Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

A. A. Karatsuba; Štefan Porubský; Mirko Rokyta; Zdeněk Vlášek
Nedožité sedmdesátiny Prof. RNDr. Břetislava Nováka, DrSc. (1938-2003)

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 53 (2008), No. 1, 53--58

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/141841

Nedožité sedmdesátiny Prof. RNDr. Břetislava Nováka, DrSc. (1938–2003)

A. A. Karatsuba, Š. Porubský, M. Rokyta, Z. Vlášek

I když se Břetislav Novák narodil 2. března 1938 v Pardubicích, byl, jak on sám říkával, „Chrudimák“. V Chrudimi totiž prožil prvních osmnáct let svého života, a i potom se sem rád a pravidelně vracíval. V letech 1944–1949 zde navštěvoval národní školu, poté školu střední (1949–1953) a konečně i jedenáctiletku (1953–1956), kde v roce 1956 úspěšně odmaturoval.

B. Novák v r. 1983, fotografie J. Lukeš

Už v Chrudimi se začal projevovat jeho mimořádný matematický talent. V roce 1955, ve věku pouhých 17 let, obsadil B. Novák 6. místo v celostátním kole Matematické

Prof. Anatolij Alexejevič Karatsuba, Oddělení teorie čísel, Stěklovův ústav matematiky Ruské akademie věd, Gubkina 8, 119991, Moskva, e-mail: karatsuba@mi.ras.ru,

Prof. RNDr. Štefan Porubský, DrSc., Ústav informatiky AV ČR, v. v. i., Pod Vodárenskou věží 2, 182 07 Praha 8, e-mail: porubsky@cs.cas.cz,

Doc. RNDr. Mirko Rokyta, CSc., Katedra mat. analýzy MFF UK, Sokolovská 83, Praha 8 - Karlín, 186 75, e-mail: rokyta@karlin.mff.cuni.cz,

Doc. RNDr. Zdeněk Vlášek, CSc., Katedra mat. analýzy MFF UK, Sokolovská 83, Praha 8 - Karlín, 186 75, e-mail: vlasek@karlin.mff.cuni.cz.

olympiády, a o rok později, v roce 1956, se stal absolutním vítězem celostátního kola této soutěže. Nebylo tedy žádným překvapením, že Břetislav pokračoval po maturitě ve studiu matematiky na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v Praze (v letech 1956–1961).

Na fakultě také potkal Vojtěcha Jarníka, autora dodnes nepřekonané čtyřsvazkové monografie, věnované základům diferenciálního a integrálního počtu, matematika, kterého zejména v české vědecké komunitě není nutno nijak zvlášť představovat. Profesor Jarník se stal Břetislavovým učitelem, později vedoucím jeho diplomové i kandidátské práce, a také kolegou ve vědecké práci. B. Novák ukončil fakultu v roce 1961 s vyznamenáním a také díky V. Jarníkovi se rozhodl zasvětit svůj odborný život teorii čísel. V roce 1967 získal B. Novák jak titul RNDr., tak vědeckou hodnost kandidáta věd, CSc. Vědecko-pedagogický titul docenta obdržel v roce 1972 na základě úspěšné habilitace z roku 1969. V roce 1980 získal B. Novák hodnost doktora věd, DrSc., profesorem pak byl jmenován v roce 1982.

Celý profesní život Břetislava Nováka byl spojen s jeho Alma Mater, Matematicko-fyzikální fakultou Univerzity Karlovy. Už jako student 4. a 5. ročníku (v letech 1959–1961) byl Břetislav na MFF zaměstnán jako asistent na půl úvazku. Po úspěšném ukončení studia se stal asistentem (1961–1964) a odborným asistentem (1964–1972). Po získání docentského titulu byl v roce 1972 přijat na místo docenta na MFF UK. Od roku 1982 až do své smrti v roce 2003 působil na MFF UK jako vysokoškolský profesor.

Během svého života působil Břetislav Novák na mnoha zahraničních univerzitách a výzkumných pracovištích. K nejvýznamnějším patřil jeho semestrální pobyt na Moskevské státní univerzitě ve školním roce 1962/63 a semestrální pobyt na University of Illinois, Urbana-Champaign, v letech 1972–73.

