

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

## Nové knihy

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 19 (1974), No. 3, 180--[180a]

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139689>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1974

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# nové knihy

S. Fučík, J. Nečas, J. Souček, V. Souček:

**Spectral Analysis of Nonlinear Operators** JČMF, Praha 1973, 287 str.

Kniha je určena pro čtenáře, kteří mají zájem o abstraktní nelineární funkcionální analýzu a její použití na integrální a diferenciální rovnice. Předpokládá se znalost základů matematické analýzy (včetně Sobolevovských prostorů) a jistá zběhlost při čtení matematické literatury. Abstraktní část knihy tvoří pět kapitol („Preliminaries“, „Fredholm alternative for nonlinear operators“, „Ljusternik-Schnirelmann theory“, „Morse-Sard theorem“, „The converse of Ljusternik-Schnirelmann theory“). Ze sedmi dodatků (téměř polovina knihy) tři doplňují předchozí kapitoly a ostatní mají charakter aplikací na nelineární integrální a diferenciální rovnice.

*V první kapitole*, která má pomocný charakter, je vybudována teorie topologického stupně pro totálně spojitá vektorová pole v Banachových prostorech analytickou metodou (zhruba podle knihy J. T. SCHWARTZ *Nonlinear Functional Analysis*, New York, 1969; viz též dostupnější G. MARINESCU *Tratat de analiză funcțională*, vol. I, 1970; vol. II, 1972; Bucurest) a potom je uveden přehled různých pojmů spojitosti a diferencovatelnosti pro zobrazení v Banachových prostorech.

*Druhá kapitola* je věnována zobecnění známé

Fredholmovy alternativy z lineární funkcionální analýzy na některé třídy nelineárních operátorů tvaru  $\lambda T - S$ , kde  $T$  se chová přibližně jako identita a  $S$  je totálně spojitý operátor. Toto zobecnění spočívá v podstatě na větách o surjektivitě.

*Ve třetí kapitole* se studuje Ljusternikova-Šnirelmanova teorie. Nejprve je dokázána (na základě dnes již klasické Ljusternikovy věty — 1934) Browderova věta o existenci vlastních čísel a vlastních vektorů pro dvojici operátorů  $(f', g')$ , kde  $f'$  a  $g'$  jsou Fréchetovy derivace funkcionálů  $f$  a  $g$  (např. reálné číslo  $\lambda$  je vlastním číslem dvojice  $(f', g')$ , jestliže  $f'(u) - \lambda g'(u) = 0$  pro nějaké  $u \neq 0$ ). Po dvou pomocných paragrafech se přistupuje k vlastní Ljusternikově-Šnirelmanově teorii a dokazuje se mimo jiné existence nekonečně mnoha vlastních vektorů pro dvojici  $(f', g')$ .

*Základ čtvrté kapitoly* tvoří tvrzení (Morseova-Sardova typu), že obraz ohraničené množiny kritických bodů reálně analytické funkce  $f$  v  $\mathbb{R}^n$  je konečná množina ( $f$  má tedy jen spočetně mnoho kritických bodů). Potom jsou odvozeny některé vlastnosti reálně analytických operátorů v Banachových prostorech a je uveden Kupkův protipříklad týkající se Morseovy-Sardovy věty v Hilbertově prostoru. Nakonec je tvrzení ze začátku kapitoly (výše citované) rozšířeno na funkcionály v Banachových prostorech.

*V páté kapitole* se dokazuje, že za jistých předpokladů existuje nejvýše spočetně (popř. konečně) mnoho kritických úrovní  $g$  vzhledem k varietě  $M_r(f) = f^{-1}(r)$  ( $\gamma$  je kritickou úrovní  $g$  vzhledem k  $M_r(f)$ , jestliže  $g(u) = \gamma$  a  $\lambda f'(u) = g'(u)$  pro nějaká  $u \in M_r(f)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}^1$ ).

*V prvním dodatku* se studuje souvislost mezi body bifurkace, vlastními čísly a Ljusternikovou-Šnirelmanovou teorií. *Čtvrtý dodatek* doplňuje čtvrtou kapitolu a obsahuje výpočet Hausdorffovy míry kritických hodnot  $C^{k,\alpha}$ -funkcionálu v Banachově prostoru s použitím na obyčejné diferenciální rovnice. *Sedmý dodatek* tvoří závěrečné poznámky k obsahu knihy (struktura oboru hodnot nelineárního operátoru, neřešené problémy).

Abstraktní výsledky předchozích kapitol jsou použity v *dodacích II, III, VI* na nelineární integrální rovnice Lichtensteinova typu (Fredholmova alternativa, struktura množiny vlastních čísel) a na okrajové úlohy obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic (Fredholmova alternativa, Ljusternikova-Šnirelmanova teo-

rie a její obrácení, regularita řešení). *Dodatek V* o nelineární Sturmově-Liouvilleově úloze pro obyčejné diferenciální rovnice druhého a čtvrtého řádu je nezávislý na předchozí teorii (dokazuje se, že vlastní čísla tvoří kladnou posloupnost divergující k  $+\infty$ , přičemž v případě rovnic druhého řádu každému vlastnímu číslu odpovídá jen konečně mnoho „normovaných“ vlastních vektorů).

Kniha je zakončena obsáhlým seznamem literatury (107 citací), který by však měl být doplněn další literaturou (např. NEMYCKIJ, KAČUROVSKIJ, COFFMAN, BROWDER, BERGER, AMANN, NEUBERGER, ZABREJKO, KRASNOSELSKIJ atd.),

zejména nějakou monografií o variačních metodách pro vlastní čísla lineárních operátorů (např. S. H. GOULD, *Variational Methods for Eigenvalue Problems*, Oxford, 1966; ruský překlad 1970). V textu lze najít také několik chyb, které si však pozorný čtenář snadno opraví.

Na závěr je třeba říci, že značnou část knihy tvoří vlastní výsledky autorů a jejich spolupracovníků. Kniha se zabývá užitečnými problémy a je napsána přístupnou formou, takže najde jistě dostatek vědeckých čtenářů. Nakonec zbývá vyslovit obdiv, s jakou rychlostí JČSMF knihu vydala.

Josef Daneš

**Sekretariát JČSMF naléhavě žádá všechny členy,  
aby vrátili nové evidenční karty,  
které jim byly poslány zároveň se složenkou.**

---

*Hluboké studium přírody je neplodnějším pramenem matematických objevů.*

J. FOURIER

*Matematikem je ten, kdo umí nacházet analogie mezi jednotlivými tvrzeními.*

S. BANACH

---