Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Ján Paulov

Teória informacií a regionálna analýza

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 27 (1982), No. 4, 218--226

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139802

2. *prerokovať v Predsedníctve Ústredného výboru JSMF námety členov a orgánov JSMF z predzjazdovej a zjazdovej diskusie a uplatniť ich v ďalšej práci Jednoty;*
3. *ustanoviť komisiu pre posúdenie stanov JSMF vzhľadom na súčasné a perspektívne úlohy JSMF a v prípade potreby pripraviť návrhy na úpravu stanov a predložiť ich na schválenie nasledujúcemu zjazdu.*

Zjazd zvolil:

1. *Predsedu JSMF prof. RNDr. Júliusa Krempaského, Dr.Sc., čl. kor. ČSAV a SAV,*
2. *Ústredný výbor JSMF (pozri PMFA č. 3, str. 131),*
3. *Revíznu komisiu JSMF (pozri PMFA č. 3, str. 131).*

Doplněk k seznamu členů předsednictva ÚV JČSMF — členové delegovaní JSMF (PMFA č. 3, str, 131):
RNDr. Ján Plesník, CSc.

Teória informácií a regionálna analýza

Ján Paulov, Bratislava

Úvod

Tento príspevok si kladie za cieľ stručne naznačiť niektoré možnosti použitia teórie informácií v regionálnej analýze, ktorá skúma priestorové (územné) usporiadanie ľudskej spoločnosti na regionálnej (oblastnej) úrovni. Vytýčený cieľ budeme sledovať na príklade použitia jedného zo základných pojmov teórie informácií — entropie pri modelovaní v regionálnej analýze.

Poznamenajme, že pojem entropie prekonal vo vede značný vývin. Jeho genéza úzko súvisí s formuláciou druhého termodynamického zákona. V termodynamike sa entropia chápe ako stavová funkcia systému, pre ktorú platí, že je a) jednoznačnou funkciou stavu systému, že je b) aditívnou funkciou, t.j. entropia zloženého systému sa rovná sume entropií jeho nezávislých častí a že c) pri ľubovoľne nekonečne malej zmene homogénneho systému spĺňa zmena entropie nasledovnú podmienku: $\mathrm{d}S \geqq \text{đ}Q : T$, kde $\mathrm{d}S$ je úplný diferenciál entropie, $\text{đ}Q$ je množstvo tepla, ktoré systém obdržal a T je absolútna teplota systému, pri ktorej toto teplo obdržal. Pre izolovaný systém platí $\text{đ}Q = 0$, takže $\mathrm{d}S \geqq 0$. Znamienko rovnosti platí pre reverzibilné, znamienko nerovnosti pre ireverzibilné procesy [1]. Druhý termodynamický zákon sa tak často nazýva i zákonom rastu entropie. V tomto kontexte sa entropia potom zvykne interpretovať ako miera degradácie energie vzhľadom na jej schopnosť konať mechanickú prácu [2].

V súvislosti so vznikom štatistickej mechaniky (termodynamiky) došlo k reformulácii a k reinterpretácii i pojmu entropie. Boltzmannov štatistickomechanický výraz pre entropiu izolovaného systému je nasledovný: $S = k \ln W + \text{const.}$, kde k je Boltzmannova konštanta a W je termodynamická váha stavu, t.j. počet rozlíšiteľných mikrostavov systému. V kontexte štatistickej mechaniky sa entropia zvykne interpretovať ako miera neusporiadanosti (dezorganizácie) systému [3]. Keďže izolovný systém prechádza z menej pravdepodobného do pravdepodobnejšieho stavu, stav maximálnej entropie, odpovedajúci maximálnemu počtu mikrostavov systému, sa chápe ako najpravdepodobnejší stav izolovaného systému.

Tretia základná formulácia a interpretácia entropie vznikla na pôde teórie informácií. Ak p_i je pravdepodobnosť, že diskrétna náhodná premenná ξ nadobudne hodnotu a_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, potom výraz $H = -k \sum_{i=1}^{n} p_i \ln p_i$, kde $k = \text{const.} \geqq 0$, sa nazýva entropiou pravdepodobnostného rozdelenia $\{p_i\}$. V kontexte teórie informácií sa entropia zvykne interpretovať ako miera neurčitosti [4].

