Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Pavla Pavlíková

125 let od narození Miloše Kösslera (1884-1961)

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 54 (2009), No. 2, 144--156

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/141898

Literatura

[1] I. Babuška: *The Fourier Transform in the Theory of Difference Equations and its Applications,* Arch. Mech. Stos. *11* (1959), 349–381.
[2] I. Babuška, F. Kroupa, E. Vitásek: *Some Applications of the Discrete Fourier Transform to Problems of Cristal Lattice Deformation I, II,* Czech J. Phys. *B10* (1960), 419–427, 488–504.
[3] I. Babuška, E. Vitásek: *Wwiener-Hopf Technique in the Theory of Difference Equations I, II, III,* Arch. Mech. Stos. *13* (1961), 4–21, 457–469, *14* (1962), 83–91.
[4] I. Halperin: *Introduction to the Theory of Distributions,* Toronto University Press, Toronto 1952.
[5] L. Schwartz: *Théorie des Distributions,* Hermann, Vol. 1, Paris 1950, Vol. 2, Paris 1951.
[6] L. Schwartz: *Méthodes Mathématiques pour les Sciences Physiques,* Hermann, Paris 1961.
[7] E. Vitásek: *The n-Dimensional Fourier Transform in the Theory of the Difference Equations,* Arch. Mech. Stos. *12* (1960), 186–202.
[8] K. Yosida: *Functional Analysis,* Springer, Berlin 1965.

125 let od narození Miloše Kösslera (1884–1961)

Pavla Pavlíková, Praha

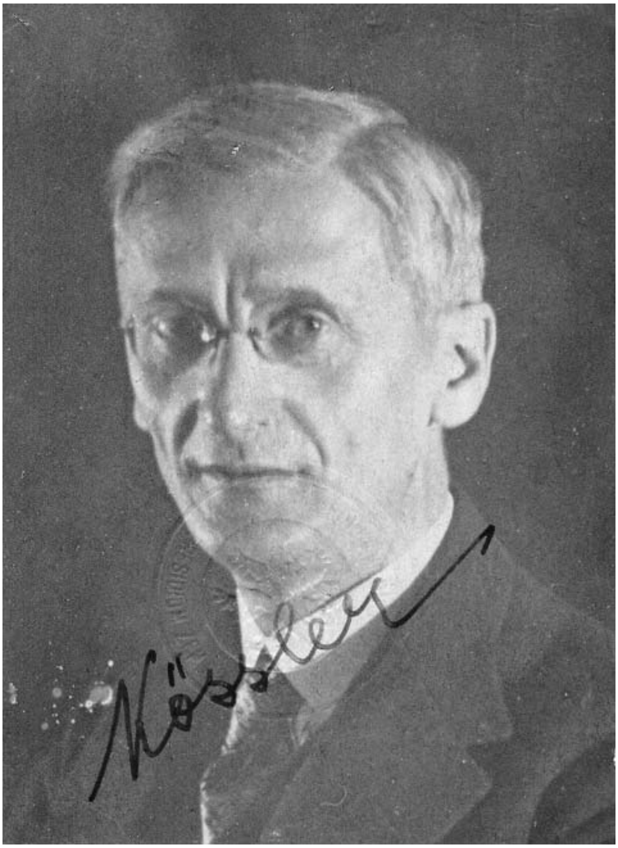
V červnu letošního roku uplyne 125 let od narození významného českého matematika, specialisty na teorii analytických funkcí a teorii čísel, Miloše Kösslera. Cílem tohoto článku je připomenout při této příležitosti jeho životní osudy a vědecké výsledky.

1. Život

Miloš Kössler se narodil 19. června 1884 v Praze. Vyrůstal ve velmi chudých poměrech. Jeho životní cestu výrazně ovlivnilo studium na Akademickém gymnáziu v Praze, kde mezi jeho vyučující patřily osobnosti zvučných jmen. V primě jej vyučoval zeměpisu a dějepisu Zikmund Winter (1846–1912), na výuce matematiky a fyziky se podíleli Karel Pánek (1849–1904), Antonín Jeřábek (1852–1915) a Jan Vojtěch (1879–1953).

RNDr. Pavla Pavlíková, Ph.D., Ústav matematiky VŠCHT Praha, Technická 5, 166 28 Praha 6, Katedra didaktiky matematiky, Matematicko-fyzikální fakulta UK, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8, e-mail: `Pavla.Pavlikova@vscht.cz`

O vzory pro svou další dráhu tak Miloš Kössler neměl nouzi. Po maturitě se zapsal na filosofickou fakultu české univerzity Karlo-Ferdinandovy ke studiu matematiky, fyziky a astronomie. Studoval zde v letech 1903 až 1907. Během studia byl výrazně ovlivněn profesorem Karlem Petrem (1868–1950); byl jedním z jeho nejlepších posluchačů a později i následovníků.



Obr. 1. Miloš Kössler (1884–1961)

Po dokončení studia dlouho nemohl najít uplatnění a zůstával bez místa. Až od 9. září 1910 se stal suplentem a správcem fyzikálního kabinetu na reálném gymnáziu v Domažlicích. V dalším školním roce už nastoupil jako suplent od 16. září 1911 na českém gymnáziu v Praze na Vinohradech. Na místo profesora čekal dalších sedm dlouhých let. Na podzim 1917 byl jmenován *provisorním učitelem*, od 28. prosince 1918 se stal *skutečným profesorem*, *profesorem ad personam* byl jmenován s účinností od 15. června 1920.

Na tehdejší Kösslerovo působení rád vzpomíná akademik Vladimír Kořínek, který byl jeho žákem. Podle jeho vyprávění byl Kössler vskutku znamenitým učitelem. Sám měl ke svému oboru velkou lásku a dovedl vzbudit o něj zájem i u svých žáků. Podporoval *jejich snahu o hledání takových řešení úloh, která nebyla obvyklá a uváděná v knihách. Toto ovšem mohl dělat jen učitel, který svému předmětu dokonale rozuměl a měl látku i po stránce didaktické zcela promyšlenou. Dovedl zaujmout žáky i poučováním o poznatcích z jiných věd, např. astronomie* ([12], str. 227).

