

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Ivan Vikár; Vladimír Majerník

Nový pohled na činnost „Maxwellova démona“

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 46 (2001), No. 4, 299--304

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/141096>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2001

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



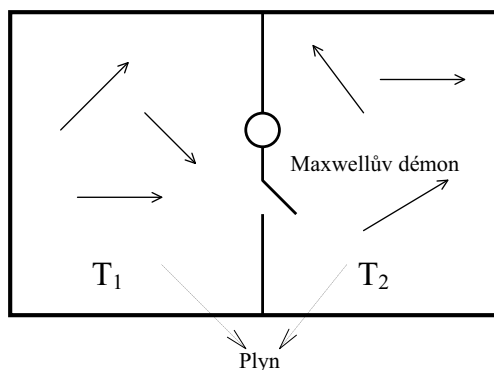
This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# Nový pohled na činnost „Maxwellova démona“

Ivan Víkár a Vladimír Majerník, Olomouc

## 1. Úvod

James Clark Maxwell v dopise Petrovi Guthrierovi Taitovi v roce 1867 popsal inteligentní bytost (intelligent being), která by mohla sledovat každou molekulu plynu, získat informaci o její rychlosti, separovat ji, a tak snížit entropii termodynamického systému [1]. Byl to první myšlenkový experiment, ve kterém je zmínka o informaci jako fyzikálně významné veličině. Tato inteligentní bytost byla později pojmenována jako Maxwellův démon. Maxwellův démon představuje mechanismus vybavený intelektem, který vykonává racionální funkci, aniž spotřebovává energii. Posílá „horké molekuly do jedné poloviny válce“ a „studené do jeho druhé poloviny“ tak, že otvírá a zavírá mikroskopická dvířka ve stěně, která rozděluje plynový válec do dvou polovin (obrázek 1). V důsledku tohoto třídění získává každá polovina válce rozdílnou teplotu  $T_1 > T_e > T_2$ ,



Obr. 1.

kde  $T_e$  je původní teplota, která odpovídá teplotě vnějšího prostředí. Maxwellův démon měl ukázat, že 2. termodynamický zákon, který je předmětem mnoha kontroverzních interpretací, by mohl být porušen jeho aktivitou. Slavné jednomolekulární experimenty, kterými se zabýval Szilard, nastartovaly dlouhou debatu o velikosti entropie potřebné ke snižování entropie v důsledku aktivit Maxwellova démona. Teoretická analýza této činnosti skončila Brillouinovým konstatováním, že Maxwellův démon není schopen snížit celkovou entropii termodynamického systému [5].

---

Ing. IVAN VÍKÁR (1942) a prof. RNDr. VOJTĚCH MAJERNÍK, DrSc. (1934), Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého, Tř. 17. listopadu 50, 772 07 Olomouc.

Tato činnost Maxwellova démona je obecně známa ze statistické fyziky. Podrobnou diskusi o Maxwellově démonu z hlediska termodynamiky lze najít v [6]. Méně známo je to, že Maxwellův démon může sloužit jako prototyp jednoduchého cílového systému s funkční organizací nejen ve fyzice, ale i v mnoha přírodovědných disciplínách. K tomu, abychom mohli popsat Maxwellova démona jako cílový systém s funkční organizací, je nutné znát alespoň elementy teorie systémů a funkční organizace.