Břetislav Novák patřil také k neúnavným organizátorům matematických akcí nejen na MFF UK, ale také v celé československé (a po rozpadu Československa i české) matematické komunitě. V letech 1971–1990 byl vedoucím katedry matematické analýzy MFF UK Praha, na MFF UK působil také jako proděkan (nejprve v letech 1973–1976 a poté v letech 1980–1989). Velkou část svého času věnoval Břetislav Novák činnosti v Jednotě československých (a českých) matematiků a fyziků. Členem Jednoty se stal už v roce 1956. Od roku 1972 působil jako člen výboru MVS JČSMF, v roce 1978 se stal členem ÚV JČSMF a místopředsedou MVS JČMF. V letech 1987–1990 působil B. Novák jako předseda JČSMF a v letech 1993–1996 jako předseda MVS JČMF a místopředseda JČMF. Podrobnější seznam jeho aktivit v JČ(S)MF může čtenář nalézt v [10], viz též nekrolog, uveřejněný v PMFA 49 (2004). Za svou významnou činnost v těchto organizacích byl B. Novák mnohokrát oceněn, zmiňme například jeho jmenování zasloužilým členem JČSMF v r. 1981 či čestným členem JČMF v r. 1993.

V neposlední řadě byl Břetislav (cca od roku 1966) členem Společnosti pro dějiny přírodních věd a techniky, dále členem vědecké rady ČVUT (v letech 1977–79), působil rovněž jako člen vědeckého kolegia matematiky ČSAV (1977–1990), člen Národního komitétu pro matematiku při MŠ ČSR a ČR (od r. 1977), člen komise expertů pro matematiku při MŠ ČSR, předseda předmětové rady a člen mnoha dalších komisí, výborů a rad.

K jedné z priorit Břetislava Nováka patřila také snaha o co největší vzájemnou komunikaci mezi vědeckými a pedagogickými pracovníky a o rychlé zavádění nejnovějších matematických poznatků do výuky. Byl autorem či spoluautorem několika učebnic pro střední i vysoké školy a jeho skripta z teorie čísel [5] patří i tři desetiletí po svém vydání k nejvýznamnějším česky psaným zdrojům poznatků klasické analytické teorie čísel.

Břetislav Novák zemřel 18. srpna 2003 v Praze. Všichni, kdo jej znali, na něj nikdy nezapomenou.

Matematické zájmy Břetislava Nováka

Břetislav Novák se zabýval širokou škálou problémů celé matematické analýzy se speciálním důrazem na teorii funkcí komplexní proměnné a jejich aplikací. Hlavním předmětem jeho zájmu se však stala (zejména analytická) teorie čísel. Ve svém prvním publikovaném článku [1] charakterizoval B. Novák polynomy s celočíselnými koeficienty, nabývajícími pouze hodnot tvaru $6m \pm 1$. Jádrem důkazu tvrzení, obsaženého v článku, bylo následující pozorování: nabývá-li kvadratický polynom s celočíselnými koeficienty pouze hodnot tvaru $6m \pm 1$, a to v šesti po sobě jdoucích hodnotách argumentu, pak nabývá již nutně hodnot tvaru $6m \pm 1$ ve všech celočíselných hodnotách argumentu. V článku [2], který vznikl krátce poté, vylepšil Břetislav tento výsledek důkazem tvrzení, že pokud libovolný polynom s celočíselnými koeficienty nabývá pouze hodnot tvaru $6m \pm 1$, a to ve třech po sobě jdoucích hodnotách argumentu, jsou už nutně všechny jeho celočíselné hodnoty tvaru $6m \pm 1$.

Od samého počátku své matematické pouti se Břetislav, ovlivněn svým školitelem Vojtěchem Jarníkem, zabýval teorií mřížových bodů ve vícedimenzionálních elipsoidech. Hlavním předmětem jeho zájmu bylo nalezení přesných asymptotických odhadů chování rozdílu mezi tzv. váženým počtem celočíselných bodů n-dimenzionálního elipsoidu a jeho objemem. Největší technickou překážkou je v tomto případě zásadní rozdíl mezi tzv. racionálním a iracionálním elipsoidem. První zajímavé výsledky pro iracionální elipsoidy dokázal už v r. 1927 A. Walfisz. Způsob, jakým by bylo možno tento problém zcela vyřešit, naznačil V. Jarník sérií článků publikovaných po roce 1928. Břetislav zdokonalil Jarníkův přístup a ve svých článcích z 60. let 20. století de facto ukázal cestu k jeho řešení. Čtenáře, kterého zajímají podrobnosti, odkazujeme na monografii F. Frickera [7], na tomto místě uvedeme pouze některá základní fakta a výsledky:[1])

Nechť $Q(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_r)$, $r > 4$, je pozitivně definitní kvadratická forma s celočíselnými koeficienty. Označme D její determinant. Nechť dále jsou $M_1, M_2, \dots, M_r$ čísla přirozená, $b_1, b_2, \dots, b_r$ čísla celá a konečně $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ čísla reálná.