V roce 1920 se Miloš Kössler podrobil habilitačnímu řízení a dosáhl *venia docendi* s účinností od 31. července 1920. Začal přednášet jako *soukromý docent pro mathematickou analysu a algebru.* V témže roce po odchodu Matyáše Lercha (1860–1922) na Přírodovědeckou fakultu Masarykovy univerzity v Brně dostal nabídku na místo mimořádného profesora Českého vysokého učení technického v Brně. Raději však vyčkal zlepšení své pozice v Praze. Na sklonku roku 1922 byl jmenován mimořádným profesorem matematiky na Přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy, o pět let později se stal profesorem řádným. V akademickém roce 1935/36 zastával funkci děkana přírodovědecké fakulty, v roce následujícím byl proděkanem.

V článku [20] na str. 113 najdeme vzpomínku na 16. března 1938:

Den po obsazení Prahy Hitlerovými hordami přišel profesor Kössler do posluchárny, kde měl pokračovat ve své přednášce o funkcích komplexní proměnné. Chvíli postál a díval se na nás očima zalitýma slzami. „Je to hrozné“, opakoval několikrát před plénem studentů. „Bude nějakou dobu trvat, než se z toho zase dostanem. Bude třeba velkých obětí, ale věřím, že to dobře dopadne. A vy tomu také věřte!“ Potom odešel, nemohl přednášet.

Za okupace byl M. Kössler na základě dekretu ministerstva školství jako všichni ostatní vysokoškolští profesoři dán od 31. července 1940 na dovolenou s čekatelným. Bylo všeobecně známo, že jeho postoj byl výrazně protifašistický. Válečné období silně prožíval a dokonce se v té době výrazně zhoršil jeho zdravotní stav. Nenechal se ovšem zlomit a pracoval dál v zájmu české vědy. Spolu s dalšími profesory matematiky a fyziky z Univerzity Karlovy a Českého vysokého učení technického se pravidelně scházeli a plánovali co možná nejrychlejší obnovení výuky na českých vysokých školách po ukončení druhé světové války. Již 10. května 1945 ohlásil spolu s dalšími opětovný nástup do služby.

Po válce se však stále častěji ozývalo jeho podlomené zdraví. Problémy se dále objevovaly i na akademickém poli. V padesátých letech nevstoupil do strany, což mu spolu s vleklými zdravotními potížemi komplikovalo postavení na fakultě. Jeho vědecká práce byla přesto oceněna, když byl 8. prosince 1953 jmenován členem korespondentem Československé akademie věd. Akademické pocty se mu dostalo za jeho práce z oboru analytických funkcí. Několik let byl členem redakční rady ČSAV a v letech 1958 až 1961 působil v *Bolzanovské komisi*, která byla původně založena 5. března 1924 při Královské české společnosti nauk s cílem představit veřejnosti dílo filozofa a matematika Bernarda Bolzana (1781–1848). V průběhu své činnosti komise narážela na obrovské finanční potíže, v roce 1952 byla dokonce rozpuštěna v souvislosti se zánikem KČSN. Když se po šesti letech ČSAV rozhodla tuto komisi oživit, stal se právě M. Kössler jejím novým předsedou. Ostatními členy byli O. Borůvka, J. Holubář, V. Kořínek, K. Rychlík a I. Seidlerová. Za tři roky své existence se však ani této sestavě nepodařilo splnit původní záměr celé komise. Dluh vůči Bolzanovi přetrval i nadále.

V roce 1956 byla M. Kösslerovi udělena akademická hodnost doktora věd fyzikálně-matematických. Díky svým vědeckým a pedagogickým zásluhám dostal možnost i po odchodu z katedry matematické analýzy k 31. srpnu 1957 zůstat pracovat na fakultě. Od 1. září 1957 byl přijat na Matematický ústav Univerzity Karlovy, vedený Eduardem Čechem (1893–1960), kde působil do 31. prosince 1958.

Z Kösslerových zálib nelze nepřipomenout jeho sportovní nadšení pro tenis, lyžování a šachy. Projevoval čilý zájem o pokroky vědy a techniky; kromě jiného, v roce 1959 do jeho života silně zasáhl moment, kdy vesmírná sonda Luna 3 vyslala 4. října k Zemi pomocí aparatury umístěné na palubě první snímky odvrácené strany Měsíce. Doslova prý běhal po fakultě s těmi obrázky a fascinovaně si s mnoha lidmi o tomto objevu povídal. Po celý život zůstal věrný i dalším dvěma koníčkům – astronomii a fotografování. V rodinném archivu jsou uloženy desítky fotografií, na nichž zachytil momentky z cest, postavičky žebráků, přírodní scenérie i řadu uměleckých kompozic.

M. Kössler se zapojoval i do činnosti řady českých vědeckých společností – Královské české společnosti nauk, Jednoty československých matematiků a fyziků, Sdružení vědeckých pracovníků, Československé národní rady badatelské a řady dalších. Po dlouhá léta byl členem redakční rady *Časopisu pro pěstování matematiky a fyziky* pro část matematickou.

Velké jsou Kösslerovy zásluhy o Jednotu, v jejímž výboru zastával od roku 1917 do roku 1947 různé významné funkce (byl postupně knihovníkem, jednatelem a ředitelem). V roce 1959 byl zvolen jejím čestným členem.

