 60 мм), содержащее тот же самый материал, как и верхняя среда (скорость  $v_1$ ). На снимках заметна концентрация энергии преломленной волны после вступления в круглое отверстие [38].

Продольные волны, распространяющиеся в трехслойной модели терпентин/плексигласс/терпентин ( $v_1 = v_3 < v_2$ ), показаны на фиг. 17 для двух моделей с разной шириной среднего слоя: 1. модель — с мощностью среднего слоя 20 мм  $\sim 2\lambda$  (верхняя серия снимков), 2. модель — с мощностью среднего слоя 10 мм  $\sim \lambda$  (нижняя серия снимков). Источник в обоих случаях находится на поверхности модели.

Снимки изображают амплитудные и частотные изменения отдельных волновых групп со временем в обеих моделях. Заметно особенно быстрое затухание преломленных  $P_{12}$  и головных  $P_{121}$  волн. Этим демонстрируется одно из основных свойств распространения упругих волн в слоистых средах: энергия быстро вытекает из более быстрых в медленные слои структуры.

Шлирен-метод и шлирен-изображения были тоже использованы для изучения полей напряжений и распространения трещин в сжатых моделях очага землетрясения. Полученные результаты не будут в дальнейшем обсуждаться, так как вопросы изучения сейсмического очага не входят в рамки этой работы.

Выше приведенные шлирен-снимки волнового поля в простых моделях сейсмических структур демонстрируют преимущества шлирен-метода для изучения волновых полей и их временного развития: на шлирен-снимках показано комплексное поле продольных волн внутри моделей, записанное в равных промежутках времени. При помощи этих записей можно, во-первых, показать наличие всех (продольных) волновых групп в исследуемой среде, и дальше, определить кинематику их распространения и в большинстве случаев провести даже амплитудное и частотное сравнение отдельных групп в модели и их развитие во времени.

Ограничение метода состоит в принципиальных затруднениях, касающихся особенно изображения поперечных волн и изучения градиентных зон в рассматриваемой среде.

### 3. Заключение

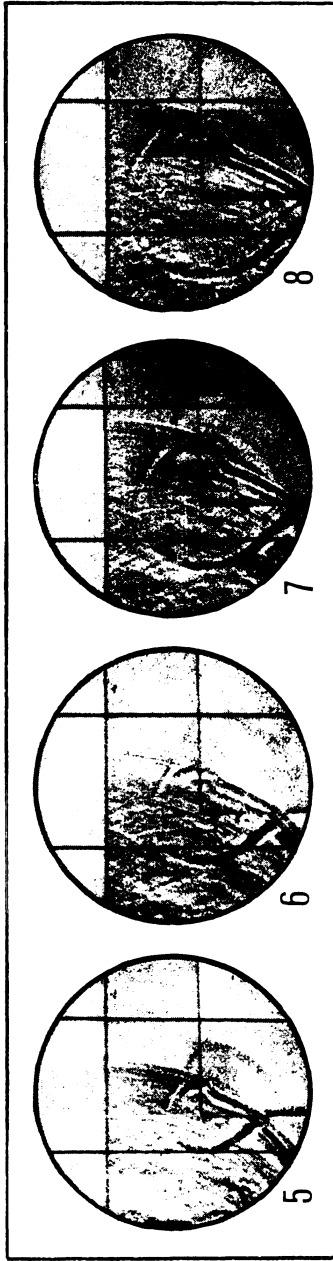
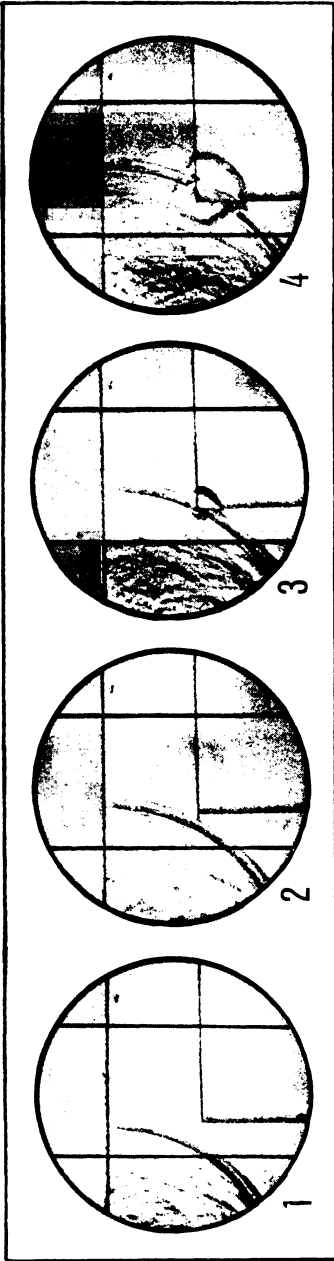
В этой статье дается обзор теоретических и экспериментальных исследований по распространению объемных сейсмических волн в Чехословакии. Конечно, не удалось коснуться всех вопросов распространения сейсмических волн, которые разработаны в ЧССР. Показываются только те проблемы, на которые сосредоточивается главное внимание.