Štatistickomechanická a informačnoteoretická formulácia a interpretácia entropie predstavujú významné zovšeobecnenie tohoto pojmu, ktoré poskytuje možnosti jeho transponovania i mimo rámec uvedených disciplín. V tomto príspevku narábame s pojmom entropie v duchu teórie informácií, hoci v oblasti regionálnej analýzy je s ním možné narábať i v duchu štatistickej mechaniky.

Názorný príklad

Začnime príkladom [5, 6]. Zistili sme, že v 251 manželských pároch z mesta Seattle (USA) priemerná vzdialenosť oddeľujúca bydlisko (domovú adresu) ženícha a nevesty bola 3,80 míl, pričom rozptyl týchto vzdialeností, ako ďalší výberový moment, bol 7,53 štvorcových míl. (Žiadna zo vzdialeností nepresahovala 10 míl.) Nič viac. Vzniká otázka, či existuje nejaké pravidlo, na základe ktorého by bolo možné iba z týchto agregovaných údajov — momentov — urobiť detailnejší odhad rozdelenia pravdepodobnosti, s akou vystupujú vzdialenosti 0—1, 1—2, ..., 9—10 míl, oddeľujúce bydliská oboch manželských partnerov. Uveďme, že takýmto pravidlom je pravidlo (princíp) maximálnej (či maximalizácie) entropie.

Nech N je celkový počet manželských párov a n_i počet párov, pri ktorých vzdialenosti oddeľujúce bydliská oboch partnerov prináležia do intervalu $\langle i, (i + 1))$ míl, pričom $i = 0, 1, \ldots, 9$, takže $N = \sum_{i=0}^{9} n_i = 251$. Zaveďme relatívnu početnosť, s akou vystupujú vzdialenosti oddeľujúce bydliská oboch partnerov podľa intervalov $\langle i, (i + 1))$, t.j. $f_i = n_i : N$ $(i = 0, 1, \ldots, 9)$, a považujme túto početnosť za odhad pravdepodobnosti, t.j. položme $f_i = \hat{p}_i$. Označme stred každého intervalu $\langle 0, 1)$, $\langle 1, 2)$, ..., $\langle 9, 10)$ míl $d_i = [i + (i + 1)] : 2$ $(i = 0, 1, \ldots, 9)$. Postupujme ďalej tak, ako keby výberové momenty, t.j. priemerná vzdialenosť a rozptyl, boli skutočnými hodnotami momentov odhadovaného rozdelenia a položme

(1) $$\sum_{i=0}^{9} p_i d_i = d = 3{,}80\,,$$

(2) $$\sum_{i=0}^{9} p_i d_i^2 - (\sum_{i=0}^{9} p_i d_i)^2 = D = 7{,}53\,.$$

Vzťah (2) však možno ekvivaletne zapísať ako

(3) $$\sum_{i=0}^{9} p_i d_i^2 = 21{,}97\,.$$

Pripojme ešte normalizačnú podmienku

(4) $$\sum_{i=0}^{9} p_i = 1\,.$$

Aby sme splnili našu úlohu – odhadli rozdelenie pravdepodobnosti, s akou vystupujú d_i – maximalizujeme entropiu, t.j.

(5) $$H = -\sum_{i=0}^{9} p_i \ln p_i$$

vzhľadom na vedľajšie podmienky (1), (3) a (4).

Použitím metódy viazaných extrémov napokon dostaneme

$$p_i = \exp\left(-1{,}401 - 0{,}301 d_i + 0{,}015 d_i^2\right),$$

čo možno prepísať do tvaru

(6) $$p_i = 0{,}246(0{,}74)^{d_i}\,(1{,}015)^{d^2{}_i}\,.$$

Tab. 1 dovoľuje porovnať hodnoty p_i vypočítané zo vzťahu (6) s empiricky zistenými hodnotami f_i. Z tabuľky je zrejmé (i bez bližšieho zisťovania zhody), že odhad možno považovať za veľmi dobrý.

