

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jean-Noël Fuchs; Mark Oliver Goerbig; Bernard Plaçais

Grafen. Když se kvantová mechanika a relativita potkají při obyčejném tahu tužkou

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 56 (2011), No. 4, 265–275

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/142017>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2011

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Grafen

Když se kvantová mechanika a relativita potkají při obyčejném tahu tužkou

Jean-Noël Fuchs, Mark Oliver Goerbig, Bernard Plaçais, Paris

Nobelova cena za fyziku byla v roce 2010 udělena za fundamentální experimenty na grafenu. Tento krystal uhlíku, který je podobný grafitu, v sobě skrývá dvojdimenzionální plyn elektronů zcela výjimečných vlastností. Elektrony totiž v tomto materiálu nabývají efektivně nulové hmotnosti a pohybují se konstantní rychlostí. Imitují tak ultra-relativistické částice jako jsou fotony nebo neutrina. Grafen je také prvním ryze dvojdimenzionálním krystalem, který otevřel cestu ke zcela nové třídě podobných materiálů. Grafen může v budoucnu hrát důležitou roli v další miniaturizaci elektroniky, kupř. jako základní stavební prvek tranzistorů.

Nobelova cena za fyziku v roce 2010 byla udělena Kostantinu Novoselovovi a Andre Geimovi (oba z univerzity v britském Manchesteru) za jejich „inovativní experimenty na dvojdimenzionálním materiálu grafenu“ – tedy na krystalu s monoatomární tloušťkou složeném pouze z uhlíku. Tento materiál byl (alespoň částečně) ve vědeckých kruzích znám již od šedesátých let, ale byli to právě Novoselov a Geim, kteří experimentálně ukázali, že grafen je vodivý dvojdimenzionální (2D) systém neobyčejných vlastností, navíc poměrně jednoduše připravitelný pomocí mechanické exfolice (tedy tzv. metodou lepící pásky), která později umožnila přípravu a studium dalších ryze 2D materiálů.

V tomto článku shrneme výjimečné vlastnosti grafenu počínaje fundamentálními experimenty z období 2004–2005. Pokud bychom ale měli grafen charakterizovat jednou jedinou frází, zněla by asi takto: „Krystal uhlíku s tloušťkou jednoho atomu – vodič, v němž se nosiče náboje chovají jako nehmotné ultra-relativistické částice.“

JEAN-NOËL FUCHS, MARK OLIVER GOERBIG, Laboratoire de Physique des Solides, Université Paris-Sud et CNRS, 91405 Orsay Cedex, Francie

BERNARD PLAÇAIS, Laboratoire Pierre Aigrain, École normale supérieure et Université Pierre et Marie Curie, 24 rue Lhomond, 75005 Paris, Francie

e-mail: Bernard.placais@lpa.ens.fr

© 2011 Reflets de la Physique. Z francouzského originálu *Le graphène – Quand la mécanique quantique rencontre la relativité dans un trait de crayon*, Reflets de la Physique 25 (2011), 4–9, přeložili IVANA a MILAN ORLITOVÍ.

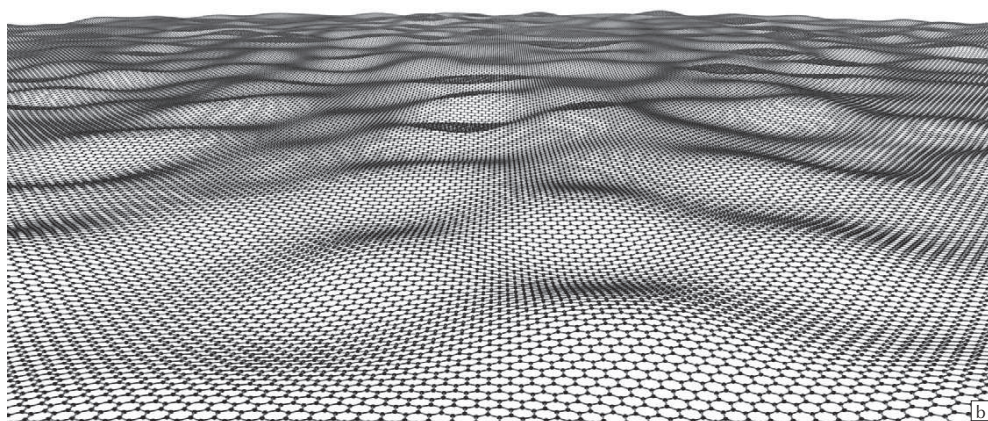
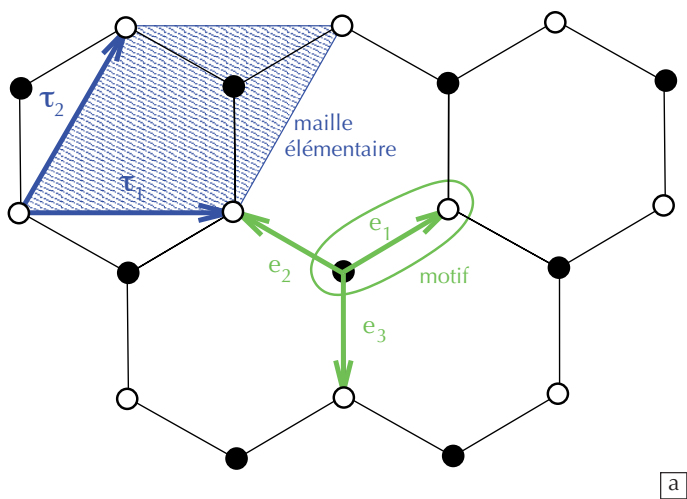
Od grafitu ke grafenu