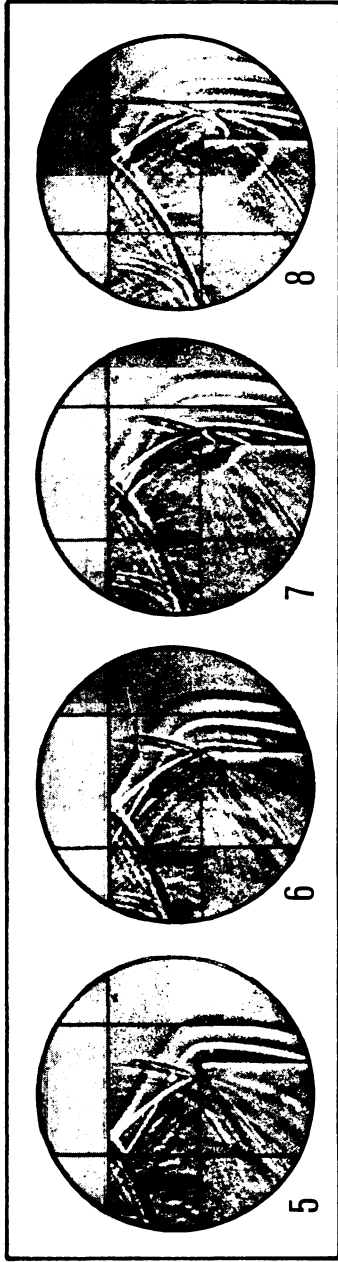
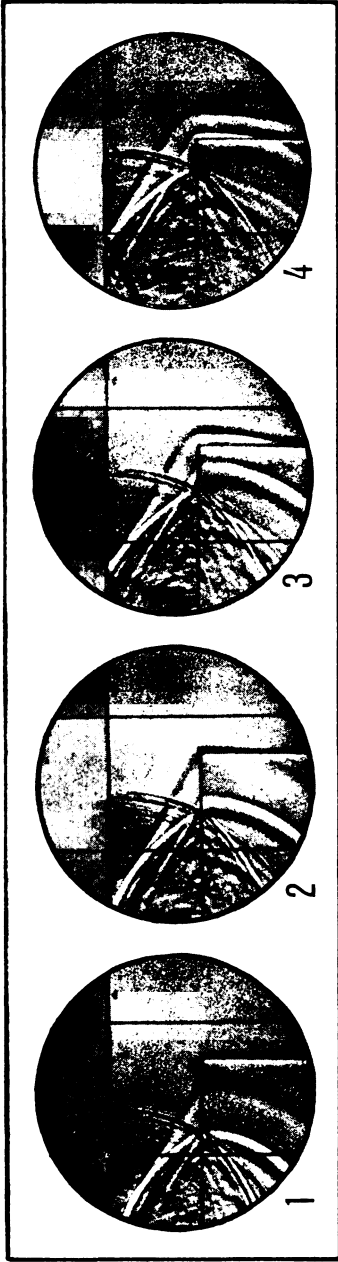
Авторы выражают благодарность работникам Геофизического института Карлова университета и Геофизического института Чехословацкой Академии Наук в Праге за ценные замечания к этой статье и за предоставление некоторых оригинальных материалов. Работу любезно прочитал и дал нам ряд ценных советов Л. А. Молотков, за что мы ему очень признательны.