Zdôvodnenie použitia pravidla maximálnej entropie možno nájsť v práci Jaynesa [7],

Tab. 1

$\langle i, (i+1))$	$\langle 0, 1)$	$\langle 1, 2)$	$\langle 2, 3)$	$\langle 3, 4)$	$\langle 4, 5)$	$\langle 5, 6)$	$\langle 6, 7)$	$\langle 7, 8)$	$\langle 8, 9)$	$\langle 9, 10)$
f_i	0,19	0,16	0,12	0,11	0,08	0,09	0,09	0,06	0,06	0,04
p_i	0,21	0,16	0,13	0,10	0,09	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06

Prameň: [6]

v ktorej sa tento autor pokúsil o interpretáciu štatistickej mechaniky v svetle teórie informácií. Pravidlo maximálnej entropie má tú cennú vlastnosť, že dovoľuje uskutočňovať minimálne vychýlený (maximálne nestranný) odhad rozdelenia pravdepodobnosti vzhľadom na všetku vopred danú informáciu vyjadrenú v podobe vedľajších podmienok. Z toho dôvodu ho Jaynes považuje za významný inferenčný princíp porovnávajúc ho so známym Laplaceovým pravidlom nedostatočného dôvodu, podľa ktorého v prípade neprítomnosti akejkoľvek informácie okrem vyčíslenia možností, ktoré môžu nastať, niet žiadneho dôvodu predpokladať iné než rovnaké rozdelenie pravdepodobnosti. Pravidlo maximálnej entropie sa však voči Laplaceovmu pravidlu vyznačuje nasledovným podstatným rozdielom: „Rozdelenie odpovedajúce maximálnej entropii je uplatňované na základe pozitívneho dôvodu, jednoznačne určeného ako takého, ktorý je maximálne neutrálny voči chýbajúcej informácii, namiesto negatívneho spočívajúceho v tvrdení, že niet opodstatnenia uvažovať inak" [7]. Toto pravidlo teda modifikuje Laplaceovo pravidlo pre prípady, keď je dôvod „uvažovať inak"*).

Jaynesova práce bola podnetom k aplikácii uvedeného pravidla v značne širších oblastiach. V oblasti regionálnej analýzy to bol predovšetkým A. G. Wilson [8, 9], ktorý pravidlo maximálnej entropie rozpracoval ako nástroj budovania regionálno-analytických modelov.

Aplikácia v regionálnej analýze: dva typické príklady

Uvedieme dva príklady, ktoré poukazujú na možnosť použitia pravidla maximálnej entropie pri modelovaní situácií typických pre regionálnu analýzu.

Rozmiestňovacie (lokačné) modely

Tieto modely popisujú rozloženie entít v priestore (území). Ide napr. o rozloženie obyvateľstva, priemyslu, poľnohospodárstva atď. Všimnime si napr. rozloženie hustoty obyvateľstva vo veľkých mestách. Vyslovme hypotézu, že toto rozloženie súvisí so vzdialenosťou od stredu mesta, ktorý vzhľadom na vysokú koncentráciu najrôznejších zariadení predstavuje určité privilegované miesto pre všetkých obyvateľov mesta, nezávisle od ich profesionálnych či iných charakteristík. Ak pritom disponujeme iba ohraničenou agregovanou informáciou o tomto rozložení možno uvedenú hypotézu pretransformovať do modelovej podoby použijúc pravidlo maximálnej entropie.