Těžko lze slovy zhodnotit práci, kterou vykonal pro Jednotu v době okupace. V letech 1939 až 1943 byl předsedou Jednoty. Po uzavření vysokých škol stala se Jednota jediným střediskem našeho vědeckého života v matematice a fyzice. Bylo tehdy potřeba obratně jednat tak, aby byla zachována alespoň částečně publikační možnost pro matematiku a fyziku navzdory restrikčním předpisům nacistů a aby se zachovala knihovna Jednoty. To je jen stručný a neúplný popis těžkostí, které bylo třeba překonávat. Jen velké prozíravosti a klidnému a moudrému vedení Jednoty tehdejším jejím předsedou prof. Kösslerem a ředitelem M. Valouchem vděčíme za to, že Jednota československých matematiků a fyziků prošla bez velké úhony a čestně touto těžkou dobou ([12], str. 230).

Rovněž v Královské české společnosti nauk, předchůdkyni dnešní Akademie věd, pracoval Miloš Kössler na vyšších postech; nejprve od roku 1940 jako tajemník II. třídy (matematicko-přírodovědecké), později od roku 1944 zastupoval profesora Františka Záviška (1879–1945), zatčeného v té době gestapem, ve funkci hlavního tajemníka. Po Záviškově smrti byl M. Kössler v letech 1945 až 1949 sám hlavním tajemníkem. Této pozice se vzdal ze zdravotních důvodů.

Miloš Kössler zemřel po záchvatu mrtvice 8. února 1961. Univerzita Karlova tak ztratila nejen vynikajícího profesora, ale především jedinečnou osobnost.

2. Vědecká práce

Miloš Kössler je autorem více než třiceti původních vědeckých pojednání[1]) publikovaných česky, německy, rusky, anglicky a francouzsky, a to především v *Časopise pro pěstování matematiky a fyziky*, *Rozpravách České akademie věd a umění* a *Věstníku Královské české společnosti nauk*. Aktivně se podílel na vydání *Ottova slovníku naučného nové doby*, konkrétně jeho jméno najdeme pod hesly *Mathematika* a *Limita*.

Původní Kösslerovy vědecké práce můžeme rozdělit do dvou skupin. Výraznou převahu mají články vztahující se k problematice teorie analytických funkcí; druhá, méně početná skupina článků se týká teorie čísel.

V rozpětí let 1915–1917 jsou v jeho díle patrné dvě velmi výrazné linie. První z nich se zabývá problematikou prvočísel a počtu dělitelů celých čísel, a tak bychom mohli toto období nazývat *1. číselně-teoretickým obdobím* v Kösslerově díle. Zároveň však v této době M. Kössler publikoval své nejrozsáhlejší původní vědecké články [13], na jejichž základě se po 1. světové válce habilitoval na Přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy. Předvedl v nich jistý způsob rozvojů funkcí, holomorfních uvnitř a na uzavřené analytické křivce.

Následovala čtyřletá publikační odmlka, pravděpodobně související s přípravou na rigorózní zkoušky, přednáškovou činností v Jednotě a pozvolným přechodem z gymnázia na univerzitu, a tedy značným časovým zatížením.

Hned tři práce z let 1921 až 1923 se nesou v jednotném duchu – jejich nosnou otázkou je studium analytického pokračování funkcí inspirované dílem Emila Borela z roku 1917 (viz [4]). První cizojazyčné pojednání [14] z roku 1922 se zabývá možnostmi zobecnění Lagrangeova postupu při řešení algebraických rovnic. Z období 1922 až 1924 pochází i pět dalších pojednání společně diskutujících o singularitách mocninných řad, ležících na konvergenční kružnici. Poslední práce na toto téma [15] přitom shrnuje Kösslerův příspěvek přednesený na mezinárodním matematickém kongresu v Torontu v srpnu 1924, jenž byl završením Kösslerova výzkumu v této oblasti.

V nadcházejících letech 1924 až 1929 vydal M. Kössler tři zcela rozdílné práce úzce související s jeho působením na univerzitě. První z nich [16] čerpala z přednášek z teorie pravděpodobnosti, které vedl od roku 1922/23, jde však o nepříliš hluboké pojednání, spíše o nápad na zjednodušení jednoho často používaného vzorce, s nímž se ve výuce setkával. Svým rozsahem a významem je mnohem důležitější jediná tiskem vydaná Kösslerova učebnice [17], určená posluchačům přírodovědecké fakulty. Do tohoto časového intervalu zapadá i vzpomínkový a kompilační článek [18] věnovaný Karlu Petrovi.

---

[1]) Kösslerovu vědeckou činnost stručně hodnotí články [9] a [12], k nimž je připojen i seznam všech jeho vědeckých publikací.

V letech 1930 až 1935 se M. Kössler zabýval problematikou ohraničených mocninných řad a prostých funkcí v souvislosti s Bieberbachovou domněnkou.[2]) Ačkoli v této oblasti dosáhl dobrých a zpřesňujících výsledků, obdobných úspěchů v téže době dosáhli G. M. Golusin a I. E. Vasiljevič. Samotná Bieberbachova domněnka čekala na důkaz ještě dalších padesát let (viz [7]).

Na dalších sedm dlouhých let se M. Kössler publikačně odmlčel. Až v průběhu 2. světové války ve svém *2. číselně-teoretickém období*[3]) v rozpětí let 1941–1943 vydal hned tři rozsáhlé práce věnované rozvojům Riemannovy funkce ζ a obecným identitám v teorii čísel. Funkci ζ lze zavést jako Dirichletovu vytvořující funkci posloupnosti $\{1\}_{n=1}^{\infty}$, tj. ve tvaru řady

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}\,;$$

druhým možným způsobem definice je Eulerův součin uvažovaný přes všechna prvočísla p

$$\zeta(s) = \prod_{p} (1 - p^{-s})^{-1}\,.$$

Ekvivalenci obou definic pro $s > 1$ znal již Leonhard Euler (1700–1783), který funkci ζ podrobně studoval jako funkci reálné proměnné $s > 1$; využil ji mimo jiné k důkazu existence nekonečně mnoha prvočísel (pro limitní případ $s \to 1_+$ obdržel harmonickou řadu, která je divergentní). L. Euler byl první, komu se podařilo najít součet řady

$$\zeta(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

O svém postupu se zmínil v dopise Daniellu Bernoullimu (1700–1782) z roku 1734. Dále explicitně vypočítal $\zeta(4)$, $\zeta(6)$, $\dots$, $\zeta(26)$, v roce 1740 pak dokonce odvodil obecnou formuli pro hodnoty $\zeta(2k)$, $k \in \mathbb{N}$. V případě sčítání řady pro $\zeta(3)$ však ani velký počtář L. Euler neuspěl.