#### Литература

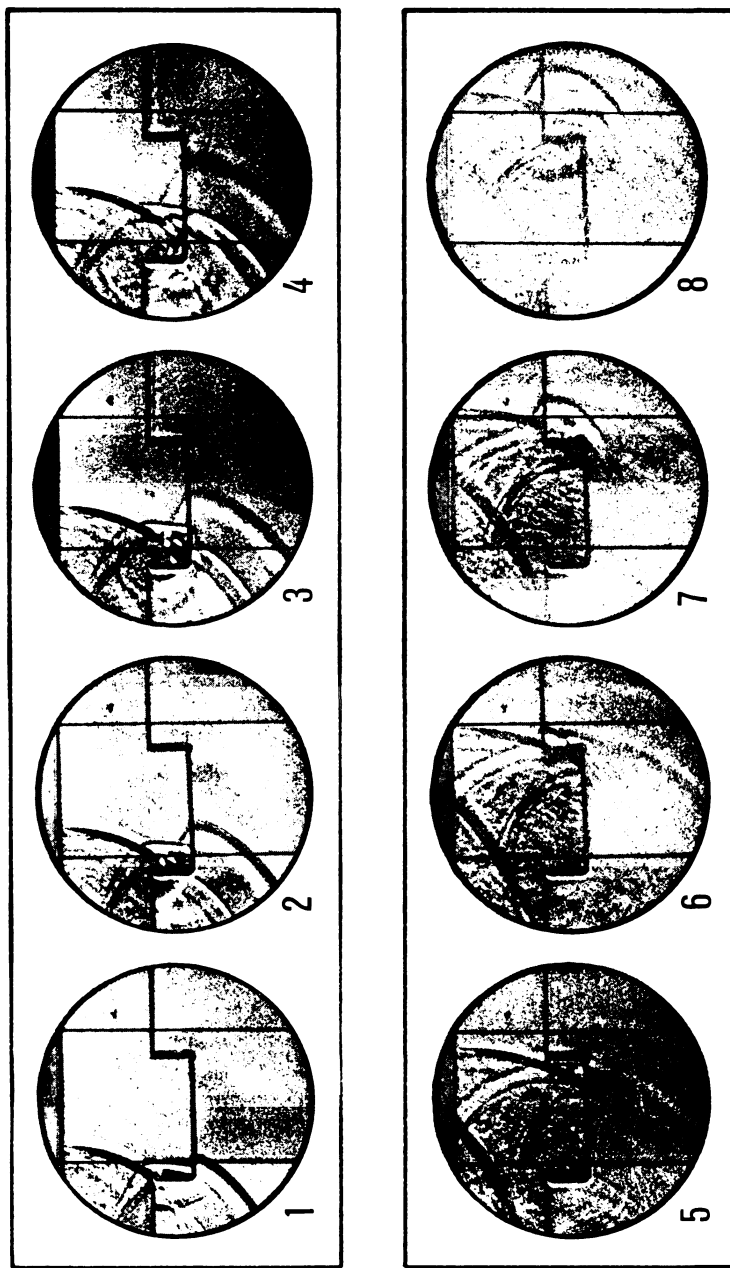
- [1] VANĚK J.: Amplitude curves of longitudinal waves for several three-dimensional models of the upper mantle. *Studia geoph. et geod.*, 10, 350 (1966).
- [2] VANĚK J., WANIEK L., PROS Z., KLÍMA K.: Three-dimensional seismic models with continuously variable velocity. *Nature*, 202, 995 (1964).
- [3] ВАНЕК И.: Сейсмические модели верхней мантии. В сб.: Земная кора и верхняя мантия. «Мир», М. (1972).
- [4] ČERVENÝ V.: Seismic rays and ray intensities in inhomogeneous anisotropic media. *Geophys. J.*, 28, 1 (1972).
- [5] ČERVENÝ V., PŠENČÍK I.: Rays and travel-time curves in inhomogeneous anisotropic media. *Z. Geophys.*, 38, 565 (1972).
- [6] ČERVENÝ V., LANGER J., PŠENČÍK I.: Computation of geometrical spreading of seismic body waves in laterally inhomogeneous media with curved interfaces. *Geophys. J.*, 38, 9 (1974).
- [7] PŠENČÍK I.: Rays, travel times and amplitudes of seismic waves in two-dimensional inhomogeneous media with curved interfaces. *Studia geoph. et geod.* (в печати).
- [8] ГЕРВЕР М. Л., МАРКУШЕВИЧ В. М.: Определение по годографу скорости распространения сейсмической волны. *Вычислительная сейсмология*, вып. 3. «Наука», М. (1967).
- [9] БЕССОНОВА Э. Н., РЯБОЙ В. З., СИТНИКОВА Г. А., ФИШМАН В. М.: Решение обратной кинематической задачи ГСЗ «методом  $\tau(p)$ ». *Вычислительная сейсмология*, вып. 6, «Наука», М. (1973).
- [10] REINSCH H.: Smoothing by spline functions. *Num. Mathematik* 10, 177 (1967).
