Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Rozmluva s Jeanem-Pierrem Serrem, prvním nositelem Abelovy ceny

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 49 (2004), No. 2, 114--121

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/141219`

Rozmluva s Jeanem-Pierrem Serrem, prvním nositelem Abelovy ceny

Velmi rád říkám: „Nevím.“

Jean-Pierre Serre, 1985

Nositeli Fieldsovy medaile a Abelovy ceny (viz [1], [4]) kladli otázky Martin Raussen a Christian Skau[1]). Rozhovor se konal 2. června 2003 v Oslu během slavnosti udělování Abelovy ceny.

Topologie

Především vám blahopřejeme k získání první Abelovy ceny. Svou kariéru jste zahájil prací, která patřila do algebraické topologie. To byla tehdy nová disciplína, která nepatřila do oblasti hlavního zájmu matematiků. Jak jste si vybral toto téma?

Navštěvoval jsem Cartanův seminář z algebraické topologie. Cartan v něm nenavrhoval studentům témata k bádání, nalézali si je sami; potom jim pomáhal. To se stalo i mně. Vybral jsem si Lerayovu teorii (fibrované prostory[2]) a jejich spektrální posloupnosti) a uvědomil jsem si, že může být aplikována na více situací, než se původně zdálo, a že takové rozšíření je možné užitím homotopických grup.

Metody a výsledky, které jste vytvořil ve své disertační práci, zrevolucionovaly teorii homotopií, což vyniklo v její moderní podobě.

Jistě otevřely mnoho možností. Před mou disertační prací byly homotopické grupy sfér jako *terra incognita*, dokonce nikdo nevěděl, že jsou konečně generované.

Jednou ze zajímavých vlastností této teorie, kterou jsem zavedl, byl její algebraický charakter. Jsou v ní možné „lokální“ výpočty, kde slovo „lokální“ je chápáno jako v teorii čísel: relativně k danému prvočíslu.

---

[1]) Martin Raussen (Aalborg University, Dánsko), Christian Skau (Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norsko).

[2]) *Poznámka překladatelky:* Více o fibrovaných prostorech v PMFA lze nalézt v [5].

Z anglického originálu *Interview with Jean-Pierre Serre*, Newsletter EMS, September 2003, 18–20, přeložila Alena Šolcová.

PMFA uveřejnily jiný rozhovor s J.-P. Serrem již před více než patnácti lety (viz [2]).

Je pravda, že nejdůležitější bylo identifikovat v tomto zkoumání cosi, co vypadá jako fibrovaný prostor bez toho, že to je na první pohled vidět?

Vskutku, abych mohl použít Lerayovu teorii, potřeboval jsem konstruovat fibrované prostory, které neexistují, použijeme-li standardní definici. Pro každý prostor X potřebuji totiž fibrovaný prostor E s bází X a s triviální homotopií. Ale jak takový prostor dostanu?

Jednou v noci v roce 1950, ve vlaku, kterým jsem se vracel domů z prázdnin, jsem to náhle uzřel: za E vzít prostor „*cest*“ na X (s pevným počátkem a), projekce $E \to X$ bude vyhodnocovat zobrazení: „*cesta*“ $\to$ extrém „*cesty*“. Fibr je pak prostor smyček (X, a). Dále jsem už nepochyboval, bylo to právě to, co jsem hledal. Dokonce jsem vzbudil svou ženu a vykládal jsem jí to. (Ještě jsem měl samozřejmě ukázat, že $E \to X$ si zaslouží název „fibrace“ a že se Lerayova teorie k tomu hodí. To však byla čistě technická záležitost, i když ne zcela snadná. Je pozoruhodné, že taková jednoduchá konstrukce má tolik důsledků.)

Pracovní témata a styl práce

Příběh o náhlém zpozorování je vzpomínkou na Poincarého záblesk nápadu při nástupu do tramvaje. Vykládá to Hadamard ve své knížce: Psychologie objevování v matematice. *Zakládáte často své objevy na náhlé inspiraci, nebo byste charakterizoval svůj pracovní styl spíše jako systematický? Nebo oba přístupy směšujete?*

Jsou témata, k nimž se čas od času vracím zpět (například l-adické reprezentace), ale nedělám to systematicky. Spíš postupuji podle citu. Takové záblesky, jak popisuje Hadamard, jsem zažil za více než padesát let jen dva nebo tři. Jsou báječné, ale přicházejí příliš zřídka!

Představuji si, že tyto záblesky přicházejí často po dlouhém úsilí?