Převratný zlom ve studiu ζ-funkce znamenalo drobné pojednání [23], jež v roce 1859 uveřejnil Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826–1866). Jeho revoluční přístup spočíval v popisu funkce $\zeta = \zeta(s)$ jako funkce komplexní proměnné, jejímž analytickým pokračováním z poloroviny $\Re(s) > 1$ do celé komplexní roviny získáme meromorfní funkci s jednoduchým pólem v bodě $s = 1$, která má tzv. *triviální nulové body* pro

---

[2]) V roce 1916 vyslovil Ludwig Georg Elias Moses Bieberbach (1886–1982) tuto domněnku: koeficienty všech funkcí analytických a prostých pro $|z| \leqq 1$ tvaru

$$f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n z^n$$

splňují pro každé n podmínku $|a_n| \leqq n$.

[3]) Pozoruhodná je skutečnost, že s výjimkou krátkého článku z roku 1929 všechna Kösslerova pojednání, v nichž se zabýval teorií čísel, byla publikována v průběhu 1. nebo 2. světové války.

$s = -2n$, $n \in \mathbb{N}$; její zbývající kořeny jsou komplexní, leží v tzv. *kritickém pásu* $0 \leqq \leqq \Re(s) \leqq 1$ a jsou symetricky rozloženy podél přímek $\Re(s) = 1/2$ a $\Im(s) = 0$. Ve své práci B. Riemann vyslovil slavnou domněnku, že je vysoce pravděpodobné, že dokonce všechny netriviální nulové body funkce ζ leží na tzv. *kritické přímce* $\Re(s) = = 1/2$. Sám tuto svou hypotézu nedokázal, stejně jako řada matematiků v letech následujících. V roce 1900 zařadil David Hilbert (1862–1943) tuto domněnku jako součást osmého problému pod společným názvem *problém prvočísel* v rámci aktuálních otázek pro matematiku 20. století (viz [19]). Mnohokrát už se objevily zaručené zprávy, že Riemannova hypotéza byla dokázána, vždy však byla v postupu odhalena chyba nebo mezera.[4])

Dlouhý zástup matematiků (mezi nimi i Miloš Kössler) vkládal do poznání Riemannovy dzeta funkce mnoho energie, neboť tato funkce má úzký vztah k testům prvočíselnosti a tím k teorii kódování, teorii informace, radiotechnice, teoretické fyzice, ale především je nejdůležitější funkcí ve studiu rozložení prvočísel. Právě s její pomocí byl podán důkaz Legendreovy hypotézy nazývané *The Prime Number Theorem.* Označíme-li $\pi(x)$ počet všech prvočísel nepřesahujících dané kladné číslo x, pak lze tuto hypotézu stručně zapsat v podobě limity

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\pi(x) \ln x}{x} = 1\,.$$

Tento odhad dlouho nebylo možné dokázat. Určitý pokrok zaznamenal Pafnutij Lvovič Čebyšev (1821–1894), který odvodil, že za předpokladu, že daná limita existuje, je skutečně rovna jedné. K důkazu její existence pak inspiroval další vědce právě použitím vlastností funkce ζ, na jejichž základě v roce 1896 nezávisle na sobě podali Jacques Hadamard (1865–1963) a Charles-Jean de la Vallée Poussin (1866–1962) úplný důkaz Legendreovy hypotézy. Nestali se sice nesmrtelnými ve smyslu starořeckých legend, ale J. Hadamard se dožil požehnaného věku 98 let a Ch. J. de la Vallée Poussin 96 let. Více se o historii Riemannovy hypotézy lze dočíst např. v [6], [11].

Riemannova dzeta funkce nemá jen zásadní význam ve vztahu k rozložení prvočísel, ale je pozoruhodná i díky svým vlastnostem. Jednou z nich je kontrast v našich znalostech o hodnotách $\zeta(s)$ pro sudá a lichá přirozená čísla $s > 1$. Vzorec pro součty $\zeta(2v)$ znal už L. Euler, pro žádné liché číslo však $\zeta(2v + 1)$ nenašel. Dosud nebylo nalezeno žádné vyjádření podobné rozvojům

$$\zeta(2) = 3 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 \binom{2k}{k}}, \quad \zeta(3) = \frac{5}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{k^3 \binom{2k}{k}}, \quad \zeta(4) = \frac{36}{17} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4 \binom{2k}{k}}$$

pro liché $n \geqq 5$. Problematika sčítání řad $\zeta(2v+1)$ inspirovala M. Kösslera v pojednání z roku 1941 *Asymptotické rozvoje pro funkce $\zeta(s)$, $\zeta(a, s)$*, v němž se zabýval konstrukcí

[4]) Silnou motivací při hledání potvrzení správnosti Riemannovy hypotézy se navíc od roku 2001 stala odměna ve výši jednoho miliónu dolarů tomu, kdo ji dokáže. Je zajímavé, že tuto prémii od Clay Mathematics Institute získá pouze ten, kdo ověří její *pravdivost.* Pokud by někdo dokázal její *neplatnost*, odměnou by mu byla pouze sláva na poli matematiky.

těchto rozvojů. Poznamenejme, že pro reálné $0 < a \leqq 1$ a komplexní s, $\Re(s) > 1$, je funkce $\zeta(a, s)$ definována předpisem

$$\zeta(a, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(a+n)^s}\,, \tag{1}$$

tedy ve speciálním případě $a = 1$ je totožná s Riemannovou funkcí $\zeta = \zeta(s)$ (proto obě funkce označujeme stejným symbolem ζ). V literatuře bývá nazývána *Hurwitzovou dzeta funkcí*, přestože Adolf Hurwitz (1859–1919) sám připouštěl pouze případ $a \in \mathbb{Q}$. Pomocí této zobecněné dzeta funkce lze vyjádřit *Dirichletovu beta funkci* S předpisem