- [11] ПАВЛЕНКОВА Н. И.: Волновое поле и модель земной коры. *Науковая Думка*, Киев (1973).
- [12] ČERVENÝ V.: Determination of a seismic interface from the travel-time curve of a reflected wave in a vertically inhomogeneous media. *Geofyzikální sborník 22, Academia, Praha* (1975).
- [13] PŠENČÍK I.: Применение метода полей времени для определения криволинейных границ раздела в двухмерных неоднородных средах. В сб. *Геофизические интерпретационные методы*. „Veda“, Bratislava (1975).
- [14] ČERVENÝ V.: Ray theoretical seismograms. В сб. *Геофизические интерпретационные методы*. „Veda“, Bratislava (1975).
- [15] БЕРЗОН И. С., ЕПИНАГЬЕВА А. М., ПАРИЙСКАЯ Г. Н., СТАРОДУБРОВСКАЯ С. П.: Динамические характеристики сейсмических волн в реальных средах. *Изд. Акад. Наук СССР*, М. (1962).
- [16] ВАВЧЕНОВА Т. Н., ПЕТРАШЕНЬ Г. И.: К расчету полей суммарных кратных волн в многослойных средах. *Вопросы дин. теории распространения сейсмических волн*. Т. 8, «Наука», Ленинград (1966).
- [17] ČERVENÝ V.: The dynamic properties of reflected and head waves around the critical point. *Geofyzikální sborník 13, Academia, Praha* (1966).
- [18] ČERVENÝ V., RAVINDRA R.: Theory of seismic head waves. *Univ. Toronto Press, Toronto & Buffalo* (1971).
- [19] KENNETT B. L. N.: Личное сообщение.
- [20] ČERVENÝ V., ZAHRADNÍK J.: Amplitude-distance curves of seismic body waves in the neighbourhood of critical points and caustics. A comparison. *Z. Geophys.*, 38, 499 (1972).