V tomto případě bych nepoužil slovo „úsilí“. Možná spíš hodně uvažování. Neděje se to ve vědomé části mysli, která se zabývá nějakou činností. Je to velmi dobře vysvětleno v Littlewoodově půvabné knize „*A Mathematician's Miscellany*“.

Většina vaší práce od „topologických let“ byla věnována teorii čísel a algebraické geometrii.

Podívejte se, pracuji na několika různých tématech, ale ve skutečnosti každé z nich souvisí s ostatními. Skutečně necítím rozdíl. Např. v teorii čísel, v teorii grup nebo algebraické geometrii používám nástroje z topologie, jako jsou kohomologie, svazky a obstrukce. Z tohoto hlediska zvláště rád pracuji na l-adických reprezentacích a modulárních formách. Vyžadují teorii čísel, algebraickou geometrii, Lieovy grupy (reálné i l-adické), q-rozvoje (v kombinatorickém stylu) ... Je to báječná mélange.

Máte geometrickou nebo algebraickou intuici a způsob myšlení — nebo obojí?

Řekl bych spíš algebraickou, ale geometrický jazyk považuji za lepší než čistě algebraický. Když si mám vybrat mezi Lieovou grupou a bi-algebrou, vyberu si Lieovu grupu! Necítím se jako pravý geometr, takový jako Bott nebo Gromow.

Mám také rád analýzu, ale na druhé straně nemohu být za všech okolností pravým analytikem. Skutečný analytik vidí na první pohled, co je „velké“, „malé“, „pravděpodobně malé“, a „dokazatelně malé“ (to není totéž). Chybí mi intuitivní cítění: Potřebuji si vypisovat přízemní odhady.

Prožil jste velmi dlouhou pracovní kariéru a působil jste v mnoha různých oblastech. Kterou z teorií nebo výsledků máte nejraději? Která je pro vás nejdůležitější?

To je citlivá otázka. Zeptal byste se matky, které ze svých dětí má nejraději? Obecně mohu říci, že napsat některé z mých prací bylo velmi snadné a některé jiné naopak velmi obtížné. Do první kategorie patří např. FAC („faisceaux algébriques cohérents“). Když jsem to psal, měl jsem pocit, že spíš kopíruji text, který již existuje; nestálo mě to žádnou námahu. Z té „obtížné“ kategorie si pamatuji pojednání o otevřených podgrupách profinitních grup, které mně způsobovalo mnoho starostí. Do samotného konce jsem si nebyl jist, zda jsem tvrzení dokazoval, nebo vytvářel protipříklad. Jinou obtížnou prací bylo pojednání věnované Maninovi, kde jsem vytvářel velmi přesné (a velmi odvážné) hypotézy o „modulárních“ Galoisových reprezentacích mod p. Bylo to dokonce tak bolestné, že když jsem práci dokončil, byl jsem tak vyčerpán, že jsem přerušil publikování na několik let.

Z té radostnější stránky bych mohl zmínit práci věnovanou Borelovi o tenzorovém součinu grupy reprezentací s charakteristikou p. Do svých dvaceti let jsem byl milovníkem teorie grup, hodně jsem grupy používal a dokonce jsem o nich dokázal několik tvrzení. Ale k větě o tenzorovém součinu jsem dospěl až po šedesátce. Byla první, z níž jsem se skutečně radoval. Měl jsem pocit, že teprve po čtyřiceti letech namlouvání mě byla Teorie Grup svolná políbit.

Byl jste po více než padesát let činný v přední linii matematiky. Co říkáte často citované Hardyově poznámce, že „Matematika je hrou mladých mužů“? Není to špatně? Nejste dokonalý protipříklad?

Nikoliv dokonalý, zmínil jste se, že většina citací pro Abelovu cenu se váže k věcem, kterými jsem se zabýval do svých třiceti let.

Pravda je, že lidé mé generace (takoví, jako je Atiyah[3]), Borel, Bott, Shimura a další) vydrželi pracovat déle než naši předchůdci (s několika znamenitými výjimkami, jako byl Elie Cartan, Siegel, Zariski[4])). Doufám, že budu pokračovat.

Vztahy k historii matematiky

Když jste tedy získal Abelovu cenu, rádi bychom vám položili otázky související s dobou Nielse Abela. Algebraické rovnice, které Abel a Galois studovali, vzešly z teorie transformací eliptických funkcí a mnohem později se ukázaly velice důležité pro aritmetickou teorii eliptických křivek. Jak byste komentoval tuto významnou skutečnost, zvláště v souvislosti s vaším příspěvkem k této teorii?