Jak již napovídá jeho jméno, grafen je materiál podobný grafitu, tedy vlastně tuze v obyčejných tužkách. Jeho příprava realizovaná skupinou z Manchesteru je založena na charakteristické vlastnosti grafitu, která psaní obyčejnou tužkou umožňuje: grafit se totiž skládá z jednotlivých, navzájem velmi slabě vázaných grafenových vrstev, které se při pohybu tužkou snadno odlupují a ulpívají na papíru. Geim a Novoselov využili této známé vlastnosti, pouze běžnou tuhu v tužce nahradili kvalitním grafitem a papír lehce adhezivní páskou. Po přitlačení pásky na krystal lze takto pásku nejen zašpinit, ale i sloupnout tenkou vrstvou grafitu, která se pak opakovaním téhož postupu dá ztenčit na tloušťku několika atomových rovin, a místy, poněkud překvapivě, i na rovinu jedinou. Následně se takto „zašpiněná“ páska otre o vhodný izolující substrát, ke kterému má grafen vyšší přilnavost než k ostatním grafenovým vrstvám. Pak přichází možná nejobtížnější fáze – a tou je nalezení jednotlivých grafenových krystalů na povrchu substrátu pomocí běžného optického mikroskopu. Nalezené krystality grafenu pak mohou být kupř. opatřeny elektrickými kontakty sloužícími pro měření jeho unikátních transportních vlastností.

Kromě samotného vývoje „řemeslné“ přípravy grafenu ukázala skupina z Manchesteru, že tento materiál může být poměrně lehce dopován elektrony nebo děrami, a to nejčastěji pomocí (hradlového) napětí vloženého mezi grafen a plochou elektrodu ve formě vodivého substrátu, který je oddělen od grafenu samotného pomocí tenké vrstvy izolantu. Zrodily se tak úvahy o elektronice založené výhradně na grafenu. Podrobněji popíšeme tento experiment později v rámci diskuse elektrických vlastností tohoto materiálu.

Uvážíme-li jednoduchost jeho přípravy, je určitě překvapivé, že je grafen historicky nejmladším systémem z materiálů založených na grafitu. Naopak materiálem nejstarším je určitě grafit samotný, který byl objeven již v 16. století, ale dlouho byl považován za zvláštní druh olova, a to hlavně kvůli svému lesku a měkkosti. Teprve v 18. století bylo definitivně prokázáno, že se grafit sestává pouze z atomů uhlíku. Fyzikální vlastnosti grafitu se intenzivně studovaly především v polovině 20. století, zejména kvůli jeho využití v jaderných technologiích. Stejně tak jako lze grafit chápat jako multivrstvu grafenových rovin, existují další materiály, jejichž strukturu lze vysvětlit pomocí grafenu jako základního stavebního prvku. V grafenu jsou atomy uspořádány ve formě hexagonální mřížky, která svou symetrií připomíná včelí pláštěv (viz obrázek 1a). V roce 1985 chemici Robert Curl, Richard Smalley a Harold Kroto objevili fulleren, objekt podobný fotbalovému míči, který vznikne sbalením grafenu a nahrazením některých hexagonů pentagony. Grafen také může být srolován do tvaru cigarety a výsledkem je tzv. uhlíková nanotrubička, hojně studovaná ve fyzice i chemii již od počátku devadesátých let.

Je však exfoliace skutečně tou jedinou metodou přípravy grafenu? Určitě ne! Paralelně s prací Novoselova a Geima byl vyvinut i postup přípravy epitaxního grafenu, o který se zasloužili Claire Berger (CNRS, Francie a GaTech, Atlanta, USA) a Walt de Heer (GaTech, Atlanta, USA). Tento grafen vzniká na povrchu karbidu křemíku pomocí termální dekompozice tohoto materiálu – po zahřátí SiC na vysokou teplotu (cca 1500 °C) se z jeho povrchu uvolňuje křemík a zbylé atomy uhlíku se uspořádají do podoby grafenu. Pomocí této metody se dá kontrolovaným způsobem připravit



Obr. 1. Struktura grafenu – (a) Krystalová struktura grafenu s atomy uhlíku rozmístěnými v hexagonální mřížce, která má symetrii shodnou se včelí pláství. Každý atom uhlíku je schematicky zobrazen pomocí prázdného nebo černě vyplněného kruhu. Jejich spojnice představuje kovalentní vazbu mezi atomy. Rozdílně vybarvené kruhy odpovídají krystalograficky neekvivalentním atomům. Ke každé elementární buňce krystalové mřížce přísluší právě dva atomy uhlíku. (Autor obrázku M. O. Goerbig, Laboratoire de Physique des Solides, Orsay.) (b) Vizualizace samonosné grafenové membrány na základě dat z transmisní elektronové mikroskopie. Statické zvlnění grafenu dosahuje výšky kolem 1 nm, jeho laterální velikost je přibližně 10 nm.