- [21] ČERVENÝ V.: The amplitude-distance curves of waves reflected at a plane interface for different frequency ranges. *Geophys. J.*, 13, 187 (1967).
- [22] ČERVENÝ V.: Reflection and transmission coefficients for transition layers. *Studia geoph. et geod.*, 17, 59 (1973).
- [23] ČERVENÝ V., PŠENČÍK I.: Computation of diffracted waves in inhomogeneous media with curved interfaces. *Studia geoph. et geod.*, 16, 356 (1972).
- [24] NEDOMA J.: Investigation of linear harmonic field of SH-waves in a stratified inhomogeneous medium using the finite difference method. *Z. Geophys.*, 38, 529 (1972).
- [25] ZAHRADNÍK J.: Применение метода разностей к проблемам сейсмологии. В сб. Геофизические интерпретационные методы. „Veda“, Bratislava (1975).
- [26] ZAHRADNÍK J.: On the possibilities of studying impulsive elastic waves in an inhomogeneous medium by the finite difference method. *Studia geoph. et geod.*, 18 (1974).
- [27] PESTEL E. C., LECKIE F. A.: Matrix methods in elastomechanics. McGraw Hill, New York (1963).
- [28] ČERVENÝ V.: On dynamic properties of reflected and head waves in the n-layered Earth's crust. *Geophys. J.*, 11, 139 (1966).
- [29] ČERVENÝ V., NOVOTNÝ O.: The theory of seismic waves. *Studia geoph. et geod.*, 11, 344 (1967).
- [30] ČERVENÝ V., PĚČ K., KLÍMA K.: Research into theory of seismic waves. Upper Mantle Project Programme in Czechoslovakia 1962–1970. Geophysics, Final Report, 85–93, Academia, Praha (1972).
- [31] PĚČ K., NEDOMA J.: Analysis of a field of SH waves in a layer initiated by a point harmonic source. *Geofyzikální sborník* 18, Academia, Praha (1972).
- [32] PĚČ K.: Singularita bodového zdroje v anizotropním prostředí. *Teorie a počítače v geofyzice*, Loučná (1974).
- [33] KOZÁK J.: Kinematic and dynamic properties of elastic waves investigated on seismic models by means of the schlieren method. *Geofyzikální sborník* 19, Academia, Praha (1973).
- [34] ČERVENÝ V., KOZÁK J., PŠENČÍK I.: Refraction of elastic waves into a medium of lower velocity — Pseudospherical waves. *Pure and Appl. Geophysics*, 92, 115 (1971).
- [35] ČERVENÝ V., KOZÁK J.: Experimental evidence and investigation of pseudospherical waves. *Z. Geophys.*, 38, 617 (1972).
- [36] ČERVENÝ V., KOZÁK J.: Head waves from curved interfaces. *Geofyzikální sborník* 20, Academia, Praha (1974).
- [37] BEHRENS J., KOZÁK J., WANIEK L.: Investigation of wave phenomena on corrugated interfaces by means of the schlieren method. *Proc. 11th Ass. ESC, Luxembourg* (1971).
- [38] KOZÁK J.: Contemporary possibilities of the schlieren method in the study of seismic boundary phenomena. *Z. Geophys.*, 38, 595 (1972).