Sledujme rozloženie obyvateľstva v určitom náhodne vybranom a konštantne širokom transekte (pruhu) vybiehajúcom v smere polomeru zo stredu mesta. Rozdeľme tento transekt priečnymi rezmi na rovnako veľké časti, takže počet obyvateľov v týchto častiach môžeme považovať zároveň za mieru hustoty ich obyvateľstva. Označme

---

*) Rovnaké rozdelenie pravdepodobnosti, ktoré je produktom uplatnenia Laplaceovho pravidla nedostatočného dôvodu, je tak len špeciálnym prípadom uplatnenia pravidla maximálnej entropie (keď vedľajšie podmienky sa redukujú na normalizačnú podmienku $\sum_i p_i = 1$).

jednotlivé časti transektu indexom i, pričom indexovanie nech je v súlade s narastajúcou vzdialenosťou týchto častí od stredu mesta. Vzdialenosti d_i sú vzdialenosťami stredov jednotlivých častí transektu od stredu mesta ($i = 0, 1, \ldots, k$). Z údajov o rozložení obyvateľov v danom transekte je nám známa iba stredná vzdialenosť ich bydliska (domovej adresy) od stredu mesta, $\bar{d}$; nič viac. Základnú vedľajšiu podmienku tak môžeme zapísať ako

$$\sum_{i=0}^{k} p_i d_i = \bar{d}\,, \tag{7}$$

kde za odhad p_i považujeme $f_i = n_i : N$, pričom n_i je počet obyvateľov i-tej časti transektu a $N = \sum_{i=0}^{k} n_i$. K podmienke (7) pripojme ešte normalizačnú podmienku

$$\sum_{i=0}^{k} p_i = 1\,. \tag{8}$$

Maximalizáciou výrazu

$$H = -\sum_{i=0}^{k} p_i \ln p_i \tag{9}$$

vzhľadom na (7) a (8) napokon dostaneme

$$p_i = p_0 \exp(-\beta d_i)\,. \tag{10}$$

V mnohých empirických výskumoch sa ukázalo, že tento model je v relatívne dobrom súlade so skutočnými dátami*).

Tab. 2 dovoľuje porovnať skutočné hodnoty hustoty obyvateľstva v Bratislave za r. 1970 s hodnotami predikovanými modelom.**)

Premiestňovacie (interakčné) modely

Tieto modely popisujú premiestňovanie entít v priestore. Ide napr. o premiestňovanie osôb, surovín, tovarov, informácií atď. medzi jednotlivými sídlami či celými oblasťami. Pretože premiestňovaním sa medzi sídlami či oblasťami zabezpečuje ich interakcia, zaužíval sa pre tieto názov interakčné.

Všimnime si napr. premiestňovanie osôb (v podobe migrácie, resp. dochádzky za prá-

*) Poznamenajme, že exponenciálny model hustoty obyvateľstva vo veľkých mestách sa dá, pochopiteľne, odvodiť i za predpokladu spojitej zmeny vzdialenosti maximalizáciou výrazu $H = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln p(x)\, \mathrm{d}x$, kde $p(x)$ je hustota pravdepodobnosti [10].