Pro $x > 0$ uvažujeme funkci $A(x)$,

$$A(x) = \sum \mathrm{e}^{2\pi\mathrm{i}(\alpha_1\mu_1 + \alpha_2\mu_2 + \ldots + \alpha_r\mu_r)}\,,$$

[1]) Zbytek tohoto paragrafu čerpá z rukopisu [9].

kde sčítáme přes taková $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_r$, pro která

$$Q(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_r) \leqq x, \quad \text{a} \quad \mu_j \equiv b_j \bmod M_j, \quad j = 1, 2, \dots, r\,.$$

Je-li $M_1 = M_2 = \dots = M_r = 1$ a $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r = 0$, pak $A(x)$ vyjadřuje počet celočíselných bodů v příslušném elipsoidu. Hlavní člen $A(x)$ je roven

$$I(x) = \frac{\pi^{\frac{r}{2}}\, \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i}(\alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \dots + \alpha_r b_r)}}{\sqrt{D}\, M_1 M_2 \cdots M_r\, \Gamma\left(\frac{r}{2} + 1\right)}\, x^{\frac{r}{2}} \delta\,,$$

kde $\delta = 1$, jsou-li všechna čísla $\alpha_1 M_1$, $\alpha_2 M_2$, …, $\alpha_r M_r$ celá a $\delta = 0$ ve všech ostatních případech.

B. Novák se zaměřil na studium chování zbytku

$$R(x) = A(x) - I(x)\,.$$

a dokázal o tomto chování (pro různé systémy $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$) řadu vět. Některé z nich byly dokázány během jeho pobytu na Moskevské univerzitě v letech 1962–1963.

Věta 1. *Pro všechny systémy* $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$ *platí*

$$R(x) = \mathcal{O}(x^{\frac{r}{2}-1}) \quad \text{pro} \quad x \to \infty\,.$$

Věta 2. *Je-li alespoň jedno z čísel* $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ *iracionální, je*

$$R(x) = o(x^{\frac{r}{2}-1}) \quad \text{pro} \quad x \to \infty\,. \tag{1}$$

Odhad z Věty 2 nelze zlepšit:

Věta 3. *Buď* $\varphi(x) > 0$ *reálná funkce,* $\varphi(x) \to 0$ *když* $x \to \infty$. *Potom existuje systém* $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$ *takový, že platí* (1) *a přitom*

$$R(x) = \Omega(x^{\frac{r}{2}-1}\varphi(x)) \quad \text{pro} \quad x \to \infty\,.$$

Věta 4. *Pro skoro všechny systémy* $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$ *(ve smyslu Lebesgueovy míry v* $\mathbb{R}^r$*) a pro všechna* $\varepsilon > 0$ *platí odhad*

$$R(x) = \mathcal{O}(x^{\frac{r}{4}} \log^{2r+1+\varepsilon} x) \quad \text{pro} \quad x \to \infty\,.$$

Tyto výsledky byly uveřejněny v článku [3], který byl přijat k publikaci na doporučení akademika A. N. Kolmogorova.

Celočíselné body ve vícerozměrných elipsoidech byly v Novákově tvůrčí práci hlavním tématem, i v celosvětovém měřítku patřil v tomto oboru k předním odborníkům. Jedním z posledních jeho článků na toto téma (viz [6]) byl příspěvek na konferenci

International Conference on Analytical Methods in Number Theory and Analysis, která se uskutečnila (na počest 90. narozenin I. M. Vinogradova) v roce 1981 v Moskvě. V uvedeném článku shrnul B. Novák výsledky svého mnohaletého výzkumu, současný stav problematiky a seznam souvisejících otevřených problémů.

B. Nováka také zajímaly další problémy teorie čísel. Připomeňme některé z těch, ve kterých dosáhl zajímavých výsledků.

V roce 1997 se B. Novák spolu s A. A. Karatsubou zabýval aritmetickými problémy týkajícími se čísel, která ve dvojkovém vyjádření mají sudý (lichý) počet jedniček a obdržel výsledky o rozložení takovýchto čísel v krátkých aritmetických posloupnostech, o rozložení kvadratických zbytků a nezbytků podle rostoucího prvočíselného modulu mezi takovýmito čísly, a také o rozložení primitivních kořenů a indexů mezi nimi. Část těchto výsledků byla publikována v ruském časopisu *Matěmatičeskije zamětky* (*Math. Notes*, viz [8]).

V posledních letech svého života se B. Novák věnoval řešení problému, jehož formulaci motivovala úloha, kterou pro 31. Mezinárodní matematickou olympiádu, konanou v čínském Pekingu ve dnech 8.–19. 7. 1990, formulovala rumunská výprava: úkolem bylo najít všechna přirozená čísla $n > 1$ taková, že $2^n + 1$ je dělitelné n^2. Z řešení této úlohy nejprve plynulo, že nejmenším prvočíselným dělitelem každého řešení n je číslo 3, a posléze že jediným řešením celého problému je $n = 3$. B. Novák začal pod vlivem této úlohy studovat vlastnosti a rozložení přirozených čísel $n > 1$ takových, že n dělí $2^n + 1$. Čísla s touto vlastností byla později v Rusku nazvána „Novákovými čísly“ (viz [9]) a množina těchto čísel byla označována N_B, podle počátečních písmen Novákova jména.