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^x} = \frac{1}{4^x}\left(\zeta\left(\frac{1}{4}, x\right) - \zeta\left(\frac{3}{4}, x\right)\right).$$

Miloš Kössler odvodil asymptotické vyjádření pro hodnoty $\zeta(2v+1)$ a $S(2v)$. Metodu, kterou použil pro transformaci funkční rovnice pro $\zeta(s)$, lze použít i na další Dirichletovy řady, jejichž funkční rovnice jsou známé, konkrétně tedy i na řadu (1). Těmito aplikacemi se však již M. Kössler nezabýval a poznamenal, že se k nim hodlá vrátit v některé pozdější publikaci. Žádné z Kösslerových pojednání uveřejněných v letech 1941 až 1961 se však dané problematice nevěnovalo, na rozdíl od Riemannovy hypotézy, k níž se M. Kössler několikrát vrátil ve svých denících. Snažil se prokázat její platnost na základě studia funkce

$$\zeta_1(s) = \prod_p \left(1 + \frac{1}{p^s}\right) = \frac{\zeta(s)}{\zeta(2s)}$$

a její funkcionální rovnice. Náročnost problematiky a vážné zdravotní problémy mu však nedovolily pokročit v úvahách příliš daleko.

Zatímco v roce 1973 uveřejnil T. M. Apostol limitní formuli pro hodnoty $\zeta(2v+1)$ jednodušší než M. Kössler, naše znalosti o přesných hodnotách dzeta funkce pro lichá čísla se od dob Eulerových příliš nezměnily. Do roku 1979 jsme dokonce ani neměli jistotu, zda hodnota $\zeta(3)$ je číslo racionální či iracionální. Teprve na konci 70. let 20. století našel Roger Apéry (1916–1994) důkaz (viz [1]), že číslo $\zeta(3) = 1{,}20205\ldots$ je iracionální – důkaz naprosto překvapivý, neboť využívá pouze myšlenky reálné analýzy a tvrzení prvočíselné věty (Legendreovy hypotézy). Síla Apéryho důkazu je patrná i z toho, že o žádné další hodnotě $\zeta(2v+1)$ dodnes nevíme, zda je číslem racionálním nebo iracionálním. Je pouze známo, že mezi čísly $\zeta(2v+1)$ existuje nekonečně mnoho čísel iracionálních (viz [3]).

Zdravotní problémy a válečné události pak opět způsobily odmlku v Kösslerově původní vědecké tvorbě. V 50. letech bylo patrné, že churavé zdraví nedovolovalo autorovi dlouhodobé soustředění na jediný problém, a tak práce z tohoto období mají rozdílnou tematiku, od algebraických polynomů přes mocninné řady až k prostým funkcím a reálným charakteristikám. Lze konstatovat, že v tomto posledním období se M. Kössler často vracel k otázkám, jimiž se zabýval již dříve, a publikoval drobnější příspěvky zaměřené na jednotlivé užší otázky. Od svého odchodu do důchodu v roce 1956 již nevydal žádné vědecké pojednání.

3. Učebnice

Zvláštní postavení v Kösslerově tvorbě zaujímá jediná učebnice, kterou napsal během svého působení na univerzitě. Kniha *Úvod do počtu diferenciálního* [17] vznikla na základě přednášek, které Miloš Kössler vedl pro posluchače matematiky na Přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy od roku 1921. Vzhledem k faktu, že šlo o přednášky, jež byly úvodem pro další studium, nenajdeme v této učebnici partie z pokročilejší analýzy, ale pouze podrobný výklad základních pojmů (posloupnosti, limita a derivace funkce, diferenciál, Taylorův rozvoj atd.) a jejich vlastností. Sám autor v předmluvě knihy konstatoval, že *knížka tato zcela splní svůj úkol, jestliže podnítí čtenáře ke studiu dalšímu.* Akademik Vojtěch Jarník (1897–1970) ji popisoval jako knihu, ve které

> ... *látka jeho* [Kösslerových] *úvodních přednášek je vyložena způsobem dokonale promyšleným, pedagogicky vytříbeným a při velké otřepanosti tématu překvapivě netradičním a původním.* ([9], str. 115)

Postavení Kösslerovy učebnice mezi českými knihami věnovanými diferenciálnímu počtu (viz [22], [24], [26], [27]) není nijak výrazné; byla však velmi kladně hodnocena především pro svou pedagogickou stránku.

V roce 1938 navázal V. Jarník „druhou částí“ na knížku svého kolegy Miloše Kösslera pod názvem *Úvod do počtu integrálního.* Zajímavým průřezem knihami M. Kösslera, V. Jarníka a K. Petra byl Jarníkův článek *Návod ke studiu analysy pro začátečníky*, jenž byl vydán za 2. světové války v Časopise pro pěstování matematiky a fysiky (viz [10]). Cílem pojednání bylo přiblížit postup studia matematické analýzy čtenářům s hlubším zapálením pro matematiku v době, kdy byly české vysoké školy uzavřeny.

V roce 1946 vydal V. Jarník stejnojmennou knihu *Úvod do počtu diferenciálního*, která se od té doby dočkala mnoha vydání pod názvem *Diferenciální počet I* jako první část ze čtyřsvazkového díla věnovaného matematické analýze *Diferenciální počet I, II* a *Integrální počet I, II.* Po vydání této tetralogie Kösslerova kniha prakticky upadla v zapomnění, neboť Jarníkovo dílo ji předčilo svou precizností i obsažností. Přesto se dočkala řady citací, a to především díky pozoruhodnému dodatku, který obsahuje nástin teorie reálných čísel metodou spočívající na pojmu nekonečného desetinného rozvoje založenou na Weierstrassově principu.

