

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Alena Šolcová

Interaktivní vědecká centra - nové možnosti vzdělávání v matematice

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 48 (2003), No. 4, 326--335

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/141194>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2003

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Interaktivní vědecká centra — nové možnosti vzdělávání v matematice

Alena Šolcová, Praha

1. Úvod

Matematické vzdělávání obvykle spojujeme se školním vyučováním. Didaktikové a učitelé matematiky připravují vzdělávací programy pro daný počet vyučovacích hodin v určitém časovém období. Žáci se pak ve vymezeném čase seznamují s matematickými pojmy a souvislostmi mezi nimi, snaží se porozumět odvozování matematických vět a jejich důkazům, řeší základní početní úlohy, učí se uspořádaně formulovat své myšlenky, poznávají různé matematické metody a jejich aplikace.

Ve vzdělávání nejde jen o objem znalostí, ale o trvalé osvojení duševních dovedností a schopnosti jich použít. Matematické vzdělání lze kromě školních lavic rozvíjet i ve zcela netradičním prostředí, jako jsou interaktivní vědecká centra, která vznikají v posledním čtvrtstoletí po celém světě doslova jako houby po dešti. V nich jsou vytvořeny podmínky vhodné ke vzdělávání dětí, jež zde nejsou stresovány pomyslením na přísné školní prostředí spojované s každodenním zkoušením. Učitelé jsou zde zároveň podněcováni k dalšímu sebevzdělávání a inspirováni k hledání vhodných vyučovacích metod. Naším cílem je informovat čtenáře o tomto kreativním prostředí.

2. Historie interaktivních vědeckých center

Interaktivní vědecká centra vznikala ze středisek určených nejširší veřejnosti, nazývaných někdy science muzea nebo hands-on centra apod. Pro jednoduchost je budeme označovat společně IVC. Počátek rozvoje těchto vzdělávacích středisek je spojen s Exploratoriem v San Francisku, založeným Frankem Oppenheimerem (v šedesátých letech 20. stol.), a s Německým muzeem v Mnichově (již z třicátých let 20. stol.), kde však předkládané exponáty přibližovaly především základy fyziky. Na počátku devadesátých let si jejich tvůrci položili kritickou otázku: Lze podobným způsobem přiblížit veřejnosti i matematiku? Projekt *Experimentem k poznání*, který navrhla a realizovala autorka tohoto příspěvku v Národním technickém muzeu v Praze v letech 1992 a 1993, ukázal jeden z možných přístupů. Po těchto průkopnických pracích v první

RNDr. ALENA ŠOLCOVÁ (1950), katedra matematiky FSV ČVUT Praha, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, e-mail: solcova@mbox.cesnet.cz

polovině devadesátých let získávají matematické experimenty v centrech stále více místa.

Počet interaktivních vědeckých center v devadesátých letech podstatně vzrostl. Zatímco v roce 1991 bylo ve světě 300 IVC, jejich seznam z roku 1999 zachycuje již 1170 míst, z nichž více než polovina je v Evropě a Severní Americe¹).

Světový vývoj směřuje k budování velkých národních IVC (na rozloze desetitisíců metrů čtverečních) i sítí menších center (na rozlohách jen několika set či tisíců metrů čtverečních) rozmístěných v menších městech. Mezi nimi převládají IVC zřízená jako nezávislé mimovládní instituce s významnou státní a místní veřejnou dotací. Experimenty z matematiky a jejích aplikací nenajdeme ale v každém z nich. Michel Demazure²) zdůrazňuje, že „*mezi nejnáročnější úlohy IVC patří vývoj matematických exponátů*“, a potvrzuje tak zkušenosti autorky. Tvůrčí činnost pracovníků soudobých interaktivních vědeckých center se přitom zakládá na spolupráci s profesionálními matematiky, fyziky a didaktiky těchto oborů. Dnes se ukazuje, že mají budoucnost i samostatná centra zaměřená jen na matematiku (viz dále).