Ano, eliptické funkce jsou dnes velice v módě (s dobrými výsledky v rozmezí od Langlandsova[5]) programu ke kryptografii). V šedesátých a sedmdesátých letech jsem strávil mnoho času studiem jejich dělicích bodů (Tateovy moduly) a jejich Galoisových grup. Je to velice zábavná hra: je třeba spojovat a srovnávat informace přicházející z několika různých pramenů: Hodgeovy-Tateovy rozklady, Frobeniovy elementy, věty o konečnosti (finitnosti) à la Siegel. Líbí se mi to.

Hermite jednou řekl, že Abel zaměstnal matematiky na dalších 150 let. Souhlasíte?

Nemám v oblibě tak silná tvrzení, jako je to Hermitovo. Z takových výroků vyplývá, že osoba, která je vyslovuje, ví, co se stane v dalším století. To je přehnaně sebevědomé.

V úvodu k jedné ze svých prací Abel píše, že se nejdříve uvede problém do takového tvaru, aby jej bylo možné vždy řešit. Je to něco, o čem je sám Abel přesvědčen, že

[3]) *Poznámka překladatelky:* Sir Michael Francis Atiyah, Univerzita v Edinburgu, získal v roce 2004 druhou Abelovu cenu společně s Isadore M. Singerem, Massachusetts Institute of Technology.

[4]) Elie Joseph Cartan (1869–1951), Carl Ludwig Siegel (1896–1981), Oscar Zariski (1899 až 1986).

[5]) Robert P. Langlands (* 1936), Institute for Advanced Study, Princeton.

je to možné vždy. Pak pokračuje výrokem, že zveřejnění problému ve velmi dobrém tvaru znamená, že tvrzení v sobě zahrnuje zárodky svého řešení.

Jak optimistický úhel pohledu! Grothendieck by jej jistě přijal. Co se mě týče, obávám se, že to lze použít jen v algebraických otázkách, nikoliv v aritmetice. Co by např. řekl Abel o Riemannově hypotéze? Že tvar, v němž je vyjádřena, není dobrý?

Úloha důkazů

Zabýváte-li se matematikou, poznáte pravdivost nějakého tvrzení dříve, než je dokážete?

Jistě, to se stává často. Ale musíte rozlišovat mezi opravdovým cílem (řekněme např. modularitou eliptických křivek v případě Wilese), který se považuje předem s jistotou za pravdivý, a pomocnými výroky (lemmaty atd.), které mohou být k ničemu (jako se to stalo Wilesovi při prvním pokusu), nebo dokonce mohou být naprosto mylné (což se stalo Lafforgueovi).

Mají důkazy vždy hodnotu samy o sobě? Co např. důkaz věty o čtyřech barvách?

Vstupujeme do široké oblasti: důkazy podporované počítačem. To nejsou důkazy v klasickém smyslu, které mohou být prozkoumány verifikací řádek po řádku. Jsou zvláště nespolehlivé, když se od nich očekává, že mohou poskytnout úplný seznam nějakých objektů. [Pamatuji si, že jsem v devadesátých letech obdržel takový seznam pro podgrupy s daným indexem nějaké diskrétní grupy. Počítač nalezl, řekněme, dvacet z nich. Protože jsem se v těchto grupách vyznal, snadno jsem „ručně“ nalezl asi 30 takových podgrup. Pak jsem o tom napsal autorům. Svůj omyl vysvětlili tak, že část svých výpočtů měli v Japonsku a jinou část v Německu, ale zapomněli udělat prostřední část … Jak typické!]

Na druhé straně důkazy podporované počítačem jsou často vhodnější než mnoho standardních důkazů založených na diagramech. O šipkách se předpokládá, že jsou stejné, a argumenty jsou čtenáři vzdáleny.

A co důkaz klasifikace konečných jednoduchých grup?

To jste uhodil hřebíček na hlavičku. Celá léta jsem diskutoval s odborníky na teorii grup, kteří tvrdili, že tzv. „věta o klasifikaci“ je opravdu teorém, tj. že byl dokázán. Tak to skutečně oznámil v roce 1980 Gorenstein, ale později se ukázalo, že v důkazu byla mezera (klasifikace „kvazitenkých“ grup (angl. „quasi-thin“ groups). Když jsem se zeptal specialistů, odpověděli nějak takto: Ó ne, to není mezera, je to něco, co jen nebylo vydáno, ale tuto část, neúplně vysvětlenou, najdete v nepublikovaných 800 stranách rukopisu, který je o tom.