4. Deníky

Článek [12] na str. 229 obsahuje mimo jiné i nenápadný, ale přesto zajímavý odstavec:

> *Prof. Kössler užíval pro zápisky o své badatelské práci deníkové formy. Přitom strohé vědecké úvahy a výpočty jsou občas osvěženy nějakou osobitou úvahou filosofickou či*

o současném dění. V těchto sešitech jsou mnohé ještě nezpracované náměty řešení mnoha problémů. Jsem přesvědčen, že jich bude moci být ještě využito k pokroku v matematickém bádání.

V pozůstalosti M. Kösslera se podařilo najít celkem sedm dílů těchto deníků. Pokrývají časové období od listopadu 1942 do března 1943, a dále od června 1948 do ledna 1956. Nelze však s určitostí vyloučit, že se některý ztracený díl nezachoval v knihovně některého jeho kolegy či studenta. I přes tuto neucelenost se nám do rukou dostal z omezeného časového období materiál, jenž nám umožňuje sledovat problémy, jimiž se M. Kössler v dané době zaobíral.

Frekvence jednotlivých zápisů je rozličná – v určitém období tak nacházíme velmi rozsáhlé poznámky psané několik dní v řadě, výjimkou na druhou stranu není ani více než půlroční odmlka.

Téměř výhradně tvoří obsah matematické úvahy a problémy. Jen na několika málo místech lze najít osobní připomínku týkající se rodiny či osobního života. Např. v sešitě č. XIV najdeme na str. 32 krátkou poznámku: *Dnes budu promovati svého syna Ivo na doktora přírodních věd.*[5]) Mnohem častější jsou postřehy týkající se sledování tahu vlaštovek a rorýsů, jak ukazuje mimo jiné zápis v sešitě č. XVIII na str. 32: *30. 4. 1952. Přiletěli rorejsi. O týden dříve než v minulých letech. Budou to asi jen přední hlídky!* Výjimkou nejsou ani drobné úvahy typu: *27. 2. 1951. V celé řadě problémů, jimiž jsem se za svého života zabýval, narážel jsem často na potíže zdánlivě nepřekonatelné. Když již jsem byl zcela vyčerpán a rozhodl jsem se večer, že té práce nechám, probudil jsem se ráno a první myšlenka, která prošla mým vědomím, byla zcela jasnou cestou vedoucí k cíli.* Tuto poznámku najdeme v sešitě č. XVI na str. 36. Smutným doprovodným rysem všech Kösslerových deníků jsou zmínky o zhoršujícím se zdravotním stavu.

Matematický obsah zápisků v dochovaných denících zahrnuje mimo jiné studium číselně-teoretických identit, Fareyových zlomků,[6]) prostých polynomů či mocninných řad. Mnohdy se M. Kössler zamýšlel nad velmi obtížnými úkoly: pokoušel se dokázat problém čtyř barev (jehož počítačový důkaz byl podán až 15 let po jeho smrti), v souvislosti s ekvidistantními prvočísly se zabýval obecnější podobou Goldbachovy

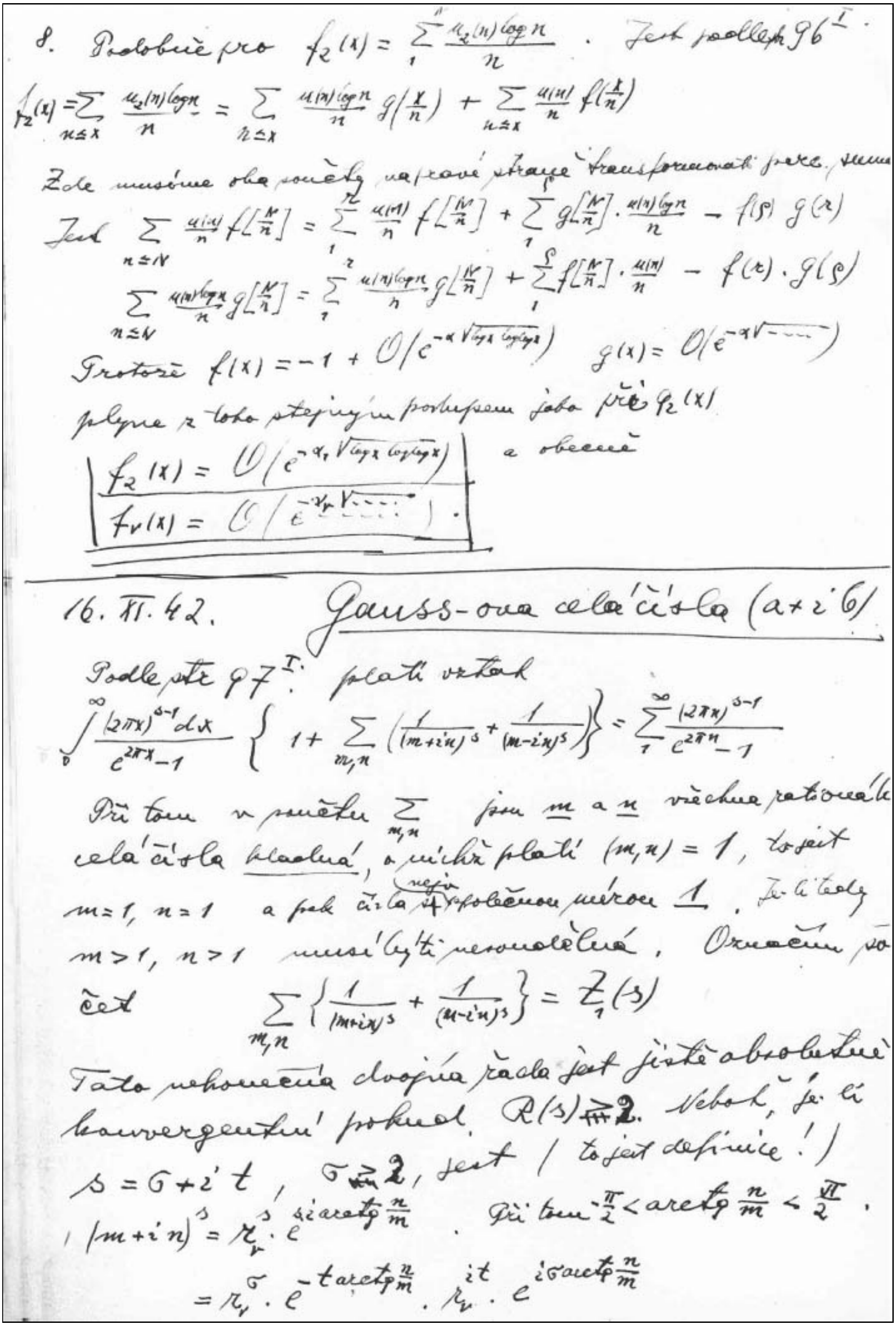
[5]) Promoci syna Iva na Přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy dne 9. 7. 1948 byl Miloš Kössler přítomen jako promotor.