3. Obecné vlastnosti IVC

Prvořadým posláním IVC je vzdělávání a informování široké veřejnosti o základech vědeckého poznání. Tím se IVC stávají místy aktivního odpočinku a rekreace pro zájemce o vědu. Na vývoji nových exponátů a velkých projektů IVC se podílejí tvůrčí výrobci a dodavatelé nových technologií. Úspěch exponátu totiž velice záleží i na vhodném designu, volbě materiálu, velikosti atp. Kromě toho je důležité, aby se dbalo na stručnou, přesnou a výstižnou formulaci úloh, vhodné umístění správných řešení, přípravu instruktorů na pomoc návštěvníkům a dostupnost přiměřených vysvětlujících materiálů pro učitele, rodiče i děti.

Na rozdíl od klasických muzeí je cílem IVC poskytnout návštěvníkům radost z poznání vlastním úsilím. Místo tabulek „Nedotýkejte se, prosím!“ jsou naopak vyzýváni k samostatnému experimentování, tvořivému hledání vhodného postupu odpovědí na otázky, které si sami v IVC vybírají ze široké nabídky. Ta povzbuzuje představivost a touhu se do IVC vrátit. Neopakovatelný zážitek při objevu správného řešení patří totiž mezi ty nejkrásnější chvíle v životě.

Dosud je snad každé IVC unikátním autorským dílem, které vzniklo ze spolupráce týmu složeného z odborníků z exaktních věd a z architektů, konstruktérů, grafiků a didaktiků. „Know-how“ si obvykle každé IVC střeží. Kontakt mezi jednotlivými tvůrci však umožňují zpravodaje nevydělečné evropské společnosti ECSITE — *European Collaborative for Science, Industry & Technology Exhibitions*, která byla založena v Belgii v roce 1991 (viz [w5]), a ASTC — *American Science Technology Centers*.

¹) Údaj byl získán v ECSITE Newsletter 1/1999/38. Do tohoto počtu nejsou započítána klasická muzea, která se také často obsahem a formou postupně transformují v IVC.

²) Michel Demazure, profesor matematiky, ředitel Cité la Villette, Paříž, dříve vedl Palais de la Découverte (= Palác objevů), rovněž v Paříži.



Obr. 1. Heureka, Helsinky.

Aktuální přehled o IVC lze najít např. na webové stránce [w4], kde jsou také uvedeny adresy nejvýznamnějších z nich.

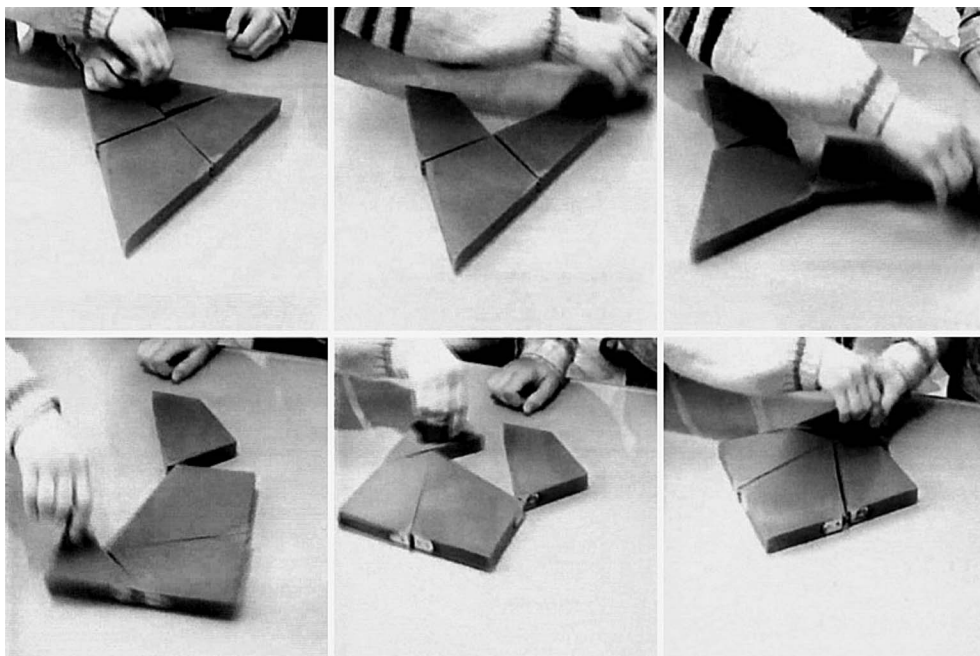
Poznávání v IVC je založeno na zkušenostech a zájmech návštěvníků a vytvoření příznivé atmosféry, kde je možné bez obav projevovat vlastní názory, formulovat vlastní hypotézy a o jejich platnosti se přesvědčovat na vlastní oči. Centra se tak stávají místy neformálního vzdělávání.