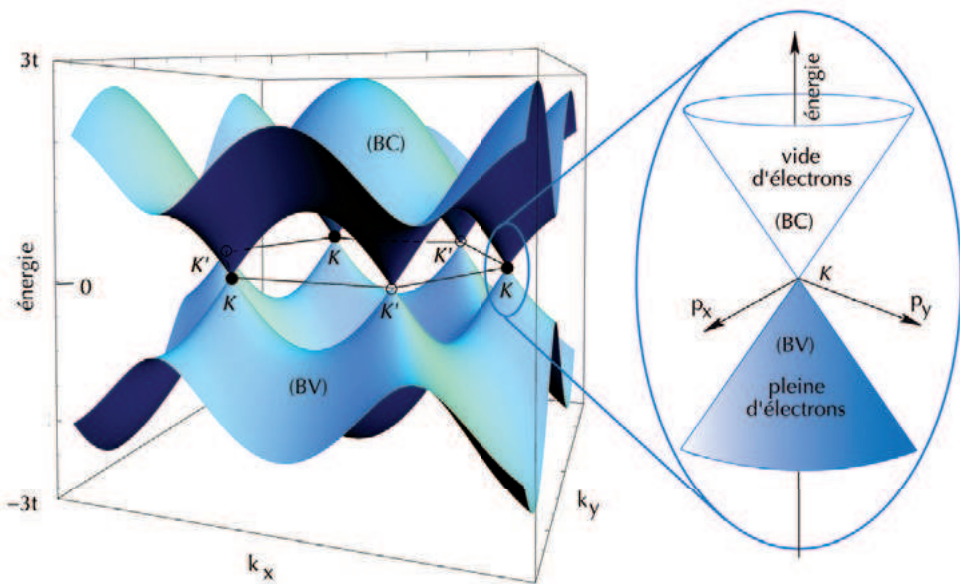
nejen monovrstva a dvojevrstva, ale i multivrstva grafenu, kde jsou jednotlivé atomové roviny elektricky izolovány od ostatních. Multivrstevnatý grafen tedy skutečně není oxymoronem a svými vlastnostmi se výrazně liší od grafitu.

Další slibnou metodou, a to zejména pro průmyslové aplikace, je bezpochyby chemická depozice grafenu z plynné fáze (CVD) na povrchu některých kovů. Kov, kupř. měď, zde působí jako katalyzátor, který urychluje rozklad plyných uhlovodíků a umožňuje následný růst grafenu. Tato metoda byla paradoxně známa již od roku 1980, ale vodivý substrát tehdy znesnadňoval studium elektrických vlastností grafenu. Tento problém se nedávno podařilo vyřešit jednoduchým rozpuštěním kovové vrstvy (většinou jde pouze o tenkou fólii) ve vhodném chemickém roztoku. Grafen, který je nejčastěji přichycen na tenké vrstvě vhodného polymeru, lze pak z roztoku vylovit podobně jako etiketu odlepenou z láhve a umístit na vhodný substrát.

Když elektrony ztratí svou hmotnost

Výjimečné vlastnosti grafenu přitahují pozornost vědců pracujících v základním výzkumu i na průmyslových aplikacích. Pro budoucí aplikace je velmi důležitá vysoká pohyblivost elektronů v grafenu, která dosahuje řádově vyšších hodnot než u křemíku, který je dnes v elektronice dominantně využíván. Mobilita nosičů náboje v polovodičových heterostrukturách na bázi arsenidu galia (GaAs) dosahuje sice stále výrazně vyšších hodnot než v grafenu, zde je ale nutné připomenout, že je to výsledek mnohaleteho úsilí v technologii přípravy tohoto materiálu v porovnání s „ruční“ přípravou grafenu. Rekordních hodnot mobility nosičů v GaAs lze navíc dosáhnout pouze za nízkých teplot, zatímco mobilita elektronů v grafenu za pokojové teploty minimálně stokrát přesahuje tu v GaAs nebo v křemíku. Tato vysoká hodnota souvisí především s nízkou koncentrací rozptylových center v grafenu: díky poměrně silné kovalentní vazbě mezi atomy, která mimo jiné vede k vysoké pevnosti tohoto materiálu, má krystalová mříž relativně malý počet defektů, které jsou jedním z důležitých zdrojů rozptylu ve většině materiálů. Navíc lze další výrazné zdroje rozptylu – nabitě nečistoty, kterými jsou nejčastěji na povrchu absorbované parazitní atomy nebo molekuly (např. vody), uvolnit pomocí silného elektrického proudu protékajícího grafenem.