[6]) Fareyovým zlomkem řádu n rozumíme každý zlomek $0 \leqq \frac{p}{q} \leqq 1$ v základním tvaru, kde p, q jsou přirozená čísla taková, že $q \leqq n$. Pro $n = 4$ tak např. dostáváme následující posloupnost Fareyových zlomků (řadíme je vzestupně podle velikosti):

$$\frac{0}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{1}.$$

Jsou-li $\frac{p}{q}$ a $\frac{r}{s}$ dva sousední Fareyovy zlomky, pak platí $|ps - qr| = 1$. Jsou-li $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$ tři po sobě následující Fareyovy zlomky téhož řádu, pak platí zajímavý vztah

$$\frac{c}{d} = \frac{a+e}{b+f}.$$



8. Podobně pro $f_2(x) = \sum_1^x \frac{\mu_2(n)\log n}{n}$. Jest podle str. 96^I.

$f_2(x) = \sum_{n\le x} \frac{\mu_2(n)\log n}{n} = \sum_{n\le x}\frac{\mu(n)\log n}{n}\, g\left(\frac{x}{n}\right) + \sum_{n\le x}\frac{\mu(n)}{n}\, f\left(\frac{x}{n}\right)$

Zde musíme oba součty na pravé straně transformovati přes. suma

Jest $\sum_{n\le N}\frac{\mu(n)}{n} f\left[\frac{N}{n}\right] = \sum_1^r \frac{\mu(n)}{n} f\left[\frac{N}{n}\right] + \sum_1^\rho g\left[\frac{N}{n}\right]\cdot\frac{\mu(n)\log n}{n} - f(\rho)\, g(r)$

$\sum_{n\le N}\frac{\mu(n)\log n}{n}\, g\left[\frac{N}{n}\right] = \sum_1^r \frac{\mu(n)\log n}{n}\, g\left[\frac{N}{n}\right] + \sum_1^\rho f\left[\frac{N}{n}\right]\cdot\frac{\mu(n)}{n} - f(r)\cdot g(\rho)$

Protože $f(x) = -1 + O(e^{-\alpha\sqrt{\log x \log\log x}})$ $\quad g(x) = O(e^{-\alpha\sqrt{\cdots}})$

plyne z toho stejným postupem jako při $g_2(x)$

$\boxed{f_2(x) = O(e^{-\alpha_1\sqrt{\log x\log\log x}})}$ a obecně

$\boxed{f_\nu(x) = O(e^{-\alpha_\nu\sqrt{\cdots}})}$.

16. XI. 42. Gauss-ova celá čísla $(a+ib)$

Podle str. 97^I. platí vztah

$$\int_0^\infty \frac{(2\pi x)^{s-1}dx}{e^{2\pi x}-1}\left\{1+\sum_{m,n}\left(\frac{1}{(m+in)^s}+\frac{1}{(m-in)^s}\right)\right\} = \sum_1^\infty \frac{(2\pi n)^{s-1}}{e^{2\pi n}-1}$$

Při tom v součtu $\sum_{m,n}$ jsou m a n všechna racionální celá čísla kladná, o nichž platí $(m,n)=1$, to jest $m=1$, $n=1$ a pak čísla s nejvíc společnou mírou 1. Je-li tedy $m>1$, $n>1$ musí býti nesoudělná. Označím součet

$$\sum_{m,n}\left\{\frac{1}{(m+in)^s}+\frac{1}{(m-in)^s}\right\} = Z_1(s)$$

Tato nekonečná dvojná řada jest jistě absolutně konvergentní pokud $R(s) \geq 2$. Neboť, je-li $s=\sigma+it$, $\sigma\geq 2$, jest (to jest definice!)

$(m+in)^s = r_\nu^s\cdot e^{si\,\mathrm{arctg}\frac{n}{m}}$. Při tom $-\frac{\pi}{2}<\mathrm{arctg}\frac{n}{m}<\frac{\pi}{2}$.

$= r_\nu^\sigma\cdot e^{-t\,\mathrm{arctg}\frac{n}{m}}\cdot r_\nu^{it}\cdot e^{i\sigma\,\mathrm{arctg}\frac{n}{m}}$

Obr. 2. Úryvek z deníku

hypotézy (možnost vyjádřit každé sudé číslo větší než dvě jako součet dvou prvočísel přitom nebyla v plném rozsahu dokázána dodnes), statečně zápolil i s Riemannovou hypotézou. Kromě těchto zcela neúspěšných pokusů však na řadě míst deníků můžeme sledovat vývoj nápadů vedoucích až k publikovanému pojednání, resp. návraty k již vydaným článkům a návaznost drobných poznámek na ně. Poslední zaznamenaný zápis v deníku byl datován 2. ledna 1956.