Pokusme se tedy představit si prostředí IVC: Převládají v něm trojrozměrné funkční exponáty. Zanícených diskusí kolem nich se účastní návštěvníci různých generací s rozmanitým vzděláním a zájmy. Je možné pozorovat i výměnu názorů mezi dětmi a dospělými. Rozvíjí se zde tvořivost, soutěživost a schopnost spolupráce. Interaktivní prostředí umožňuje bezprostřední komunikaci mezi učiteli a žáky, mezi dětmi a rodiči, ale i mezi učiteli a rodiči. IVC tak představují velkou didaktickou laboratoř.

4. Per experimentum ad scientiam

Jak jsme se již zmínili, podobné prostředí navrhla a realizovala autorka tohoto příspěvku již v letech 1992 a 1993 v projektu *Experimentem k poznání* v Národním technickém muzeu v Praze a též v roce 1994 při příležitosti konání výstavy *Heureka* v Moravském zemském muzeu v Brně (viz [w1]). Uvedme některá témata, která tehdy upoutávala pozornost návštěvníků, např. řezy rovinných útvarů, tangramy,

algebraické identity, Pythagorova věta, pozoruhodné a užitečné křivky, hledání cesty v bludišti, uzly, optické klamy, Möbiova páska a Kleinova láhev, platónská, archimédovská a keplerovská tělesa, zobrazení, symetrie, mozaiky a ornamenty, kaleidoskopy, Buffonova úloha o čísle π , oscilace, Gaussovo normální rozdělení, Pascalův trojúhelník, numerace různých civilizací („umět počítat jako indián“), měření a odhady, archeologie výpočetní techniky (viz [2], [w1]). V programu projektů se počítalo s častou obměnou úloh.



Obr. 2. Převedení rovnostranného trojúhelníku na čtverec. (Technicky zpracoval z videozáznamu Ing. PAVEL KRÍŽEK.)

Jednou z oblíbených úloh byla např. *Od trojúhelníku ke čtverci a zpět*, kde se děti mohly přesvědčit, že rovnostranný trojúhelník lze rozřezat na čtyři části tak, že z těchto částí lze sestavit čtverec. Jednotlivé části byly spojeny ve vrcholech ohebným materiálem (kůží). Pak bylo možno kruhovým pohybem pomocí kliky převést trojúhelník na čtverec a zpět. Učitelé si obkreslovali konstrukci exponátu, aby jej mohli použít také ve škole.³⁾ V sousedství této úlohy našli návštěvníci geometrické modely známých algebraických identit, např. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, a tangramy.

V další úloze si návštěvníci mohli z dřevěných kostek sestavit křivku zvanou řetězovka, která se používá ve stavebnictví a technice. Zavěsíte-li řetěz (nebo ohebné

³⁾ Německý matematik David Hilbert (1862–1943) dokázal, že libovolný mnohoúhelník může být transformován v libovolný jiný mnohoúhelník o stejném obsahu jeho pouhým rozdělením na konečný počet mnohoúhelníků (věta o shodné rozložitelnosti mnohoúhelníků se stejným obsahem).