## 2. Elementy funkční organizace

Jak je známo, obecná teorie systémů vznikla na počátku sedmdesátých let především zásluhou jugoslávského matematika žijícího v USA M. D. Mesaroviće [9], který definoval obecný systém v abstraktní rovině jako množinu elementů systému včetně množiny všech relací existujících mezi jeho elementy. Jednou z charakteristik systémů je jejich organizace. Jak je známo, pojem organizace má v různých vědních disciplínách různý význam. Například ve fyzikálních vědách je organizace fyzikálního systému dána jeho uspořádaností, jejíž mírou je entropie. Jiný význam má pojem organizace v biologických a kybernetických vědách, kde vyjadřuje míru způsobilosti, s níž je určitý systém schopen vykonávat určitou funkci anebo sledovat jistý cíl. V těchto vědních disciplínách je tedy organizace bezprostředně spojena s cílem a funkcí daného systému. Takový druh organizace se nazývá funkční organizace. Aby funkčně organizovaný systém dosáhl svůj cíl, je nutné, aby mezi jeho prvky existovala kooperativní interakce. Říkáme, že jeho prvky jsou funkčně spojeny. Funkční organizace cílového systému je konkrétní způsob, jakým jsou jednotlivé prvky cílových systémů funkčně spojeny. Cílový systém s funkčně závislými elementy může být funkčně organizovaný. Cílová hodnota, kterou systém nabývá při určité jeho funkční organizaci, se nazývá organizační funkcí.

Na označení funkčního spojení se používají dva druhy symbolů. Symbol  $\cup$  mezi dvěma elementy cílového systému znamená, že tyto jsou funkčně spojeny. Symbol  $\circ$  znamená, že tyto elementy nejsou funkčně spojeny. Když v nejjednodušším systému skládajícím se ze dvou prvků  $s_1$  a  $s_2$  označíme organizační funkci symbolem  $T$ , mohou nastat tři případy:

1.  $T(s_1 \circ s_2) = T(s_1 \cup s_2)$ ,
2.  $T(s_1 \circ s_2) > T(s_1 \cup s_2)$ ,
3.  $T(s_1 \circ s_2) < T(s_1 \cup s_2)$ .

Vidíme, že hodnota organizační funkce může nabývat různé hodnoty pro funkčně spojené nebo nespojené elementy. Když je tato funkce pro oba případy stejná, říkáme, že cílový systém není organizovaný. Když je hodnota funkce pro funkčně spojené elementy větší než pro funkčně nespojené, říkáme, že cílový systém je dobře organizovaný. Když je tomu naopak, říkáme, že tento systém je dezorganizovaný.<sup>1)</sup>

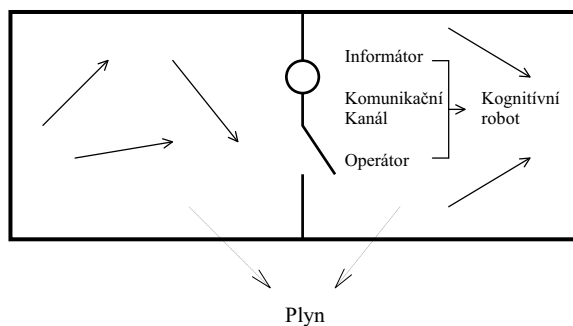
---

<sup>1)</sup> Pro osvětlení pojmu funkční organizace budeme uvažovat jednoduchý systém, jehož dva prvky  $s_1$  a  $s_2$  jsou dva pracovníci vykonávající jistou činnost. Tuto činnost mohou

### 3. Maxwellovo zařízení jako jednoduchý kognitivní robot

Z technického pohledu můžeme aktivity Maxwellova démona simulovat prostřednictvím dvou objektů (elementů), které lze v souhrnu nazvat klasickým Maxwellovým zařízením. Jak už bylo uvedeno, klasické Maxwellovo zařízení je schopné změnit termodynamické parametry plynu v nádobě tak, že rozpozná a separuje její horké a studené molekuly. Z hlediska teorie systémů tedy reprezentuje klasické Maxwellovo zařízení jednoduchý cílově orientovaný systém, s cílem změnit teplotní rozdíl termodynamického systému v nejkratším možném čase.