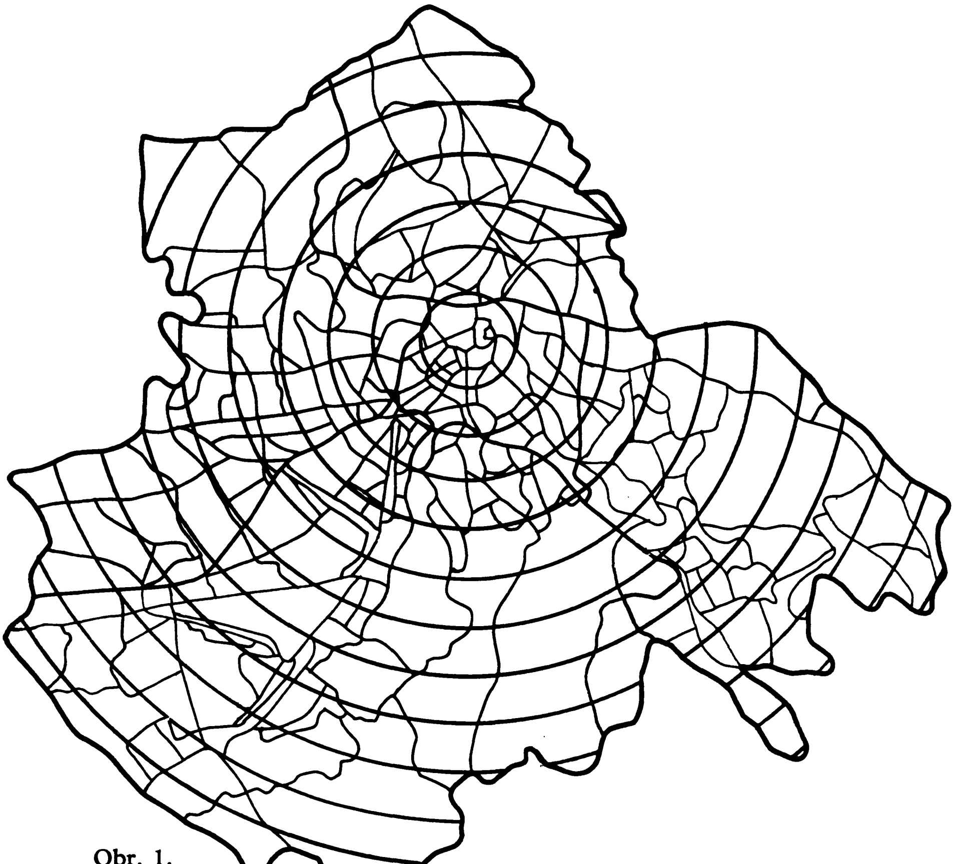
**) Hustota obyvateľstva (vyjadrená v transformovaných hodnotách) sa zisťovala podľa jednotlivých medzikruží vychádzajúc z počtu obyvateľstva v tzv. urbanistických obvodoch vytvorených pre potreby sčítania obyvateľstva v r. 1970, ako to ukazuje obr. 1 [11].

Tab. 2

d_i	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
h_i^*	2 920	1 277	903	524	411	294	88	111	69	48	50	6
h_i	2 415	1 518	955	601	378	237	149	93	59	37	23	15

Prameň: [11]

d_i — vzdialenosť od stredu mesta, h_i^* — skutočná hustota, h_i — modelom predikovaná hustota. Hustota vyjadrená v transformovaných hodnotách.



Obr. 1.

cou a pod.) medzi jednotlivými oblasťami určitého územného celku (napr. štátu, kraja a pod.). Východiskové oblasti označme i a cieľové j, pričom $i = 1, 2, \ldots, m$ a $j = 1, 2, \ldots, n$. Počet osôb premiestňujúcich sa z i do j nech je t_{ij}. Takáto situácia vedie k matici $K = (m \times n)$, nazývanej interakčná.

Zaveďme ďalšie veličiny: $\sum_{j=1}^{n} t_{ij} = o_i$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$, $\sum_{i=1}^{m} t_{ij} = d_j$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$,

$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} t_{ij} = t$, $s_i = o_i : t$, $v_j = d_j : t$, $f_{ij} = t_{ij} : t$, pričom s_i, v_j a f_{ij} budeme považovať za odhad príslušných pravdepodobností, t.j. položíme $s_i = \hat{q}_i$, $v_j = \hat{r}_j$ a $f_{ij} = \hat{p}_{ij}$.

Formulujme teraz úlohu odhadnúť rozdelenie pravdepodobnosti p_{ij} ak je daná iba nasledovná informácia: marginálne pravdepodobnosti q_i a r_j a stredná hodnota dopravných (premiestňovacích) nákladov, t.j. $\bar{c} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_{ij} c_{ij}$, kde c_{ij} sú dopravné náklady z i do j.