Obr. 3. Model mostu ve tvaru řetězovky. Heureka, Finsko.

nepružné lano) mezi dva sloupky, jejichž vzdálenost je menší než délka řetězu, zaujme řetěz v gravitačním poli tvar řetězovky podobně jako dráty vysokého napětí nebo šňůra na prádlo. Tato křivka je grafem funkce

$$f(x) = \frac{a}{2} (e^{x/a} + e^{-x/a}),$$

kde $x \in \mathbb{R}$ a $a \neq 0$ je reálná konstanta.⁴⁾

Návštěvníci dostali za úkol sestavit oblouk řetězovky z dřevěných špalíků na rovině stolu a s pomocí podložky jej zvednout do svislé polohy. Pokud byly kostky pečlivě srovnány, stavitelé se mohli těšit pohledem na oblouk řetězovky stojící pevně i bez opory. Dřevěný model bylo možno také rozkmitat a pozorovat jeho odolnost vůči kmitům. Podívejme se pro srovnání, jak řeší podobnou úlohu mladší děti s rozměrnějšími pomůckami a hrubším dělením v IVC Heureka v Helsinkách (viz obr. 3).

V úloze *Kolik koček vyváží Filipa?* (viz obr. 4) si děti ani neuvědomovaly, že řeší soustavu rovnic o více neznámých.

Součástí projektu *Experimentem k poznání* byl i seminář pro učitele a další zájemce, který trvá dodnes, a několik cyklů přednášek, např. *Matematika a její aplikace*, *Fyzika v experimentech*, *Radost z matematiky* atd. Přednášky se vždy opakovaly dvakrát týdně. I toto byla příležitost pro učitele, rodiče a děti k prohloubení znalostí a kontaktu s odborníky.

⁴⁾ Pomocí funkce $f(x)$ popsal řetězovku Jakub Bernoulli (1654–1705) v Basileji. Vlastnostmi zavěšených řetězů se zabýval již dříve Leonardo da Vinci (1452–1519).



Obr. 4. Ukázka panelu z projektu *Experimentem k poznání*, 1993.

5. Další příklady IVC zaměřených na matematiku

Zmiňme se např. o *Goudreauově muzeu matematiky v umění a ve vědě* v New Yorku⁵). Toto muzeum bylo založeno v roce 1980 B. Goudreauem. Logem muzea je hlemýžďí ulita ve tvaru logaritmické spirály.

Od podzimu 1965 do počátku osmdesátých let vyučoval BERNARD GOUDREAU, inženýr a učitel matematiky, na Syosset High School. Dvacet let ovlivňoval svou tvořivostí a nadšením mnoho studentů a svých kolegů. Matematické muzeum vystavuje řadu jimi zhotovených trojrozměrných modelů těles. Pracovníci muzea již připravili pro tisíce návštěvníků řadu programů, pracovních dílen, výstav a přednášek. Každý návštěvník si zde může sám vytvořit matematický model podle zadání konkrétní úlohy, hrát hry a řešit puzzly, zkoumat exponáty ukazující, jak se matematika používá v umění a ve vědě. Může získávat i podnětné matematické zkušenosti ve specializovaných projektech a dílnách a porozumět různým matematickým metodám pomocí praktických aplikací, modelování a geometrické simulace. Může též studovat v muzejní knihovně matematické prameny a zakoupit si neobvyklé matematické hry, puzzly, hlavolamy, knihy atd. v muzejní prodejně.

⁵) Je umístěno v Herricks Community Center, 999 Herricks Road, Room 202, New Hyde Park, NY 11040-1353, USA, e-mail: info@mathmuseum.org

Tématem Goudreauova muzea matematiky v umění a ve vědě pro rok 2000 bylo např. „Matematika mě obohacuje“. A protože matematika zasahuje do mnoha oblastí, věnuje muzeum pozornost jejímu vývoji nejen v souvislosti s fyzikou, přírodními vědami či technikou, ale i s takovými obory, jako je výtvarné umění, jazyk, hudba a literatura. Příkladem jednoho z programů muzea je „Pi Day/Maths Awareness Day“⁶⁾, který se pořádá letos již podesáté. Hlavní myšlenka programu je založena na návrhu Bruce Waldnera. Jeho cílem je zvýšit zájem o tvůrčí možnosti matematiky. Účastníci jsou proto rozděleni do několika věkových kategorií. Děti se přihlašují samy nebo prostřednictvím školy do několika projektů na každoročně nové téma: Tvorba plakátů, geometrických modelů a soch, matematických her, úloh na pokrývání ploch, esejů, písní, poezie, fraktálů a multimediálních pořadů.