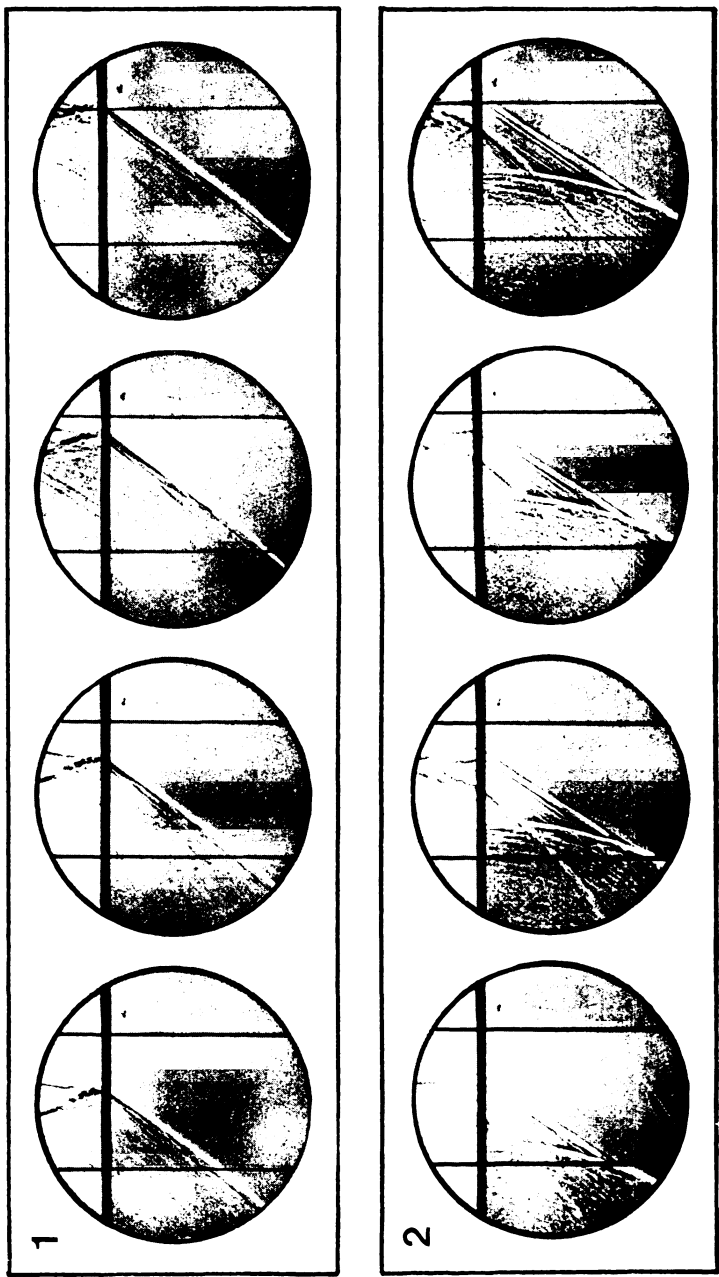
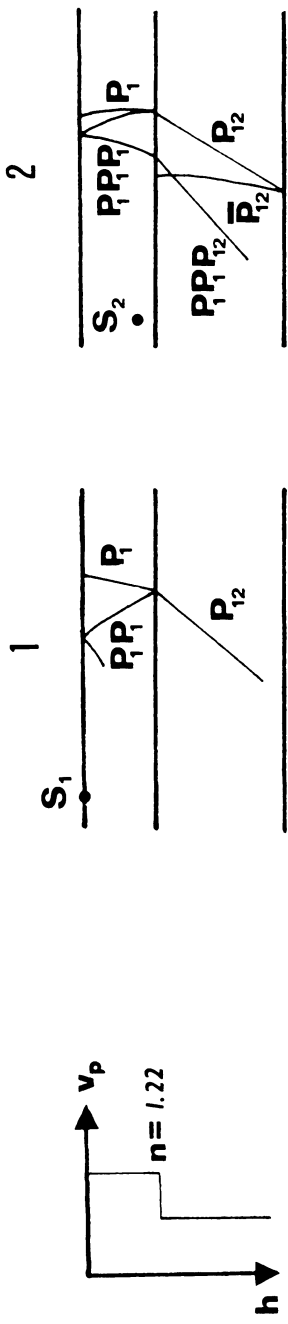