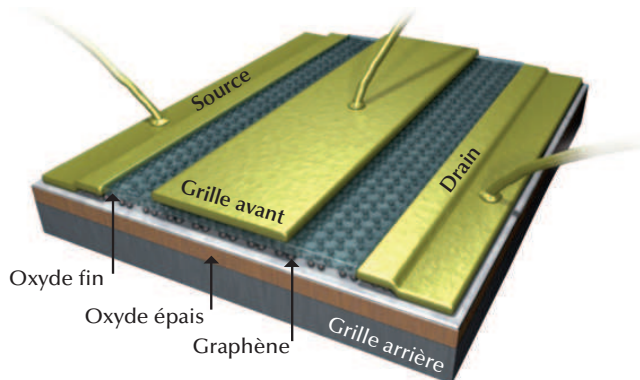
Další příčina vysoké pohyblivosti elektronů v grafenu je již přímo spojena s jejich unikátním charakterem: tyto elektrony, narozdíl od těch v naprosté většině jiných pevných látek, totiž musejí být považovány za částice s nulovou efektivní hmotností. Pro pochopení tohoto neobvyklého faktu se musíme blíže podívat na disperzní relaci těchto částic, tedy na závislost jejich energie na hybnosti. Uvažujme proto na chvíli běžný polovodič, kde je plně zaplněný valenční pás oddělen od prázdného pásu vodivostního tzv. pásem zakázaných energií. Disperzní relace je obecně parabolická a polovodič se stává vodičem pomocí chemického dopování, které buď přidá elektrony do pásu vodivostního, nebo je naopak ubere z pásu valenčního. V grafenu není překvapivě vodivostní a valenční pás oddělen, ale dotýkají se ve dvou bodech reciprokého prostoru, které se obvykle nazývají Diracovy body – šířka pásu zakázaných energií je tedy nulová. Diracův bod je výhodné zvolit za počátek energetické škály a tuto konvenci budeme nadále implicitně dodržovat. Pokud grafen není dopován, elektrony zaplňují valenční pás právě po Diracův bod, zatímco vodivostní pás zůstává prázdný. V blízkosti Diracova bodu je disperzní relace prakticky lineární (viz obrázek 2 napravo), což by ve



Obr. 2. Disperzní relace vodivostních elektronů v grafenu, neboli závislost jejich energie E na (kvazi-)hybnosti p . Výřez napravo ukazuje okolí tzv. Diracova bodu, kde se dotýkají vodivostní a valenční pás a kde je disperzní závislost prakticky lineární, $E = \pm c|p|$ – nosiče náboje zde získávají svůj „ultra-relativistický“ charakter. Označení „nehmotný“ vychází z analogie s disperzní relací relativistických částic, $E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$, kde dostáváme $E = \pm c|p|$, právě když je klidová hmotnost m_0 nulová. V případě hmotných částic naopak přibližně dostaneme běžnou kvadratickou závislost energie na hybnosti částice: $E = \pm m_0 c^2 \pm p^2 / (2m)$.

vakuu odpovídalo disperzi ultra-relativistických částic, tedy vlastně částicím s nulovou klidovou hmotností, jako jsou fotony nebo neutrina. Rychlost těchto částic, v kontextu grafenu obvykle tzv. Fermiho rychlost, se však nerovná rychlosti světla ve vakuu, ale je přibližně $300\times$ menší. I tak však rychlost elektronů v grafenu zůstává $10\times$ větší než střední rychlosti nosičů v dnešních nejlepších polovodičích. Grafen je tedy skutečně vhodným kandidátem pro rychlé elektronické součástky. Teoretický popis těchto výjimečných částic je obvykle založen na vlnové funkci o dvou složkách neboli spinoru, která se řídí rovnicí vypůjčenou z relativistické kvantové mechaniky – tedy Diracovou rovnicí. Pro nosiče náboje v grafenu se proto vžilo pojmenování „nehmotné Diracovy fermiony“.

Z hlediska teorie pásové struktury pevných látek, jejíž základy byly položeny v letech 1928–1930 a pomocí které obvykle klasifikujeme vodivé krystaly, připomíná grafen „ufo“. Měl by patřit mezi polovodiče, ale šířka jeho pásu zakázaných energií je nulová. A jak bylo experimentálně ověřeno, jeho vodivost neklesá k nule ani při těch nejnižších dosažitelných teplotách, což nebylo pozorováno u žádného známého polovodiče. Občas se o grafenu mluví spíše jako o polokovu, ale překryv pásů, tak typický pro tuto třídu materiálů, je zde nulový. A konečně, nedopovaný (intrinzičný) grafen neobsahuje žádné volné nosiče náboje, což neumožňuje grafen přímočaře zařadit mezi kovy.

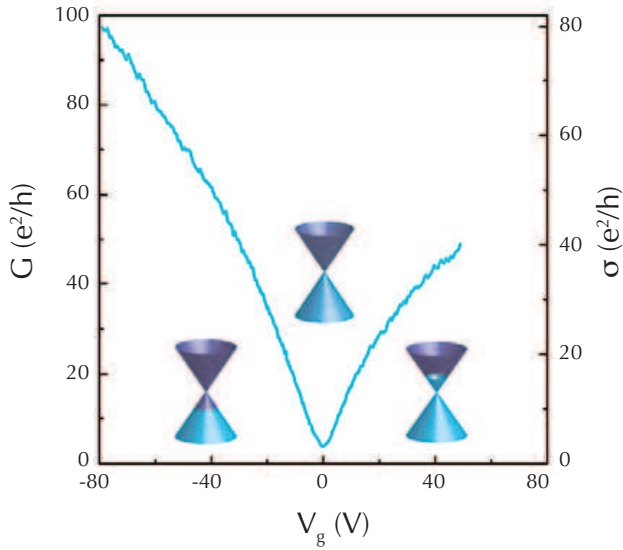


Obr. 3. Schematický obrázek tranzistoru na bázi grafenové monovrstvy, který je řízen elektrickým polem (FET – field effect transistor). Vrstva umístěná na substrátu SiO_2 je opatřena kontakty (tzv. source a drain), a dále pak hradlem, které umožňuje řídit hustotu nosičů v grafenu a ovlivňovat tak proud tekoucí mezi kontakty. Hradlo je od grafenu separováno tenkou vrstvou dielektrika, kupř. Al_2O_3 . Pokud je substrát dopovaný, může sloužit jako dodatečné hradlo (back gate).