Téma vyhlášené pro rok 2001 znělo „Čísla v mém životě“. Každý projekt je bohatým souborem úloh z aplikací matematiky, které děti se svými učiteli dokážou vyřešit v atmosféře spolupráce. Učitelé přitom patří mezi členy řešitelského týmu. Podílejí se na snaze zvýšit veřejné porozumění matematice a uznání jejího významu. Pro letošní rok je vyhlášeno téma: „2003: A ‘prime’ time for math“.

Program muzea má podporu několika společností učitelů matematiky, a dokonce i sdružení školních inspektorů specializovaných na matematiku⁷⁾. Nabízí učitelům řadu možností, jak obohatit jejich pedagogickou činnost a jak rozšířit jejich přehled o matematických metodách.

Poslední novinkou mezi IVC je zřízení matematického muzea v německém Giessenu (viz [w2]), zvaného *Mathematikum*, o něž se zasloužil prof. Albrecht Beutelspacher z tamější univerzity. Bylo otevřeno 19. listopadu 2002. Čtvrteční večery jsou určeny učitelům. Diskutují o tom, jak využít exponáty v Mathematikum se svými žáky. Profesor Beutelspacher vyhledává pravidelně nejoblíbenější exponát měsíce. Ve druhém patře budovy dokončeném 14. března 2003 najde návštěvník experimenty s čísly (tajné kódy), symetrii v zrcadlech a panely o historii matematiky počínaje Pythagorem aj.

6. Role učitelů a instruktorů v IVC

Zanícené diskuse některých učitelů nad řešením úloh společně s dětmi a kolegy znamenají, že matematika není jenom všeobecným postrachem společnosti, ale může kromě závažných technických aplikací být i zábavou. Někdy dokonce rozhovory nad úlohami probíhají v několika jazycích. Mezinárodní charakter pak rozvíjí i potřebné jazykové znalosti dětí, učitelů, rodičů a dalších návštěvníků. Na druhé straně musíme

⁶⁾ Američané zapisují datum v opačném pořadí než Evropané, tedy nejprve měsíc a pak den: 3/14. Pořadí číslic v tomto datu je stejné jako první tři cifry čísla π . První Pi Day se konal právě 14. března 1993. Volný překlad názvu programu do češtiny může znít např. takto: Den čísla π , den, kdy si uvědomujeme význam matematiky.

⁷⁾ Association of Teachers of Mathematics of New York City (ATMNYC), Nassau County Mathematics Teachers Association (NCMTA), Nassau County Association of Mathematics Supervisors (NCAMS), Suffolk County Mathematics Teachers Association (SCMTA), Mathematics Teachers Committee, United Federation of Teachers.

na základě vlastní zkušenosti připustit, že jsou to právě někteří učitelé, kteří projevují lhostejnost vůči nabízeným aktivitám a veškerou činnost nechávají na dětech.

Z rozhovorů s učiteli základních a středních škol mimo školní prostředí se dozvídáme o potřebě věnovat dlouhodobou péči správnému logickému usuzování: porozumění implikaci, dvojité negaci, rozlišování implikace a ekvivalence, konjunkce a disjunkce, opomíjení předpokladů aj. Návštěvníci si často ani neuvědomují, že z nepravdivého předpokladu plyne cokoliv. Těchto nešvarů v uvažování se mohou v diskusích nad úlohami, vedených učiteli či instruktory, zbavovat. V tradiční škole, zejména ve třídách s vysokým počtem žáků, děti převážně jen zapisují učitelem vykládanou látku, memorují naučené, ale o problémech dost nerozmlouvají.