Vedľajšie podmienky tak môžeme zapísať takto:

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} = q_i\,, \quad (i = 1, 2, \ldots, m) \tag{11}$$

$$\sum_{i=1}^{m} p_{ij} = r_j\,, \quad (j = 1, 2, \ldots, n) \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_{ij} c_{ij} = \bar{c}\,. \tag{13}$$

Maximalizáciou výrazu

$$H = -\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_{ij} \ln p_{ij} \tag{14}$$

vzhľadom na (11)–(13) napokon dostaneme

$$p_{ij} = a_i b_j q_i r_j \exp\left(-\beta c_{ij}\right), \tag{15}$$

kde

$$a_i = \left[\sum_{j=1}^{n} b_j r_j \exp\left(-\beta c_{ij}\right)\right]^{-1}, \tag{16}$$

$$b_j = \left[\sum_{i=1}^{m} a_i q_i \exp\left(-\beta c_{ij}\right)\right]^{-1}. \tag{17}$$

Vzťah (15) spolu s (16) a (17) sa v regionálnej analýze zvykne nazývať interakčným modelom (modelom priestorovej interakcie). Tento model je východiskový. Zmenou vedľajších podmienok je možné dospieť k celému radu jeho rôznych modifikácií. Empirické výskumy opäť ukazujú pomerne dobrú zhodu modelu s realitou [11, 12], najmä ak sa uskutoční dezagregácia tokov osôb (t_{ij}) podľa profesionálnych, sociálnych či iných charakteristík. Tab. 3 dovoľuje porovnať skutočné hodnoty migrácie medzi československými krajmi v r. 1975 s hodnotami predikovanými modelom*).

---

*) Za pomoc pri výpočtoch ďakuje autor RNDr. Š. POLÁČIKOVI, CSc., pracovníkovi Geografického ústavu SAV. Odhad parametra β tak pre prípad hustoty obyvateľstva v Bratislave, ako i pre prípad migrácie medzi československými krajmi, sa uskutočnil metódou maximálnej vierohodnosti.

Tab. 3. t^*_{ij}: skutočné toky, t_{ij}: modelom predikované toky

t^*_{ij}	SČ	JČ	ZČ	SvČ	VČ	JM	SM	ZS	SS	VS
SČ	17 436	2 475	3 509	5 375	3 962	1 997	1 871	669	559	667
JČ	2 159	4 951	1 363	1 025	575	1 136	528	234	179	225
ZČ	2 511	825	8 588	1 816	684	744	697	299	214	457
SvČ	3 972	534	1 738	8 907	1 742	816	666	332	264	547
VČ	2 959	611	758	1 760	7 998	1 435	1 038	422	303	348
JM	1 276	1 111	1 107	816	1 706	15 259	4 366	988	513	418
SM	942	387	604	695	1 097	3 756	14 930	817	1 133	810
ZS	391	169	404	391	362	926	733	15 024	4 997	1 918
SS	310	102	242	222	211	388	770	3 717	8 144	1 604
VS	223	56	197	226	176	197	384	1 034	1 679	10 748

t_{ij}	SČ	JČ	ZČ	SvČ	VČ	JM	SM	ZS	SS	VS
SČ	17 282	2 074	4 378	5 718	4 078	2 003	1 220	753	546	469
JČ	1 849	4 760	1 730	699	715	1 245	502	373	270	232
ZČ	2 997	1 329	7 930	1 783	1 068	530	482	304	222	191
SvČ	3 961	543	1 804	10 155	1 172	582	458	389	244	210
VČ	2 914	573	1 114	1 209	7 183	1 923	1 514	464	397	341
JM	1 519	1 059	587	637	2 041	13 537	4 355	2 210	939	677
SM	796	368	459	432	1 383	3 749	13 959	1 610	1 590	825
ZS	561	312	330	418	484	2 171	1 837	14 395	3 731	1 077
SS	266	148	158	172	271	604	1 188	2 444	8 644	1 814
VS	165	92	98	106	168	314	444	508	1 306	11 720

Skratky krajov: SČ: Stredočeský, JČ: Juhočeský, ZČ: Západočeský, SvČ: Severočeský, VČ: Východočeský, JM: Juhomoravský, SM: Severomoravský, ZS: Západoslovenský, SS: Stredoslovenský, VS: Východoslovenský.

Pozn.: Praha je agregovaná v Stredočeskom kraji, Bratislava v Západoslovenskom kraji.