V experimentech je grafen připravený pomocí exfoliace obvykle opatřen hradlem (vodivou elektrodou vytvářející spolu s grafenem kondenzátor), které umožňuje ovlivňovat jeho vodivost pomocí elektrického pole. Grafen se nejčastěji umísťuje na křemíkový substrát s tenkou (obvykle 300 nm tlustou) povrchovou vrstvou oxidu křemičitého (SiO_2), který je výtečným izolantem. Si substrát je obvykle silně (chemicky) dopován, chová se tedy jako kov. Aplikujeme-li mezi něj a grafen elektrické (hradlové) napětí, vytvoříme de facto kondenzátor, kde SiO_2 slouží jako dielektrikum. Tímto napětím můžeme přidávat nebo ubírat elektrony z grafenu. Vzhledem k tomu, že nedopovaný grafen žádné volné nosiče nemá, získáme tak jednoduchý způsob, jak řídit dopování tohoto materiálu. Změnou znaménka přiloženého napětí tedy můžeme spojitě přecházet mezi vodivostí elektronovou a děrovou, což poprvé experimentálně prokázal Novoselov a kol. v roce 2004. Poznamenejme však, že aktuálně dostupná technologie umožňuje realizovat i podstatně účinnější hradlo, kde je kondenzátor tvořen grafenem a tenkou kovovou vrstvou umístěnou shora, viz obrázek 3.

Systematická měření sledující závislost vodivosti grafenu na hradlovém napětí (tj. v závislosti na koncentraci nosičů náboje) ukázaly zajímavé výsledky. Nejpřekvapivější byl bezesporu ten, že vodivost nikdy neklesá k nule, a to ani za těch nejnižších teplot a za nulové hustoty nosičů! Jistě, nejnižší vodivosti grafen dosahuje za nulového dopování (v porovnání s libovolnou jinou hustotou nosičů), ale ta řádově odpovídá velikosti kvantové konduktance.¹ Elektrický transport v grafenu za nulové hustoty nosičů je vůbec fascinujícím fenoménem, obzvláště pokud se zaměříme na studium vlivů poruch a nečistot. V přítomnosti poruch krystalové mřížky by čistě dvojdimenzionální vodič neměl existovat, jak předpovídá tzv. Andersonova teorie lokalizace (Anderson a kol., 1979). Grafen se ale zdá být výjimkou. V opačném případě, tj. bez jakýchkoliv

¹Kvantová konduktance $e^2/h = 1/25770 \text{ Ohm}^{-1}$ představuje kritickou hodnotu vodivosti, která je obvykle považována za hranici mezi vodivými materiály a izolanty.



Obr. 4. Závislost vodivosti grafenové monovrstvy σ na hradlovém napětí V_g (tj. na hustotě nosičů náboje). Zaplnění pásů, které jsou znázorněny Diracovými kužely, v jednotlivých případech děrové ($V_g < 0$) i elektronové ($V_g > 0$) vodivosti, je vyznačeno modrou barvou. V nedopovaném grafenu je plně zaplněn valenční pás a pás vodivostní je zcela prázdný, nicméně vodivost neklesá k nule a nabývá přibližné hodnoty $4e^2/h$. (© M. Monteverde, Laboratoire de Physique des Solides, Orsay.)

nečistot a poruch, by grafen měl mít vodivost nekonečnou, pokud obsahuje volné nosiče náboje, a naopak nulovou, není-li dopován. V některých speciálních situacích teorie stejně tak jako některé z experimentů na velmi malých vzorcích ukazují, že vodivost grafenu je blízko univerzální hodnotě $4e^2/(\pi h)$.

Obzvláště zajímavé je sledovat nehmotné Diracovy fermiony pod vlivem silného magnetického pole orientovaného kolmo na rovinu grafenu. Energetické stavy formované pod vlivem tohoto pole, tzv. Landauovy hladiny, jsou v tomto systému vysoce anomální (viz dodatek *Landauovy hladiny v grafenu a kvantový Hallův jev*). Pro ilustraci uvedme alespoň několik příkladů: 1) energie hladin škáluje s odmocninou magnetického pole oproti obvyklé lineární závislosti; 2) existuje však i hladina s nulovou energií, tedy s energií odpovídající Diracovu bodu, která je zcela nezávislá na poli; 3) existují Landauovy hladiny s kladnou energií, formované z elektronových stavů ve vodivostním pásu, a symetricky vzhledem k nulové hladině i Landauovy hladiny s energií zápornou zformované v pásu valenčním.