Aby vykonával tuto aktivitu, musí se klasické Maxwellovo zařízení skládat minimálně ze dvou komponent: (i) ze zařízení, jehož prostřednictvím získává informace o rychlosti molekul (informátor), a (ii) z mechanického zařízení (operátor) na otevírání a zavírání dvířek ve stěně, jež odděluje plyn v nádobě. Informátor získává informace o rychlostech jednotlivých molekul a operátor označené molekuly separuje (viz obrázek 2). Klasické Maxwellovo zařízení může konat svou funkci, jen když informátor



Obr. 2.

a operátor vhodně spolupracují, tj. je-li informace získaná informátorem skutečně použita operátorem k separaci molekul plynu. Informátor a operátor jsou části klasického Maxwellova zařízení na sobě funkčně závislé. Rozdíl teplot ve válci  $dh$ , vytvořeném za časovou jednotku  $dt$ , definovaný jako  $b = dh/dt$ , je organizační funkcí klasického Maxwellova zařízení obsahujícího pouze dva elementy, informátor ( $s_1$ ) a operátor ( $s_2$ ). Tato organizační funkce  $b$  je definovaná na jeho funkčně spojených anebo nespojených

vykonávat odděleně anebo společně. Když ji vykonávají odděleně, nejsou funkčně spojeny, když ji vykonávají společně, jsou funkčně spojeny. Nechť cílem tohoto systému je vykonání dané činnosti v co nejkratším čase. Obecně doba trvání  $t$  představuje organizační funkci daného systému. Konají-li tuto práci společně, mohou nastat tři případy:

1.  $t(s_1 \circ s_2) = t(s_1 \cup s_2)$ ,
2.  $t(s_1 \circ s_2) > t(s_1 \cup s_2)$ ,
3.  $t(s_1 \circ s_2) < t(s_1 \cup s_2)$ .

V prvním případě systém pracovníků nevykazuje žádnou funkční organizaci, ve druhém případě je dobře organizovaný, ve třetím případě je dezorganizovaný.

elementech, tedy  $s_1 \cup s_2$  anebo  $s_1 \circ s_2$ . Při práci klasického Maxwellova zařízení mohou nastat tyto důležité případy:

- (i)  $b(s_1 \circ s_2) = b(s_1 \cup s_2)$ , teplotní rozdíl zůstane konstantní. Informátor a operátor jsou na sobě nezávislé. Maxwellovo zařízení nevykonává svou cílovou aktivitu.
- (ii)  $b(s_1 \circ s_2) > b(s_1 \cup s_2)$ , teplotní rozdíl klesá (byl-li před začátkem aktivity Maxwellova zařízení nenulový). V tomto případě Maxwellovo zařízení pracuje proti svému cíli.
- (iii)  $b(s_1 \circ s_2) < b(s_1 \cup s_2)$ , teplotní rozdíl narůstá, tj. aktivita Maxwellova zařízení je namířena k jeho cíli.

Matematicky mohou být informátor a operátor chápány jako dva stochastické objekty, na nichž jsou definovány náhodné proměnné  $\tilde{x}$  a  $\tilde{y}$  pomocí následujících schémat:

$S$	$S_1$	$S_2$	.	.	.	$S_n$
$P_x$	$P(x_1)$	$P(x_2)$	.	.	.	$P(x_n)$

a

$S'$	$S'_1$	$S'_2$
$P_y$	$P(y_1)$	$P(y_2)$

kde  $P(x_1), P(x_2), \dots, P(x_n)$  jsou pravděpodobnosti definované na stavech  $S_1, S_2, \dots, S_n$  informátoru, což jsou dané rychlosti molekul plynu.  $S'_1$  a  $S'_2$  jsou dva možné stavy operátoru (otevřený a uzavřený) s pravděpodobnostmi  $P(y_1)$  a  $P(y_2)$ . Nutnou podmínkou pro úspěšnou práci klasického Maxwellova zařízení je existence nenulové statistické závislosti mezi náhodnými proměnnými  $\tilde{x}$  a  $\tilde{y}$ . Jak je známo, v teorii pravděpodobnosti existuje několik veličin udávajících míru statistické závislosti dvou náhodných proměnných. Nejznámější je korelační koeficient. Každá veličina, udávající velikost statistické závislosti, musí splňovat dvě základní vlastnosti: (i) pro statisticky nezávislé náhodné proměnné se musí rovnat nule; (ii) pro náhodné proměnné, jejichž hodnoty definované na jejich stavech jsou funkčně závislé, musí tato veličina nabývat maximálních hodnot. Ukázalo se, že existují případy, kdy koeficient korelace je nulový, i když náhodné proměnné jsou funkčně závislé [16], tj. koeficient korelace nesplňuje obecně podmínku (i). Existuje však veličina v teorii pravděpodobnosti, která se nazývá informace a jako míra statistické závislosti splňuje obě kritéria. Proto budeme brát za míru statistické závislosti mezi informátorem a operátorem informaci definovanou pro dvě proměnné  $\tilde{x}$  a  $\tilde{y}$  jako [16]:

$$I(\tilde{x}, \tilde{y}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 P_J(x_i, y_j) \log \left\{ \frac{P_J(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)} \right\},$$

kde  $P_J(x_i, y_j)$  je sdružené pravděpodobnostní rozdělení náhodných proměnných  $\tilde{x}$  a  $\tilde{y}$ . Na druhé straně je tato míra podstatně určena statistickou závislostí mezi náhodnými hodnotami  $\tilde{x}$  a  $\tilde{y}$ . Jakákoli změna statistické závislosti mezi  $\tilde{x}$  a  $\tilde{y}$  mění i úroveň funkční

organizace Maxwellova zařízení. Poznamenejme, že Brillouin (1965) ve své klasické analýze Maxwellova démona předpokládal, že jakákoli informace získaná informátorem je použita k separování plynových molekul operátoru. Obecně platí, že když informátor a operátor jsou statisticky nezávislé, Maxwellovo zařízení nemůže pracovat, přestože jak informátor, tak operátor by mohli spotřebovávat energii a negativní entropii. Efektivnost Maxwellova zařízení  $Q$  může být matematicky vyjádřena jako průměr maximální hodnoty organizační funkce  $b_m(s_1 \cup s_2)$  k jeho aktuální hodnotě  $b(s_1 \cup s_2)$ :

$$Q = \left[ \frac{b(s_1 \cup s_2)}{b_m(s_1 \cup s_2)} \right].$$

Z fyzikálního hlediska spotřebovávají informátor i operátor Maxwellova zařízení, když jsou v provozu, energii pro získávání informace o rychlostech molekul plynu a pro práci spojenou s otvíráním a zavíráním dvířek stěny, která dělí nádobu na dvě části.

Přestože klasické Maxwellovo zařízení, snižující entropii plynu, se nenachází v živých organizmech, existuje mnoho biologických procesů, které se dají tímto zařízením modelovat. Do této kategorie patří zejména enzymy, jež vykonávají širokou škálu biologických funkcí [14]. Činnost enzymů se významně podílí na funkční organizaci živých systémů. Podobně jako u klasického Maxwellova zařízení je činnost enzymů účelově řízena a skládá se ze dvou základních procesů: (i) rozpoznávání specifického substrátu (což koresponduje s informátorem v Maxwellově zařízení) a (ii) katalyzace určité reakce (což odpovídá operátoru Maxwellova zařízení). Enzym proto představuje obecně kognitivní robot [15], skládající se z poznávací jednotky (informátor jednotky) a výkonné jednotky (operátor enzymu). Činnost enzymu je funkčně izomorfní činnosti Maxwellova zařízení. Lze tedy činnost enzymu popsat stejným způsobem jako u klasického Maxwellova zařízení. Organizační funkce enzymu je určena rychlostí specifických biochemických reakcí, jež enzym katalyzuje. Tato organizační funkce je, analogicky jako u Maxwellova zařízení, především určena stupněm statistické závislosti mezi stavy informátorů a operátorů enzymu. Proto téměř vše, co bylo řečeno o klasickém Maxwellově démonu, platí i pro popis aktivit enzymu.