Λ I



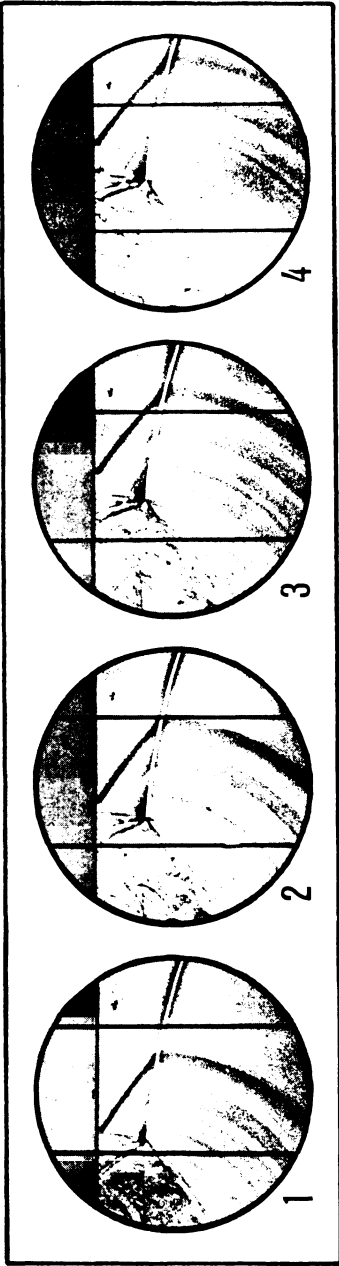
Фиг. 12



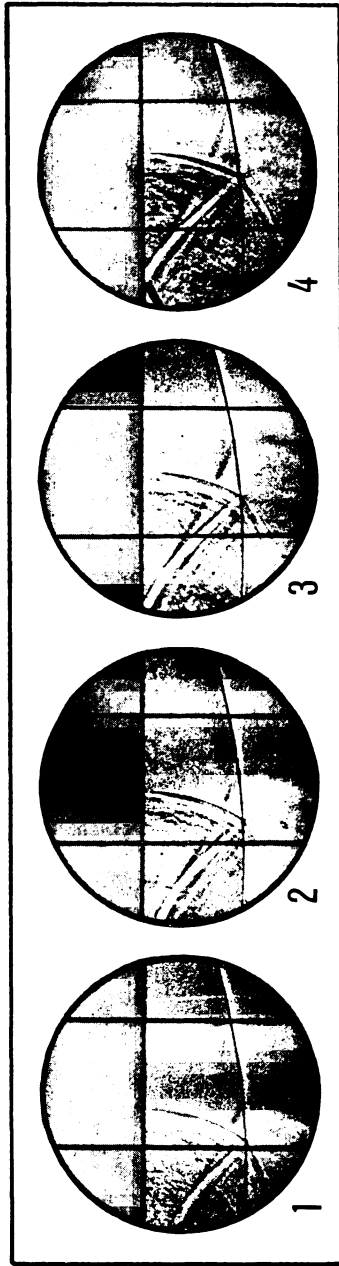


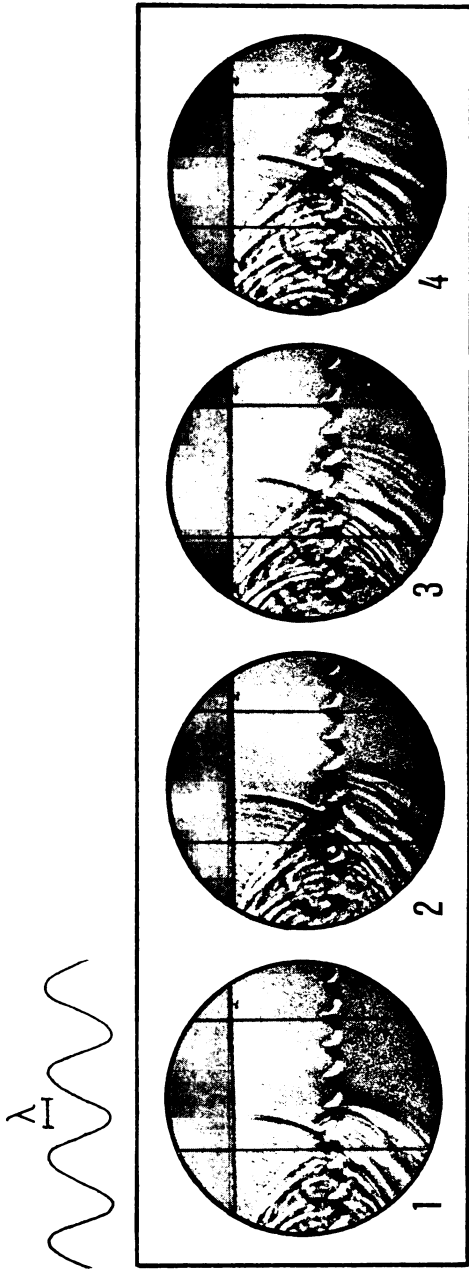
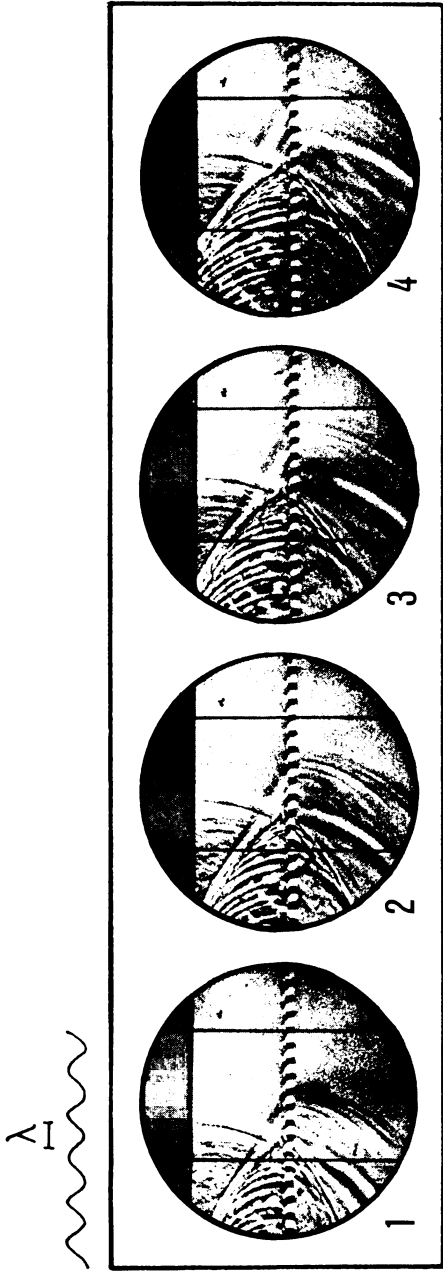
Фиг. 13