Tyto anomální vlastnosti se projevují kupř. v magneto-transportních experimentech, tedy v experimentech, které zkoumají transport elektronů grafenem pod vlivem silného magnetického pole. Kvantování elektronových stavů do Landauových hladin vede v polovodičových heterostrukturách i grafenu k unikátnímu efektu, k tzv. „kvantovému Hallovu jevu“: při průchodu proudem vzorkem dochází vlivem magnetického pole ke vzniku nenulového (tzv. Hallova) napětí ve směru kolmém k orientaci

proudu i magnetickému poli. Toto napětí má charakteristický schodovitý profil, pokud je sledováno jako funkce magnetického pole. Jednotlivé schody odpovídají obvykle celočíselnému faktoru zaplnění Landauových hladin (viz dodatek *Landauovy hladiny v grafenu a kvantový Hallův jev*), ale v grafenu se plata objevují při jeho poločíselných hodnotách. Byla to právě tato anomálie v sérii schodů, která umožnila manchesterské skupině a současně i skupině Philipa Kima z Kolumbijské univerzity v New Yorku prokázat ultra-relativistický charakter nosičů náboje v grafenu. Poznamenejme, že právě tyto experimenty publikované v roce 2005 spustily dnešní obrovskou vlnu zájmu o tento nový materiál.

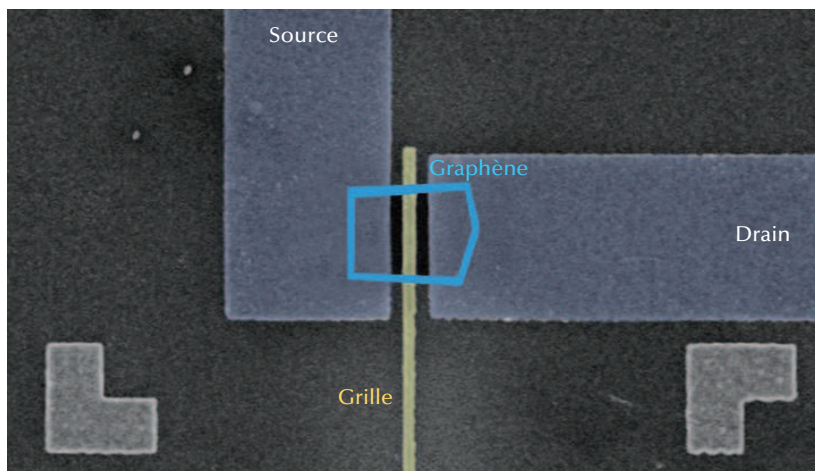
První ryze dvojdimenzionální krystal

Grafen však nepřitahuje pozornost jen díky svým unikátním elektrickým vlastnostem – neméně zajímavé jsou i jeho vlastnosti mechanické. Na grafen se lze dívat jako na velmi tenkou uhlíkovou membránu, která je extrémně tuhá ve své rovině, ale zároveň překvapivě flexibilní ve směru kolmém na ni. Tuhost v rovině je dána silnou kovalentní vazbou mezi atomy uhlíku, ale také „aromaticností“, tedy delokalizací vodivostních elektronů v celém krystalu, podobně jako v molekule benzenu. Samotná existence 2D krystalů není vůbec samozřejmá, pokud uvážíme slavný Merminův-Wagnerův teorém, jehož (možná trochu ukvapený) závěr zní: „Neexistují jedno- a dvojdimenzionální krystaly při jakékoliv nenulové teplotě.“ Teorém ukazuje sporem, že se libovolný 2D krystal musí rozpadnout vlivem termálních fluktuací v rovině. Jenže grafen, ačkoliv se skutečně jedná o 2D krystal, je přirozeně vnořen do našeho 3D prostoru, a proto se fluktuace mohou objevit nejen v jeho rovině, ale i kolmo na ni. Pokud tyto dva typy fluktuací posuzujeme nezávisle, oba ohrožují stabilitu grafenu: zatímco fluktuace v rovině (dle Mermina a Wagnera) by měly způsobit jeho roztátí, fluktuace kolmo na rovinu naopak jeho prohnutí a následné sbalení. Pouze když se oba typy fluktuací uváží současně, zjistíme, že obě společně grafen stabilizují a paradoxně jej zachraňují před kolapsem. Cenou za tuto stabilitu je však drobné prostorové zvlnění, které bylo experimentálně pozorováno v roce 2007 (obrázek 1b) na grafenové membráně umístěné nikoliv na běžném substrátu, ale pouze uchycené za okraje na kovové mřížce. Toto zvlnění má obvykle výšku 1 nm (kolmo k rovině) a délku 10 nm (v rovině), zatímco vzdálenost atomů v mřížce je přibližně 0.14 nm.

2D krystaly tedy skutečně existují a exfoliace použitá Novoselovem a Geimem je umožňuje připravovat, a to nejčastěji ze silně anizotropních (vrstevnatých) 3D krystalů. Z řady dnes známých 2D krystalů zmiňme alespoň disulfid molybdenu (MoS_2), který byl objeven již v roce 2005.