Označme $N_B(x)$ počet Novákových čísel nepřevyšujících x, tj.

$$N_B(x) = \#\{n \leqq x;\, n \in N_B\}, \quad x > 2\,.$$

O vlastnostech této množiny dokázal sám B. Novák řadu zajímavých výsledků (viz [11]), ke kterým patří například následující odhad:

$$N_B(x) = \mathcal{O}(x/\sqrt{\log x}\,) \quad \text{pro} \quad x \to \infty\,.$$

Až do své smrti se snažil B. Novák najít nejlepší odhad asymptotického chování funkce $N_B(x)$. S použitím počítače provedl rozsáhlé výpočty (mimo jiné nalezl také první milión čísel s uvedenou vlastností). Formuloval také následující hypotézu (viz [11]): pro libovolné $\varepsilon > 0$ platí

$$N_B(x) = \mathcal{O}(x^{\varepsilon}) \quad \text{pro} \quad x \to \infty\,.$$

Toto tvrzení zůstává stále nedokázáno. Jeho důkaz by byl podstatným přínosem pro teorii čísel.

Poznámka: Tento článek je českou verzí anglicky psaného příspěvku „Prof. RNDr. Břetislav Novák, DrSc. (1938–2003) would be seventy“ (viz [13]), ve kterém je také možno nalézt úplný seznam (více než 70) publikací B. Nováka.

Poděkování: Autoři by chtěli poděkovat Břetislavově ženě, Dr. Evě Novákové, za její pomoc s přípravou tohoto článku. S její pomocí byla také již dříve připravena stránka [12], ze které jsme intenzivně čerpali.

Literatura

[1] Novák, B.: *Poznámka ke kvadratickým polynomům.* Časopis Pěst. Mat. *80* (1955), 486–487.

[2] Novák, B.: *Poznámka o polynomech s celočíselnými koeficienty.* Časopis Pěst. Mat. *82* (1957), 99.

[3] Novák, B.: *Celye točki v mnogoměrnych ellipsoidach.* Dokl. Akad. Nauk SSSR *153* (1963), 762–764. (Anglický překlad: Sov. Math. Dokl. *4* (1963), 1746–1749).

[4] Novák, B.: *Über Gitterpunkte in mehrdimensionalen Ellipsoiden.* In: Zahlentheorie Tagung des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach 15.–21. März 1970 (Tagungsleiter Th. Schneider; M. Barner, W. Schwarz eds.), Berichte aus dem Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach, Heft 5, Bibliographisches Institut Mannheim, Wien, Zürich 1971, 101–108.

[5] Novák, B.: *Vybrané partie z teorie čísel.* Skriptum MFF UK, SPN Praha 1972.

[6] Novák, B.: *Celye točki v mnogoměrnych ellipsoidach.* International conference on analytical methods in number theory and analysis (Moscow, 1981), Trudy Mat. Inst. Stěklova *163* (1984), 191–195. (Anglický překlad: Proc. Steklov Inst. Mat. *4* (1985), 223–228).

[7] Fricker F.: *Einführung in die Gitterpunktlehre.* Birkhäuser Verlag, 1998.

[8] Karatsuba, A. A., Novák, B.: *Arifmetičeskie zadači s čislami speciaľnovo vida.* Mat. Zametki *66* (1999), no. 1–2, 315–317.

[9] Karatsuba A. A: *Pamjati Professora B. Novaka.* Nepublikovaný příspěvek přednesený A. A. Karatsubou, Conference on number theory, dedicated to the memory of B. Novák, Prague, 21. 11. 2003.

[10] *Břetislav Novák 2. 3. 1938 – 18. 8. 2003.* Informace MVS *59,* prosinec 2003, p. 6.

[11] Novák, B.: *Některé vlastnosti čísel* $Q_n = 2^n + 1$. Nepublikovaný rukopis.

[12] `http://jacobi.cs.cas.cz/CS_Pages/Novak.htm`
(webová stránka věnovaná životu a dílu B. Nováka, sestavil Š. Porubský).

[13] Karatsuba A. A., Porubský Š., Rokyta M., Vlášek Z.: *Prof. RNDr. Břetislav Novák, DrSc. (1938–2003) would be seventy.* Math. Bohem. *133* (2008), no. 2.