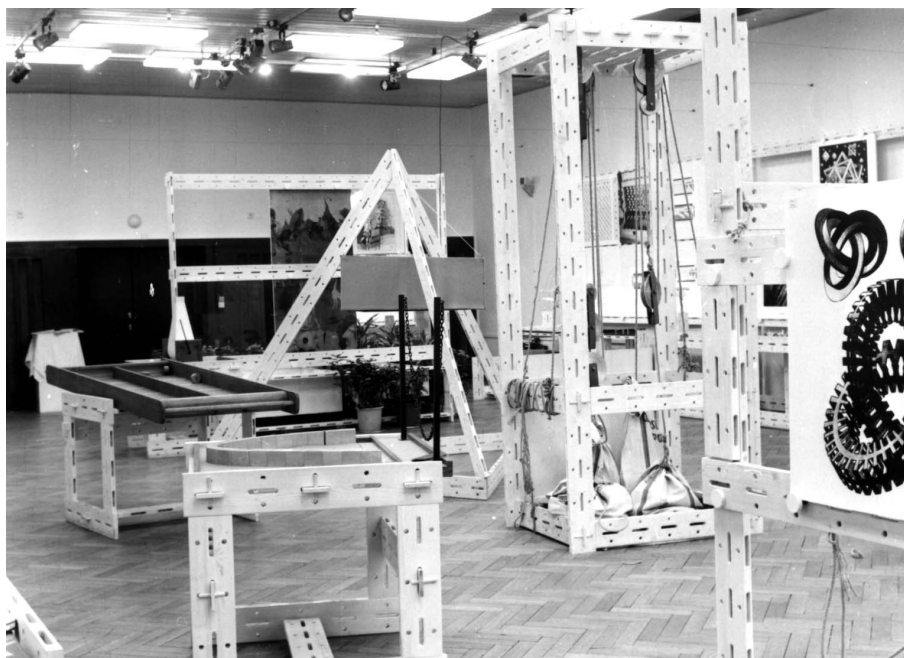
Obr. 5. Návštěvnické se seznamuje s pojmem translace s pomocí instruktorky. (Museum per niñas Papalote v Mexico City.)

Podle vlastního průzkumu, který autorka prováděla v několika krajích ČR v roce 2001, si učitelé přejí pokračovat v dalším vzdělávání (85 %). V průběhu školního roku si plánují na sebevzdělávání v průměru 5 hodin týdně. O prázdninách si přeje téměř polovina učitelů jen odpočívat. Přitom 44 % dotazovaných učitelů uvádí, že vůbec nevyužívá výpočetní techniku. Vysoká počítačová negramotnost některých učitelů matematiky je více než alarmující, ovlivní tak minimálně ještě jednu další generaci žáků. Mezi dlouhodobé úvahy, jak usnadnit učitelům další vzdělávání, patří i umožnit jim přístup k výpočetní technice. V IVC se pak mohou seznámit s využitím vhodného softwaru k řešení rozmanitých úloh. Téměř polovina dotazovaných učitelů

si pro vyučování připravuje vlastní experimenty a modely. Náměty pro zhotovování nových pomůcek mohou nalézat v IVC nebo na jejich webových stránkách (např. [w1], [w2]). Vzdělávací programy uspořádané speciálně pro učitele je mohou podpořit a uspokojit, jestliže se jejich organizace ujmou kvalifikovaní didaktikové matematiky a budou udržovat kontakt s učitelskou veřejností.

Uvědomili si to tvůrci řady úspěšných IVC, např. finské Heureka nebo podle osobních zkušeností autorky i velmi vzdáleného mexického Papalote, kde nepodcenili ani roli instruktorů, kterou tam obvykle zajišťují studenti matematiky a budoucí učitelé (viz obr. 5).