Směrem k uhlíkové elektronice a dalším aplikacím

Viděli jsme, že řada unikátních vlastností grafenu úzce souvisí s jeho monoatomární tloušťkou a že tyto vlastnosti jsou často vysvětlitelné pouze pomocí kvantové mechaniky. A to jsme se dosud nezmínili, jak kvantová mechanika určuje absorpci světla v grafenu. Ta nezávisí na žádném materiálovém parametru a je dána pouze konstantou jemné struktury vynásobené π , neboli $\pi e^2/(\hbar c) = 2.3\%$ na jednu monovrstvu (vyjádřeno v jednotkách cgs, pozn. překladatele).



Obr. 5. Snímek mikrovlnného nanotranzistoru připraveného z exfoliovaného grafenu získaný pomocí elektronové mikroskopie. Krystal grafenu o přibližné velikosti 900 nm je ohraničen modrým pětiúhelníkem. Tenká hradlová elektroda (vybarvena žlutě) má šířku 100 nm a je od grafenu oddělena izolujícím oxidem hliníku o tloušťce 8 nm. Tento tranzistor může pracovat až na frekvenci 17 GHz, jeho nejnovější realizace pak na frekvencích přesahujících 100 GHz. (© E. Pellegrini, Laboratoire Pierre Aigrain, ENS Paris.)

Jak již bylo zmíněno, mechanické vlastnosti grafenu jsou také výjimečné. Díky svému vysokému Youngovu modulu pružnosti lze na grafenu realizovat elektromechanické nano-resonátory operující s frekvencemi v GHz oblasti, které jsou žádány v telekomunikacích. Vysoká flexibilita grafenu zase umožňuje jeho depozici na nejrůznější sustráty, a to i na sustráty ohebné. Grafen mimo jiné vyniká i překvapivě vysokou tepelnou vodivostí. A právě kumulace těchto unikátních vlastností přiměla jeho tvůrce A. K. Geima o něm hovořit jako o materiálu plném superlativů. Grafen se tak stává vhodnou platformou pro novou třídu technologií, jejichž možnosti by rozhodně neměly být opomíjeny dnešními inženýry. Jedná se o relativně jednoduché a robustní technologie, které se zrodily a rozvíjely v akademickém prostředí a rychle se rozšiřují do praxe především díky již zmíněné metodě kontinuální přípravy grafenu, která byla vyvinuta společností Samsung. Pomocí ní lze připravit grafen na tenké měděné fólii o šířce až 30 palců.

Mezi očekávanými aplikacemi grafenu se díky jeho unikátním transportním vlastnostem nejčastěji objevuje možnost jeho využití v mikroelektronice. Tě dnes bezesporu dominují polovodiče. Je to především křemík, obvykle v podobě MOS-FET tranzistorů, tedy tranzistorů řízených elektrickým polem, které mají sendvičovou strukturu kov-oxid-polovodič. Dále pak polovodiče typu $A_{III}B_V$ (nejčastěji arsenidy galia nebo india) užívané pro výrobu tranzistorů s vysokou pohyblivostí nosičů a využívající modulační dopování, které prostorově odděluje dopanty od samotných nosičů náboje. Tyto velmi rychlé tranzistory se nejčastěji používají v telekomunikacích (satelitní komunikace, mobilní telefony apod.). Zopakujme, že grafen polovodičem není a také že se nehmotné Diracovy fermiony vyznačují překvapivě vysokou pohyblivostí. Jeho další

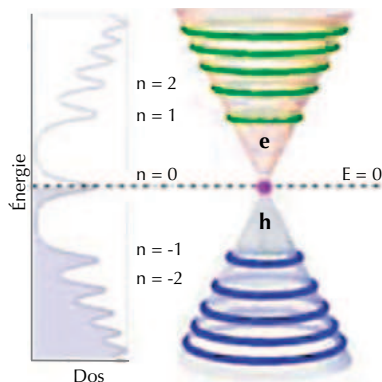
výhodou je relativní odolnost jeho elektrických vlastností vůči vnějším vlivům, která umožňuje uvažovat různé geometrie budoucích tranzistorů, kupř. strukturu kov-oxid-grafen (MOG-FET), viz obrázek 5, s velmi tenkou vrstvou oxidu (efektivně odpovídající několika nanometrům SiO_2), která umožňuje velmi efektivní ovládnání tranzistoru hradlovým napětím i při vysokých frekvencích. Jeden z původních cílů, kterým bylo připravit funkční tranzistory s velmi nízkým šumem pracující na frekvencích kolem 100 GHz, je již dnes částečně splněn. Souboj s MOS-FET tranzistory, které momentálně dominují v logických obvodech, bude pro grafen složitý, a to i z fundamentálních důvodů. Paradoxně, jednou z potíží je i samotný fakt, že grafen je dobrým vodičem. Přesněji řečeno, grafen je příliš dobrým vodičem! V grafenu, který má nulovou šířku pásu zakázaných energií, totiž hradlové napětí neumožňuje vodivost dostatečně potlačit. To částečně souvisí se zajímavým efektem, s tzv. Kleinovým jevem, který je známý z relativistické fyziky a který poukazuje na nemožnost lokalizace nehmotných částic pomocí potenciálových bariér. Jedním z možných řešení je pás zakázaných energií uměle indukovat. Toho by šlo dosáhnout kupř. přípravou úzkých pruhů grafenu s šířkou v řádu desítek nanometrů, kde by se takový pás přirozeně indukoval díky prostorovému omezení (kvantování) pohybu částic. Takto připravený tzv. *nanoribbon* svou pásovou strukturou připomíná polovodiče, které umožňují efektivní spínání tranzistorů pomocí hradlového napětí, na druhé straně by tento postup mohl vést k částečné redukci pohyblivosti nosičů v grafenu.