ΛΗ

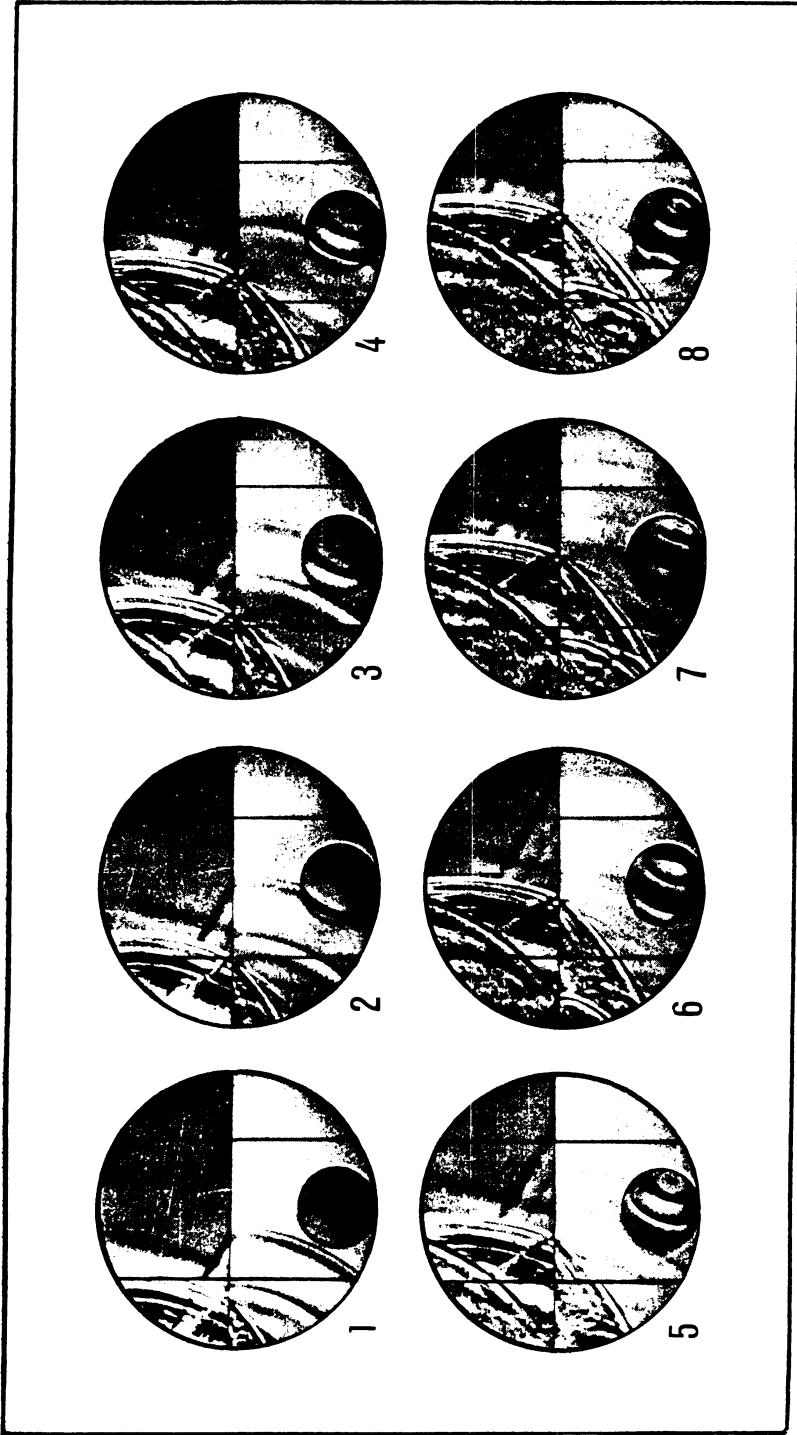


ΛΗ





Фиг. 15



Фиг. 16

