François Robert

Iterations chaotiques série-parallele pour des équations non lineaires de point fixe

Acta Universitatis Carolinae. Mathematica et Physica, Vol. 15 (1974), No. 1-2, 153

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/142345

Iterations chaotiques série-parallele pour des équations non lineaires de point fixe

F. ROBERT
Université Scientifique et Médicale, Lyon

On étend à des équations non linéaires de point fixe des méthodes d'itérations chaotiques étudiées par CHAZAN et MIRANKER [1], DONNELLY [2] pour des systèmes linéaires.

Un contexte "naturel" d'étude de ces méthodes est celui d'un produit d'espaces de Banach muni de la norme vectorielle canonique: ce contexte permet de traiter dans un même formalisme les méthodes par point et les méthodes par blocs.

La notion d'opérateur p-contractant est alors une bonne notion: elle assure à la fois l'existence et l'unicité du point fixe de l'opérateur considéré, et la convergence vers ce point fixe de toute itération chaotique série-parallèle de résiduel maximal (résultat principal de notre étude).

Ce résultat est suffisamment général pour recouvrir en particulier (en les étendant au contexte non linéaire) les résultats usuels de convergence des méthodes itératives classiques, par point ou par blocs, de résolution de systèmes linéaires [5]. On retrouve également, dans ce cadre non linéaire, des résultats établis par ORTEGA et RHEINBOLDT [3].

C'est d'ailleurs par l'intermédiaire des matrices de contraction des différents opérateurs considérés que passent, dans le cadre non linéaire, les résultats classiques du cas linéaire.

De plus, dans le contexte délimité ci-dessus, on peut contrôlere algorithmiquement la convergence d'une itération chaotique: l'algorithme de contrôle n'est pas autre chose que la conduite de l'itération chaotique considérée sur les matrices de Lipchitz des différents opérateurs mis en oeuvre.

En conclusion, nous espérons que l'apport de ce travail pourra constituer une synthèse entre les références indiquées ci-dessous.

(Sera publié dans Aplikace matematiky, ČSAV, Praha.)

Bibliographie

[1] CHAZAN, D., MIRANKER, W.: Chaotic Relaxation. Linear Algebra and its Appl., 2, 199 (1969).
[2] DONNELLY, J. D.: Periodic Chaotic Relax. Linear Algebra and its Appl. 4, 117 (1971).
[3] ORTEGA, O., RHEINBOLDT, W. C.: Iterative Solution for Non Linear Equations in Several Variables. Academic Press (1970).
[4] ROBERT, F.: Bloc-H-matrices et convergence des méthodes itératives classiques par blocs. Linear Algebra and its Appl. 2, 223 (1969).
[5] VARGA, R. S.: Matrix Iterative Analysis. Prentice Hall (1962).