L i t e r a t u r a

- [1] FUCHS, J. N., GOERBIG, M. O., POTEMSKI, M.: *Des électrons sans masse dans une feuille de carbone*. Images de Physique, CNRS (2007), 50–56.
- [2] GEIM, A. K., KIM, P.: *Carbon wonderland*. Sci. Amer. (2008), 90–97.
- [3] FUCHS, J. N., GOERBIG, M. O.: *Le graphène, premier cristal bidimensionnel*. Pour la Science 367 (2008), 36–43.
- [4] CASTRO NETO, A. H., GUINEA, F., PERES, N. M. R., NOVOSELOV, K. S., GEIM, A. K.: *The electronic properties of graphene*. Rev. Mod. Phys. 81 (2009), 109.
- [5] FLEURY, G., WAIN TAL, X.: *Existe-t-il des métaux bidimensionnel?* Reflets de la physique 20 (2010), 6–10.

Landauovy hladiny v grafenu a kvantový Hallův jev

Nejprve zopakujme základní vlastnosti elektronu pod vlivem kolmého magnetického pole B , jehož pohyb je vymezen do roviny o ploše S . V rámci klasického popisu takový elektron obíhá díky Lorentzově síle po kružnici, tedy po tzv. cyklotronové orbitě. Poloměr této orbity může být libovolný a je dán pouze kinetickou energií elektronu. V rámci kvantově-mechanického popisu nabývá tento poloměr pouze diskrétních hodnot, podobně jako je tomu u elektronu kroužícího kolem jádra atomu. Energie elektronu při cyklotronovém pohybu je tak také diskrétní, vznikají tzv. Landauovy hladiny. Tyto hladiny, tak typické pro 2D systémy v magnetickém poli, mají vysokou degeneraci stavů.



Obr. 6. Vlevo: Jednotlivé Landauovy hladiny se v reálném systému projeví jako maxima v hustotě stavů (DOS), která je vynesena na horizontální ose oproti energii elektronových stavů (na ose vertikální). Nenulová šířka hladin je dána přítomností poruch a nečistot v krystalové mřížce. Jednotlivé hladiny jsou v obrázku číslovány indexem n . Narozdíl od ostatních systémů se v grafenu objevuje i nulová Landauova hladina, která je sdílena oběma typy nosičů, tj. elektrony i děrami. Vpravo: Dovolené cyklotronové orbity elektronů (zelené křivky) a děr (modré křivky) schematicky znázorněné na Diracovu kuželu ve fázovém prostoru hybností. V silném magnetickém poli tedy dostáváme namísto Diracova kužele spojitého v energii (kvazi-)diskrétní spektrum Landauových hladin. (© A. Luican, G. Li et al., Phys. Rev. B 83 (2010) 041405(R).)

Tato degenerace N_B , tedy počet stavů v jedné hladině, odpovídá počtu kvant magnetického toku h/e protékajících plochou vzorku, tedy $BS = h/e \cdot N_B$. Pro běžné částice s parabolickou disperzní závislostí (tj. pro hmotné částice) jsou Landauovy hladiny ekvidistantní a lineární v magnetickém poli. V případě nehmotných Diracových fermionů, kde je disperzní relace lineární, tyto hladiny závisí na odmocnině součinu magnetického pole a příslušného indexu hladiny n . Realistický průběh hustoty stavů v grafenu v magnetickém poli neboli polohy maxim odpovídající jednotlivým Landauovým hladinám je ukázán na obrázku 6.

Přímým důkazem existence Landauových hladin je kvantový Hallův jev. Připomeňme však nejprve Hallův jev, tak jak jej zná klasická fyzika. Pokud necháme vzorkem, kupř. tenkou destičkou umístěnou v kolmém magnetickém poli, protékat elektrický proud, dochází ke kumulaci náboje na stěnách vzorku ve směru kolmém na proud i magnetické pole. Tato kumulace náboje se experimentálně měří pomocí tzv. Hallova napětí, které je indukováno napříč vzorkem a je přímo úměrné poměru magnetického pole a (plošné) hustoty nosičů B/N . Klasicky je tedy Hallovo napětí lineární funkcí magnetického pole B : experimentálně skutečně měříme přímkou procházející počátkem souřadnic. Pokud vzorek podrobíme extrémním podmínkám, konkrétně ochladíme jej na teplotu kapalného helia (4,2 K) a zároveň aplikujeme silné magnetické pole (několika tesel), namísto jednoduché lineární závislosti Hallova napětí na B dostaneme schodovitou křivku, jejíž střední hodnota odpovídá klasickému Hallovu jevu – pozorujeme tak kvantový Hallův jev. Každý další pozorovaný schod při rostoucím magnetickém poli odpovídá vyprázdnění jedné z Landauových hladin. Pozorované Hallovo napětí tak sleduje tzv. faktor zaplnění neboli počet plně obsazených Landauových hladin N/N_B .