5. Pedagogická činnost

Miloš Kössler začal přednášet na Přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy v roce 1921. Přednášky vedl s výjimkou válečného období, kdy byla výuka na českých vysokých školách násilně přerušena, až do roku 1957, kdy odešel do důchodu, přičemž od akademického roku 1952/53 přešel z přírodovědecké fakulty na nově vzniklou matematicko-fyzikální fakultu. Po založení pedagogické fakulty, v období 1946–1948, působil rovněž po dobu dvou semestrů na této fakultě.

Vedl pravidelný základní kurs o funkcích jedné komplexní proměnné, přednášky o obyčejných a parciálních diferenciálních rovnicích, po profesoru K. Petrovi převzal přednášky z úvodu do infinitezimálního počtu.[7]) Jako přednášející byl Miloš Kössler velmi oblíben nejen mezi studenty matematiky, ale i mezi učiteli měšťanských škol (pro které vedl přípravné kurzy z matematiky) či mezi studenty z řad fyziků. Měl totiž velký cit pro to odhadnout, které znalosti z matematiky mohou v budoucnosti ve svých oborech upotřebit.

Místo tečky na závěr uveďme úryvek ze vzpomínek na Miloše Kösslera (viz [20], str. 112):

Bylo by to málo, kdybychom řekli, že profesor Kössler byl vynikajícím a talentovaným učitelem. Bylo na něm něco, co lidi k němu přitahovalo, něco, proč řada jeho žáků viděla v něm svůj vzor: zanícení pro matematiku, skromnost, taktnost a trpělivost, přátelský postoj. Avšak hlavní důvod je ten, že profesor Kössler měl lidi rád, rozuměl jejich bolestem a slabostem.

Poděkování: Autorka děkuje panu Miloši Kösslerovi za laskavé zapůjčení deníků jeho dědečka, profesora Miloše Kösslera.

L i t e r a t u r a

[1] Apéry, R.: *Irrationalité de $\zeta(2)$ et $\zeta(3)$.* Astérisque *61* (1979), 11–13.
[2] Apostol, T. M.: *Another elementary proof of Euler's formula for $\zeta(2n)$.* Amer. Math. Monthly *80* (1973), 425–431.
[3] Ball, K., Rivoal, T.: *Irrationalité d'une infinité valeurs de la fonction zeta aux entiers impairs.* Invent. Math. *146* (2001), 193–207.
[4] Borel, E.: *Leçons sur les fonctions monogénes uniformes d'une variable complexe.* Gauthier-Villars, Paris, 1917.

[7]) Mezi Kösslerovy významné studenty patřili např. matematik Vladimír Kořínek (1899–1981) či fyzik Vladimír Vand (1911–1968), o jehož osudech pojednává článek [25].

[5] Čech, E.: *Sedmdesátiny profesora Kösslera.* Čas. pěst. mat. *79* (1954), 374–375.
[6] Derbyshire, J.: *Posedlost prvočísly.* Academia, Praha, 2007.
[7] de Branges, L.: *A proof of the Bieberbach conjecture.* Acta Math. *154* (1985), 137–152.
[8] Havlíček, K.: *Prof. Dr. Miloš Kössler zemřel.* Matematika ve škole *11* (1961), 570–571.
[9] Jarník, V.: *Vědecké práce M. Kösslera.* Čas. pěst. mat. *80* (1955), 106–117.
[10] Jarník, V.: *Návod ke studiu analysy pro začátečníky.* Čas. pěst. mat. fyz. *70* (1941), D109–D116.
[11] Karatsuba, A. A., Voronin, S. M.: *The Riemann Zeta Function.* De Gruyter, Berlin, New York, 1992.
[12] Kopřiva, J.: *Prof. PhDr. Miloš Kössler zemřel.* PMFA *6* (1961), 226–230.
[13] Kössler, M.: *O rozvojích platných pro funkci analytickou v daném oboru.* část I, Rozpravy České akademie věd a umění, II. třída, *24* (1915), část II, Rozpravy České akademie věd a umění, II. třída, *25* (1916), č. 54, 38 stran.
[14] Kössler, M.: *On a generalization of the Lagrange series.* Proc. London Math. Soc. *20* (1922), č. 2, 365–373.
[15] Kössler, M.: *On a generalization of Fabry and Szász's theorems concerning the singularities of power series.* Proc. Internat. Math. Congress Toronto I, 439–448, 1928.
[16] Kössler, M.: *Součtový vzorec* $S = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=-n}^{+n} \mathrm{e}^{-h^2k^2}$. Čas. pěst. mat. a fyz. *53* (1924), 110–114.
[17] Kössler M.: *Úvod do počtu diferenciálního.* JČMF, Praha, 1926, 147 stran.
[18] Kössler, M., Nušl, F.: *Karel Petr. Stručný nástin jeho života a stručný přehled jeho prací.* Čas. pěst. mat. fys. *57* (1928), 169–182.
[19] Novák, B.: *O osmém Hilbertově problému.* PMFA *18* (1973), 9–17.
[20] Nožička, F.: *Vzpomínka na profesora Miloše Kösslera.* Čas. pěs. mat. *87* (1962), 111–113.
[21] Pavlíková, P.: *Život a dílo Miloše Kösslera.* Disertační práce, MFF UK Praha, 2005.
[22] Petr, K.: *Počet differenciální (Část analytická).* JČMF, Praha, 1923.
[23] Riemann, B.: *Ueber die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grosse.* Monatsber. Akad. Berlin, 1859, 671–680.
[24] Studnička, F. J.: *Základové vyšší mathematiky. Díl I. O počtu differenciálním.* Praha, tiskem Dr. E. Grégra, 1868.
[25] Šolcová, A., Křížek, M.: *Nobelova cena na dosah – zapomenutý osud fyzika Vladimíra Vanda.* PMFA *53* (2008), 7–21.
[26] Vojtěch, J.: *Základy matematiky ke studiu věd přírodních a technických, I. a II. část.* JČMF, Praha, 1916–1946 (1. až 7. vydání).
[27] Weyr, E.: *Počet differenciálný.* Jednota českých matematiků, Praha, 1902.