Záver

V tomto príspevku sme stručne naznačili iba niektoré možnosti použitia teórie informácií v regionálnej analýze. Zamerali sme sa pritom na najtypickejšiu oblasť – použitie pravidla maximálnej entropie pri modelovaní v regionálnej analýze. Toto pravidlo, ako vidno, sa osvedčuje ako nástroj budovania modelov pri nedostatku informácie, resp. ak informácia je daná iba v agregovanej podobe. Obzvlášť dôležitou skutočnosťou je tá, že pri uplatnení uvedeného pravidla je možné všetku dostupnú informáciu skondenzovať do podoby vedľajších podmienok a tým konzistentne modelovo zvládnuť i veľmi komplexné situácie. Táto úloha je pri modelovej tvorbe všeobecne značne náročná. Významnou skutočnosťou je tiež to, že tu existuje bezprostredný prechod od agregovaných údajov k detailnejšej štruktúre bez prechodného medzičlánku, bez nutnosti vytvárania predstáv o správaní modelovaného súboru (napr. obyvateľov). Bádateľ tu uzatvára jedine na základe dát a ničoho iného.

Uveďme tiež, že entropiu maximalizujúce modely môžu byť zaujímavé i z čiste matematického hľadiska. Ak totiž uvažujeme triedu modelov, ktoré vzniknú maximalizáciou výrazu $H = -\sum_i p_i \ln p_i$ pri dvoch ohraničeniach, a to $\sum_i p_i = 1$ a $\sum_i p_i c(i) = [E\, c(i)]$, dá sa ukázať [13, 14], že zmenou funkcie $c(i)$ možno dospieť k rôznym pravdepodobnostným rozdeleniam, čo zrejme poskytuje možnosť nového pohľadu i na samotné tieto rozdelenia.

Napokon poznamenajme, že na entropiu maximalizujúce modely sa možno pozerať nielen z hľadiska teórie informácií, ale i z hľadiska štatistickej mechaniky. Pri takomto pohľade sa nám javia ako modely zachytávajúce najpravdepodobnejší stav sledovaného systému za daných vedľajších podmienok. Zo všetkých spomenutých dôvodov sa tieto modely považujú t.č. za jedny z najpríťažlivejších a bádateľsky najplodnejších modelov v oblasti regionálnej analýzy. Generalita pravidla, na základe ktorého sú budované, dáva však predpoklady ich aplikability v najrôznejších oblastiach.

Literatúra

[1] Levič, V. G.: *Úvod do statistické fysiky* (preklad z ruštiny). Praha: NČSAV 1954.
[2] Brilljuen, L.: *Naučnaja neopredelennosť i informacija* (preklad z angličtiny). Moskva: Mir 1966.
[3] Kempfer, F.: *Puť v sovremennuju fiziku* (preklad z angličtiny). Moskva: Mir 1972.
[4] Jaglom, A. M., Jaglom, I. M.: *Pravděpodobnost a informace* (preklad z ruštiny). Praha: NČSAV 1964.
[5] Morrill, R. L., Pitts, F.: Annals of the Ass. of Am. Geogr. *57* (1967), 401.
[6] Webber, M. J.: Annals of the Ass. of Am. Geogr. *67* (1977), 254.
[7] Jaynes, E. T.: Physical Review *106* (1957), 620, cit. str. 623.
[8] Wilson, A. G.: Transportation Research *1* (1967), 253.
[9] Wilson, A. G.: *Entropy in Urban and Regional Modelling*. London: Pion 1970.
[10] Bussière, R., Snickars, F.: Environment and Planning *2* (1970), 295.
[11] Paulov, J.: *Entropia v regionálnej analýze*. HP, Bratislava: PF UK, 1978.
[12] Paulov, J., Poláčik, Š.: Acta fac. rer. nat. Univ. Com., ser. Geogr. *17* (1979), 209.
[13] Tribus, M.: *Rational Descriptions, Decisions and Designs*. Oxford: Pergamon 1969.
[14] Webber, M. J.: Economic Geography *52* (1976), 218.