V ČR bohužel dosud nevzniklo IVC trvale přístupné veřejnosti. V současnosti se na projektu IVC usilovně pracuje v Brně (viz [1], [w3]). Návrhy a realizace interaktivních matematických experimentů mohou být tématem nejen pro práci didaktiků matematiky a zkušených učitelů, ale i studentů učitelství oboru matematika. Čtenářům vřele doporučujeme některá interaktivní vědecká centra navštívit, kupř. *Technoram* ve švýcarském Winterthuru, *Heureka* ve finských Helsinkách (viz obr. 1), *Mathematikum* v německém Giessenu, *Eksperimentarium* v Kodani či *Palais de la Découverte* v Paříži.



Obr. 6. Pohled do sálu výstavy Experimentem k poznání, NTM Praha 1992. V popředí je na stolku model řetězovky.

Poděkování. Děkuji všem, kteří mě podporovali při práci na projektu *Experimentem k poznání* a zvláště při zpracování výsledků jeho realizace. Upřímné poděkování patří také kolegům z čtené řady IVC, která jsem osobně navštívila, za výměnu zkušeností, zvláště PAOLO HSIUNGOVI z Heureka v Curychu, NICOLETĚ TAMBURINI z l’Laboratorio del Imaginario v Terstu, MICHELU EMMEROVI z univerzit v Římě a ve Viterbo a MICHELU DEMAZUROVI z Paříže.

L i t e r a t u r a

- [1] STAŇKOVÁ, E.: „*Centrum vědy pro všechny*“ v brněnské Vaňkovce. *PMFA 46* (2001), 345–346.
- [2] ŠOLCOVÁ, A.: *Per experimentum ad scientiam — Experimentem k poznání*. Scénář a video, NTM, Praha 1992/3.
- [w1] <http://interaktivnivystavy.euweb.cz>
- [w2] <http://www.math.de>
- [w3] <http://www.vankovka.cz>
- [w4] <http://www.cs.cmu.edu/mwm/sci.html>
- [w5] <http://ecsite.ballou.be/new/links.asp>

O sdělování matematiky

Augusto Visintin, Trento

Příležitost k zamyšlení. Můžeme se zabývat matematikou, aniž bychom měli v úmyslu výsledky své činnosti sdělovat? Je to možné, avšak přirozené to není. Právě přítomnost někoho, s kým o svých myšlenkách diskutujeme, anebo naděje, že někdo bude číst náš písemný projev, nás nutí, abychom své myšlenkové pochody vyjadřovali co nejpřesněji. Na druhé straně reakce, které vyvolají naše výsledky ve více či méně širokém okruhu kolegů, zpětně ovlivňují naši činnost ve výběru tematiky i metod výzkumu.

I v ostatních vědách se může výzkumná práce sotva obejít bez sdělování, které je nutné k tomu, aby výsledky jedněch mohli používat a oceňovat ostatní. Problémy, které v souvislosti s komunikací vznikají, i prostředky, které jejich řešení vyžaduje, přitom přesahují hranice jednotlivých oborů.

Přesto, že se každý vědecký pracovník setkává s otázkami sdělování dnes a denně, příležitosti k jejich posouzení a k diskusi o nich chybějí. Tato problematika není totiž v samotném středu pozornosti vědců. Mnozí ji ani za samostatnou problematiku nepovažují, ačkoliv její zvládnutí má maximální důležitost pro odezvu výsledků výzkumu jak ve vědecké komunitě, tak i mimo ni.

Uvažování o vědecké komunikaci je tedy vhodným územím pro setkání a výměnu názorů mezi pracovníky z různých oborů. Je to cenná příležitost k výměně názorů mezi vědci, jejichž obory jsou zcela vzdálené. To může mít význam i pro „tvrdé“ disciplíny — tak nazvěme ty, v nichž nelze pracovat bez dlouhodobého předchozího tréninku a v nichž není bez obtíží ani komunikace mezi odborníky. Jedním z příkladů takové

Sulla comunicazione matematica. Bollettino U. M. I. (8) 2-A (1999), 83–93.

© Unione Matematica Italiana 1999

Z italského originálu přeložil OLDŘICH JOHN.