Pro mě je to totéž jako „mezera“ a nechápu, proč to nepřiznali. Naštěstí mají nyní Aschbacher a Smith napsaný rozsáhlý rukopis (více než 1200 stran), aby mezeru vyplnili. Ověří-li to ještě jiní odborníci, nastane právě ten pravý okamžik k oslavě.

Jaké má ale použití důkaz, když je 1200 stran dlouhý?

Pokud se budeme držet faktů, celková délka důkazu klasifikace je mnohem větší než 1200 stran; asi 10krát víc. To ale není žádné překvapení: pouhé vyjádření teorému je samo mimořádně dlouhé, a aby bylo užitečné, obsahuje detailní popis nejen Chevalleyových grup, ale také 26 sporadických grup.

Je to nádherný teorém. Má velice mnoho překvapujících aplikací. Nemyslím si ale, že jeho použití znamená reálný problém pro matematiky v jiných oblastech: musí si jen udělat jasno, jaká část jejich důkazů na něm závisí.

Významné matematické problémy

Domníváte se, že matematika má nějaké jádro nebo hlavní proud — jsou některá témata důležitější než jiná?

Choulostivá otázka. Samozřejmě, některé oblasti matematiky jsou méně důležité. Jsou to ty, v nichž si lidé jen pohrávají s několika axiomy a jejich logickými závislostmi. Ale není možné v tom být dogmatický. Někdy se opomíjená oblast stane zajímavou a rozvíjejí se nové vztahy s jinými větvemi matematiky.

Na druhé straně jsou některé otázky zcela zřetelně pro naše porozumění matematickému světu zásadní: Dvěma zřejmými případy jsou Riemannova hypotéza a Langlandsův program. Je to také Poincarého hypotéza, která díky Perelmanovi přestala být hypotézou.

Máte nějaké zprávy nebo tušení o správnosti důkazu?

Tušení? Kdo se stará o předtuchy? Zprávy? Skutečně ne, ale slyšel jsem, že lidé z IHES a MIT byli velmi rozrušeni nástinem tohoto důkazu. Zajímavým aspektem Perelmanovy metody je použití analýzy k čistě topologickému problému. A to je velmi uspokojující.

Diskusí o Poincarého hypotéze jsme se již trochu přiblížili do budoucnosti. Které významné matematické problémy byste rád viděl vyřešeny v nejbližší době? A souhlasíte s prvořadou důležitostí problémů formulovaných pro Clayovu cenu tisíciletí (Clay Millenium prize)?

Ach, milion dolarů za Clayovy problémy! Podivný nápad: dávat tolik peněz za vyřešení jednoho problému... Jak to ale mohu kritizovat, když jsem právě získal Abelovu cenu? I přesto, zdá se mi, že udělování ceny v sobě skrývá určité nebezpečí; že se lidé budou zdráhat veřejně hovořit o svých částečných výsledcích. Tak se tomu již stalo např. před deseti lety s Velkou Fermatovou větou.

Co se týče volby otázek, které vybral Clayův institut, myslím, že je velmi dobrá. Riemannova hypotéza a Birchova & Swinnertonova-Dyerova hypotéza jsou mezi ně správně zařazeny. Hodgeova hypotéza také, ale z jiného důvodu: není zcela jasné, zdali bude odpověď ano, nebo ne; rozhodnout mezi nimi je velmi důležité. (Doufám však, že se nakonec nepřejde k nerozhodnutelnosti.) Otázka, zda platí ekvivalence $\mathrm{P} = \mathrm{NP}$, patří do stejné kategorie jako Hodgeova hypotéza. Liší se jen tím, že bude-li odpověď „ano“, bude mít mnoho aplikací.

Domníváte se, že jsou i jiné problémy, které mají stejný význam?

Již jsem se zmiňoval, že Langlandsův program je jednou z hlavních otázek dneška. Do Clayova seznamu nebyl pravděpodobně zařazen jen proto, že je velmi těžké jej formulovat s požadovanou přesností.

Kromě vědeckých zásluh jste také proslaven jako skvělý přednášející, jak jsme se dnes přesvědčili během vaší přednášky.

Díky. Přicházím z jihu Francie, kde lidé rádi mluví nejen ústy, ale i rukama, a v mém případě dokonce kouskem křídy.