Uvedený příklad simulace enzymu prostřednictvím Maxwellova zařízení ukazuje, že obecné Maxwellovo zařízení má širokou aplikaci v různých vědních disciplínách: v teorii systémů, robotice, biologii atd. Maxwellův démon, který ve svých začátcích byl pouze kuriozitou na pokraji statistické fyziky, se stal významným paradigmatem v celé řadě přírodních věd.

## L i t e r a t u r a

- [1] MAXWELL, J. C.: *Theory of Heat*. Langmans, Green, London 1871.
- [2] MAJERNÍK, V.: *Organizácia v systémoch*. In: *Synergetika* (KREMPASKÝ, J., ed.). Alfa, Bratislava 1988, 81–89.
- [3] MAJERNÍK, V.: *Elementary approach to the theory of functional organization*. Internat. J. Gen. Systems 11 (1985), 221–231.
- [4] SZILARD, L.: *Über die Energieverminderung in einem thermodynamischen System bei Eingriffen intelligenter Wesen*. Zeit. F. Phys. 53 (1929), 840.

- [5] BRILLOUIN, L.: *Science and Information Theory*. Academic Press, New York 1965.
- [6] LEFF, H. S., REX, A. F.: *Resource Letter MD-1: Maxwell's Demon*. Am. J. Phys. 58 (1990), 201.
- [7] MONOD, J.: *Change and Necessity*. A. Knopf, New York 1971.
- [8] MAJERNÍK, V.: *A "realistic" Maxwell's demon is in fact a cognitive robot*. Kybernetes 28 (1999), 1065.
- [9] ECKMAN, D. P., MESAROVIC, M. D.: *On some basic concepts of the general systems theory*. In: Proc. 3rd Intern. Congress on Cybernetics, Namur 1961; KLIR, G. J.: *An Approach to General Systems Theory*. D. Van Nostrand, New York 1969; MESAROVIC, M. D., TAKAHARA, Y.: *General Systems Theory: Mathematical Foundations*. Academic Press, New York 1975.
- [10] HAVEL, I.: *Robotika*. SNTL, Praha 1980.
- [11] YOUNG, J. F.: *Robotics*. Butterworth, London 1973.
- [12] ALTMAN, G., KOCH, W. (Eds.): *Systems-New Paradigm of Human Sciences*. De Gruyter, Berlin 1998.
- [13] WELSH, D. J. H.: *Probability and its Application*. In (ROUBINE, E., ed.): *Mathematics Applied in Physics*. Springer, NY 1970.
- [14] PARRY, D. A. D., BAKER, N.: Rep. Prog. Phys. 47 (1984), 1133.
- [15] TAUBER, S.: Computers Math. Applic. 20 (1993), 321.
- [16] VAJDA, I.: *Teoria informácie a štatistického rozhodovania*. Alfa, Bratislava 1982.

# Souvislost výsledků přijímacího řízení s úspěšností studia na MFF

*Karel Zvára a Jiří Anděl, Praha*

## 1. Úvod

Problému, zda a jak souvisí výsledek přijímací zkoušky na fakultu s úspěšností dalšího vysokoškolského studia, je věnována poměrně velká pozornost. V naší společnosti se nyní často diskutuje o tom, zda by bylo vhodnější přijímací zkoušky zrušit a přijmout všechny uchazeče. Pokud ponecháme stranou kapacitní možnosti škol a některé další omezující podmínky, pak jedním z argumentů lidí požadujících zrušení přijímacích zkoušek je to, že tyto zkoušky mají malou (případně žádnou) vypovídací schopnost. Někteří lidé dokonce tvrdí, že by náhodný výběr z uchazečů byl stejně spravedlivý

---

Doc. RNDr. KAREL ZVÁRA, CSc. (1943), a prof. RNDr. JIŘÍ ANDĚL, DrSc. (1939), katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky MFF UK, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8.

Práce vznikla v rámci výzkumného záměru MŠMT Matematické metody ve stochastice MSM 1132 0000 8. Druhý autor byl rovněž podporován grantem GAČR 201/00/0770.