Vždy, když jsem něčemu porozuměl, měl jsem pocit, že tomu může porozumět i někdo další. Činí mně veliké potěšení vysvětlování jiným matematikům, ať to jsou studenti nebo kolegové. Na druhé straně stejné mince je to, že mi špatná tvrzení způsobují fyzickou slabost. Nemohu je snést. Když slyším v přednášce nějaké takové tvrzení, obvykle přednášejícího přeruším, a když je najdu v preprintu, v pojednání nebo v knize, hned píšu autorovi (nebo když jsem autorem sám, poznamenám si to pro další vydání). Nejsem si jist, jestli to nebyl právě tento můj zvyk, který mě učinil populárním mezi přednášejícími a autory.

Přístupnost a důležitost matematiky

Matematika je dokladem bohatého rozvoje předmětů a disciplín, znesnadňuje to však osvojit si i jen její menší část. Na druhé straně, jak jste ukázal v dnešní přednášce, je velice důležité, že se disciplíny vzájemně obohacují. Jak se mohou vypořádat zvlášť mladí matematici s tímto rozvojem znalostí a přijít s něčím novým?

Ach ano, na to se mě již ptali v singapurském rozhovoru, který byl vydán v časopise *The Mathematical Intelligencer*[6]). Moje odpověď je tam. Když se někdo skutečně zabývá speciální otázkou, pak obvykle existuje jen velmi málo literatury, která se k ní vztahuje. To znamená, že musíte spoléhat jen sám na sebe. Co se týče pocitu „exploze“ matematiky, jsem přesvědčen, že se Abel cítil stejně, když začal pracovat po Eulerovi, Lagrangeovi, Legendreovi a Gaussovi. Ale nalézal nové otázky a nová řešení. Bylo to tehdy stejné jako dnes. Není třeba se tím trápit.

Jiným současným problémem je, že mnoho mladých a talentovaných lidí, a také veřejné mínění čelných představitelů, si nemyslí, že matematika je vzrušující.

[6]) Viz [2].

Ano. Je dost smutné, že je tak mnoho takových příkladů. Před několika lety to byl dokonce francouzský ministr pro výzkum, který byl citován, když řekl, že matematici nejsou již více třeba, že od nynějška stačí vědět, jak stisknout tlačítko na počítači. (Pravděpodobně věřil, že tlačítka, klávesy a počítačové programy rostou na stromech.) Stále ještě jsem optimista, co se týče objevování mladých lidí a přitažlivosti matematiky. Skvělým přívažkem Abelových oslav je norská Abelova soutěž určená vysokoškolským studentům.

Sporty a literatura

Mohl byste nám povědět něco o vašich dalších zájmech vedle matematiky?

Sporty! Přesněji lyžování, stolní tenis a horolezectví. Nikdy jsem v žádném z nich nebyl dobrý (např. když jsem lyžoval, nevěděl jsem, jak zvládat slalom, tak jsem raději jezdil šusem, než abych trénoval zatáčení); ale radoval jsem se z nich.

Naštěstí, v důsledku mého vyššího věku nejsou moje kolena již v pořádku (jedno z nich je dokonce nahrazeno podivně vypadajícím vynálezem, zařízením z kovu a umělé hmoty), takže jsem přerušil veškeré sportovní činnosti. Nyní prožívám jen zprostředkovanou radost z lezení po horách takto: vezmu své přátele do Fontainebleau a přesvědčuji je, aby lezli do skal, kam jsem před deseti lety stoupal sám. Je to docela zábavné, ale ne tak jako skutečné horolezectví.

Jiné zájmy:

- filmy („Pulp Fiction“ je můj oblíbený — jsem také obdivovatelem Altmana, Truffauta, Rohmera, braří Coenových ...);
- šachy;
- knihy (všech druhů, od Giona k Böllovi a ke Kawabatovi, včetně pohádek a řady „Harryho Pottera“).

Pane profesore, děkujeme vám jménem Dánské a Norské matematické společnosti za rozhovor.

L i t e r a t u r a

[1] Bayer, P.: *Jean-Pierre Serre, medalla Fields.* La Gaceta *4* (2001), 211–247.
[2] Chong, C. T., Leong, Y. K.: *An Interwiew with J.-P. Serre.* Mathematical Intelligencer *8* (1986), 8–13. (Český překlad: *Rozhovor s Jeanem-Pierrem Serrem.* PMFA *33* (1988), 241–248.
[3] Chern, S. S., Hirzebruch, F. (eds.): *Jean-Pierre Serre.* In: *Wolf Prize in Mathematics*, Vol. II, World Sci. Publ. Co., 2001, 523–551.
[4] Křížek, M.: *Abelova cena za matematiku.* PMFA *49* (2004), 11–14.
[5] Bernstein, H. J., Phillips, A. J.: *Fibrované variety a kvantová teorie.* PMFA *28* (1983), 121–147.